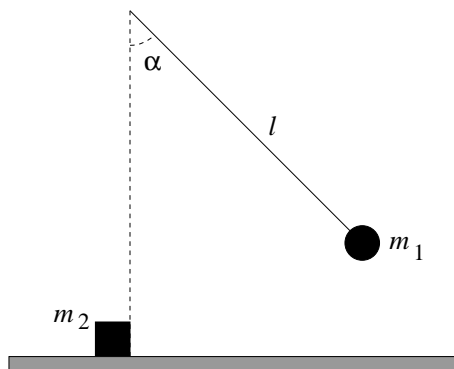


Prova scritta di
FISICA PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A e C
e
FISICA PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA'
12.09.2007

Esercizio 1



Un pendolo di lunghezza $l = 1$ m e massa $m_1 = 1$ kg parte da fermo con il filo che forma un angolo $\alpha = 45^\circ$ con la verticale. Quando il filo è verticale il pendolo urta una massa $m_2 = 0.5$ kg appoggiata su di un piano orizzontale. L'urto è perfettamente elastico.

Domanda n. 1: Qual è l'angolo massimo che il pendolo forma con la verticale dopo l'urto?

Domanda n. 2: Se tra il corpo di massa m_2 e il piano orizzontale c'è un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.3$, dopo quanti metri si ferma m_2 ?

Esercizio 2

Un cilindro infinito di raggio a ha una distribuzione uniforme di carica elettrica di densità di volume negativa $-|\rho|$. Coassialmente al cilindro è posto un guscio cilindrico (infinito), di raggio $4a$ e spessore trascurabile, con una densità superficiale di carica σ (positiva).

Domanda n. 3: Indicare direzione e verso del vettore campo elettrico dovuto all'insieme delle due distribuzioni.

Domanda n. 4: Tracciare qualitativamente il grafico dell'intensità del campo elettrico in funzione della distanza dall'asse di simmetria delle distribuzioni.

Domanda n. 5: Fissati a e ρ , indicare la relazione che lega σ ad essi in modo che il campo per qualunque punto posto a distanza $r_1 = 10 a$ sia nullo.

Domanda n. 6: Posto $a = 10$ cm, $|\rho| = 10^{-8}$ C/m³, calcolare l'intensità del campo per un punto posto a $r_2 = 2a$.

Soluzioni

Esercizio 1

Risposta alla domanda n. 1: La velocità del corpo m_1 immediatamente prima dell'urto è ricavabile applicando la conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = m_1gh = m_1gl(1 - \cos \alpha) \quad (1)$$

$$v_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} \quad (2)$$

Le leggi di conservazione dell'energie e della quantità di moto per un urto elastico unidimensionale (si veda ad esempio Halliday § 9.10 o Serway § 8.3) permettono di ottenere per le componenti orizzontali della velocità dei due corpi:

$$v_{1f} = \frac{k-1}{k+1}v_1 \quad (3)$$

$$v_2 = \frac{2k}{k+1}v_1 \quad (4)$$

$$k = \frac{m_1}{m_2} \quad (5)$$

Dopo l'urto la massa m_1 parte quindi con velocità v_{1f} e raggiunge una altezza massima che può essere calcolata applicando nuovamente la conservazione dell'energia meccanica (eq. 1):

$$\frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 = m_1gl(1 - \cos \alpha_f) \quad (6)$$

$$\cos \alpha_f = 1 - \left(\frac{k-1}{k+1}\right)^2 (1 - \cos \alpha) \quad (7)$$

Utilizzando i dati numerici del problema, si ottiene:

$$k = 2$$

$$v_1 = 2.40 \text{ m/s}$$

$$v_{1f} = \frac{1}{3}v_1 = 0.80 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{4}{3}v_1 = 3.20 \text{ m/s}$$

$$\cos \alpha_f = 0.96746$$

$$\alpha_f = 14.7^\circ$$

Risposta alla domanda n. 2: La velocità del corpo m_2 immediatamente dopo l'urto è data dalla (4). Eguagliando l'energia cinetica iniziale al lavoro che la forza di attrito compie per arrestare il corpo dopo uno spazio d , si ottiene:

$$\mu_d m_2 g d = \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \quad (8)$$

$$d = \frac{v_2^2}{2\mu_d g} = \left(\frac{2k}{k+1}\right)^2 \frac{l(1 - \cos \alpha)}{\mu_d} = 1.74 \text{ m} \quad (9)$$

Esercizio 2

Risposta alla domanda n. 3: Data la distribuzione della carica, il campo elettrico ha una simmetria cilindrica: in ogni punto dello spazio la direzione del campo è diretta radialmente e la direzione dipende dal segno della carica.

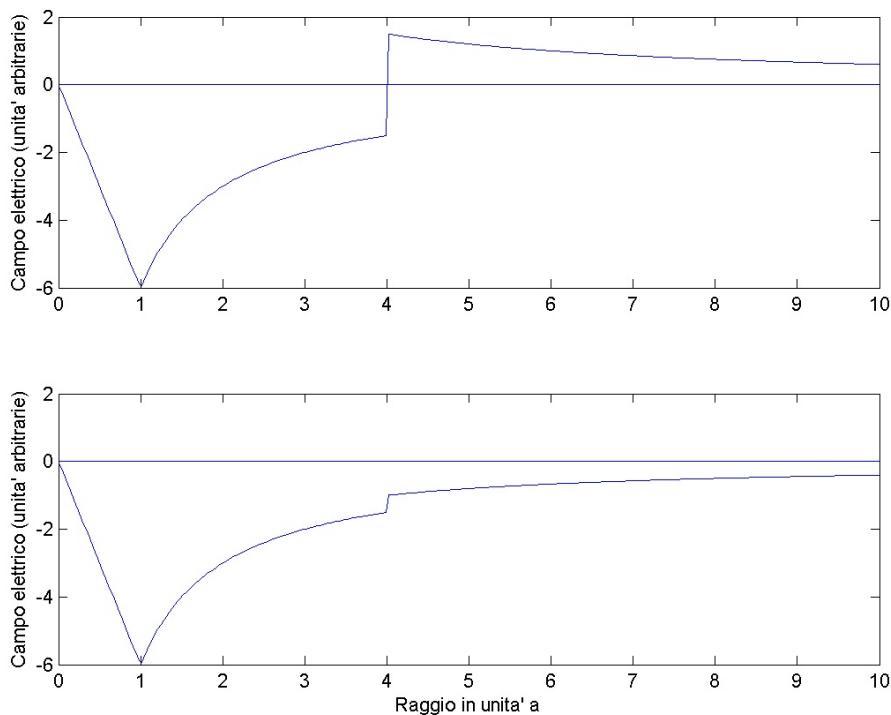
Risposta alla domanda n. 4: Data la simmetria del problema, si possono individuare tre regioni al variare della distanza r dall'asse delle distribuzioni di carica, con $r \leq a$, $a < r \leq 4a$ e $r > 4a$. Utilizzando il teorema di Gauss, si ottiene per l'intensità del campo in ciascuna regione:

$$E_1(r) = \frac{1}{2\epsilon_0}(-r|\rho|) \quad r \leq a \quad (10)$$

$$E_2(r) = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{-a^2|\rho|}{r} \quad a < r \leq 4a \quad (11)$$

$$E_3(r) = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{-a^2|\rho| + 8a\sigma}{r} \quad r > 4a \quad (12)$$

Nella terza regione il campo può essere sia negativo sia positivo, a seconda del valore di ρ e σ . la figura mostra un grafico qualitativo per entrambi i casi.



Risposta alla domanda n. 5: Per ottenere un campo nullo nella terza regione occorre:

$$\sigma = \frac{a|\rho|}{8} \quad (13)$$

Risposta alla domanda n. 6: Utilizzando l'equazione (11) si ottiene

$$E_2(2a) = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{-a^2|\rho|}{2a} = -28.2 \text{ N/C} \quad (14)$$