

FISICA PER SCIENZE BIOLOGICHE

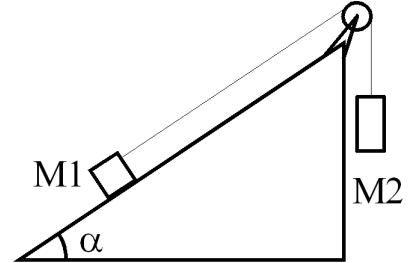
Compitino del 20.01.2012

Esercizio A

Due corpi di massa $M_1 = 10.5 \text{ kg}$ e $M_2 = 2.85 \text{ kg}$ sono posti come in figura, collegati da una fune ideale. Il corpo M_1 può scivolare liberamente sul piano inclinato (angolo alla base $\alpha = 40.4^\circ$) e la carrucola è priva di attriti.

Domanda n. 1: Calcolare la accelerazione del corpo M_2 , assumendo come verso positivo quando il corpo scende verso il basso.

Domanda n. 2: Calcolare la tensione della fune.



Esercizio B

Le componenti cartesiane di due vettori (che rappresentano grandezze fisiche omogenee) sono rispettivamente $\vec{A} = 14.2 \hat{i} + 76.1 \hat{j} + 0 \hat{k}$ e $\vec{B} = -23.2 \hat{i} + 55.8 \hat{j} + 53 \hat{k}$ (con \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} versori diretti lungo gli assi x , y e z).

Domanda n. 3: Calcolare il prodotto scalare tra i vettori \vec{A} e \vec{B} .

Esercizio C

Un satellite artificiale si muove su un'orbita circolare concentrica al pianeta Trantor (massa del pianeta $M_T = 4.32 \cdot 10^{24} \text{ kg}$) con una velocità di modulo $v = 0.901 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

Domanda n. 4: Calcolare il raggio dell'orbita.

Domanda n. 5: Calcolare il tempo necessario al satellite per compiere una intera orbita.

Esercizio D

Un atleta lancia un attrezzo imprimendogli una velocità iniziale di modulo $v_i = 20.6 \text{ m/s}$ diretta in modo da formare un angolo $\theta_i = 62.1^\circ$ rispetto all'orizzontale.

Domanda n. 6: Calcolare l'altezza massima h_{max} raggiunta dall'attrezzo durante il lancio, assumendo come origine delle altezze la posizione occupata inizialmente.

Domanda n. 7: Calcolare il tempo trascorso dal momento del lancio all'istante in cui l'attrezzo arriva (per la prima volta) ad una altezza pari a $h_{max}/2$.

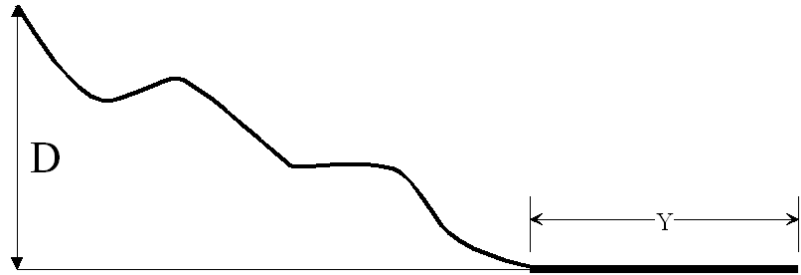
Esercizio E

Un'automobile, mentre percorre una strada ghiacciata, incontra una curva di raggio $R = 53.5 \text{ m}$ (misurato nel piano orizzontale), inclinata di un angolo $\gamma = 7.68^\circ$.

Domanda n. 8: Calcolare il modulo della velocità che permette all'automobile di percorrere la curva senza uscire di strada (senza l'intervento delle forze di attrito tra gomme e fondo ghiacciato).

Esercizio F

Uno snowboardista di massa $M = 48 \text{ kg}$ percorre in discesa la pista mostrata in figura, partendo dal punto più alto con una velocità iniziale $v_s = 14.2 \text{ m/s}$; il dislivello della pista è $D = 56.9 \text{ m}$, e termina con un tratto orizzontale che funge da zona di frenata lungo $Y = 31.8 \text{ m}$.



Domanda n. 9: Calcolare la velocità finale dell'atleta prima della zona di frenata.

Domanda n. 10: Se l'atleta si arresta nello spazio Y , qual è il modulo della forza media agente in questo tratto?

Soluzioni

Esercizio A

Risposta alla domanda n. 1: Sul corpo M_1 agiscono la forza peso, la reazione normale del piano e la tensione della fune; sul corpo M_2 agiscono la forza peso e la tensione della fune. A causa della fune, i due corpi si muovono nello stesso modo, quindi con la stessa accelerazione. Si ha pertanto un sistema di due equazioni che contiene la tensione della fune e l'accelerazione:

$$\begin{aligned}M_1 a &= -M_1 g \sin \alpha + T \\M_2 a &= M_2 g - T\end{aligned}$$

eliminando T si ottiene a :

$$a = \frac{M_2 - M_1 \sin \alpha}{M_1 + M_2} g = -2.906 \text{ m/s}^2$$

Risposta alla domanda n. 2: Dallo stesso sistema si può ricavare anche T :

$$T = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} (1 + \sin \alpha) g = 36.24 \text{ N}$$

Esercizio B

Risposta alla domanda n. 3:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 3917$$

Esercizio C

Risposta alla domanda n. 4: Uguagliando la forza centripeta alla forza di attrazione gravitazionale, si ha:

$$\begin{aligned}G \frac{M_T m_s}{R^2} &= m_s \frac{v^2}{R} \\R &= \frac{G M_T}{v^2} = 3.549 \times 10^8 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 5:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 2.475 \times 10^6 \text{ s}$$

Esercizio D

Risposta alla domanda n. 6:

$$h_{max} = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{(v_i \sin \theta)^2}{2g} = 16.89 \text{ m}$$

Risposta alla domanda n. 7: Dalla legge oraria per la coordinata verticale y si può calcolare il tempo t_1 richiesto imponendo $y(t_1) = h_{max}/2$:

$$\begin{aligned} y(t) &= v_i \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2 \\ y(t_1) &= h_{max}/2 \\ \frac{(v_i \sin \theta)^2}{4g} &= v_i \sin \theta t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 \\ t_1 &= \frac{v_i \sin \theta}{g} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0.5436 \text{ s} \end{aligned}$$

Esercizio E

Risposta alla domanda n. 8: Uguagliando la forza centripeta alla forza totale agente sull'auto (risultante della somma della forza peso e della reazione normale N esercitata dalla strada) si ha:

$$\begin{aligned} N \sin \gamma &= M \frac{v^2}{R} \\ N \cos \gamma &= Mg \\ v &= \sqrt{gR \tan \gamma} = 8.413 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Esercizio F

Risposta alla domanda n. 9: Applicando la conservazione dell'energia meccanica, per la velocità finale dello snowboardista si ha:

$$v_f = \sqrt{2gD + v_s^2} = 36.3 \text{ m/s}$$

Risposta alla domanda n. 10: Uguagliando l'energia persa dall'atleta al lavoro della forza agente nel tratto Y si ha:

$$F_m = \frac{Mv_f^2}{2Y} = 994.7 \text{ N}$$