

**Prova scritta di**  
**FISICA PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A e C**  
e  
**FISICA PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA'**  
**01.07.2008**

### Esercizio 1 - Meccanica

Un satellite artificiale (di massa  $m = 1200 \text{ kg}$ ) ruota intorno ad un pianeta di massa  $M = 7.4 \cdot 10^{22} \text{ kg}$  su un'orbita circolare di raggio  $b = 30000 \text{ km}$ .

**Domanda n. 1:** Calcolare il periodo di rotazione del satellite.

Un secondo satellite, identico al primo, viene posto sulla stessa orbita ma con verso opposto, e ad un certo istante i due satelliti si scontrano.

**Domanda n. 2:** Se l'urto è completamente anelastico, quanta energia viene persa nell'urto?

**Domanda n. 3:** Dopo l'urto quale traiettoria segue l'insieme dei due satelliti?

**Domanda n. 4:** Se il raggio del pianeta è  $R = 1.74 \cdot 10^6 \text{ m}$ , con che velocità arrivano su di esso?

### Esercizio 2 - Elettromagnetismo

Un circuito è composto da una sorgente di fem  $V = 12 \text{ V}$  e da due resistenze  $R_1 = 4700 \Omega$ ,  $R_2 = 8200 \Omega$  disposte come in figura.

**Domanda n. 5:** Calcolare la corrente che scorre nella resistenza  $R_2$ .

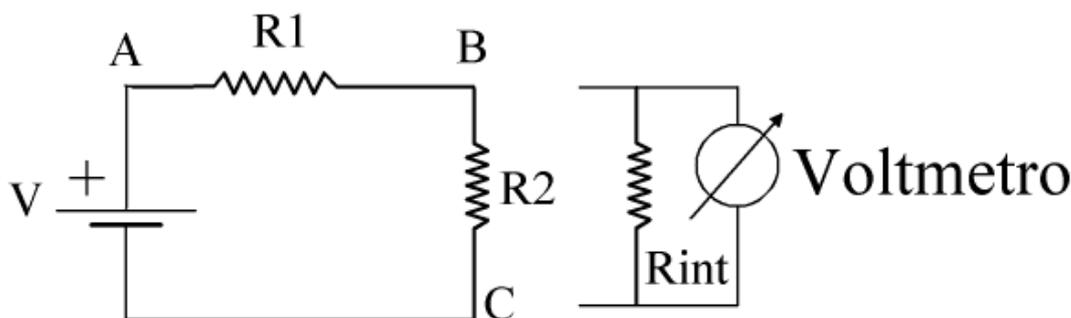
Si vuole misurare con un voltmetro la tensione ai capi di ciascuna resistenza, collegando a turno i capi dello strumento ai capi delle resistenze. Il voltmetro a disposizione è assimilabile ad un misuratore ideale (avente resistenza infinita) posto in parallelo ad una resistenza finita di valore  $R_{int} = 15000 \Omega$ , e pertanto, quando viene connesso al circuito, ne cambia le caratteristiche stesse, aggiungendo un ramo attraverso cui passa una corrente e modificando così i valori di corrente che passano negli altri rami.

**Domanda n. 6:** Calcolare il valore della tensione indicata dal voltmetro quando viene collegato ai capi di  $R_1$  (tra A e B).

**Domanda n. 7:** Calcolare il valore della tensione indicata dal voltmetro quando viene collegato ai capi di  $R_2$  (tra B e C).

Se si considera come perturbazione al circuito la differenza tra la tensione "ideale" (quando cioè il circuito è quello indicato in figura) e la tensione con lo strumento collegato,

**Domanda n. 8:** Valutare in quale delle due configurazioni lo strumento produce la perturbazione massima, e in quel caso trovare il minimo valore di  $R_{int}$  che dovrebbe avere il voltmetro in modo da produrre una perturbazione inferiore al 5%.



# Soluzioni

## Esercizio 1

**Risposta alla domanda n. 1:** Considerata la massa del satellite, il periodo di rotazione è dato formalmente dalla relazione espressa nella terza legge di Keplero:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{b^3}{GM}}$$

in questo caso si ottiene:

$$T = 4.65 \cdot 10^5 \text{ s} = 129 \text{ ore}$$

**Risposta alla domanda n. 2:** Se l'urto è completamente anelastico, dato che la quantità di moto totale dei due corpi è nulla, immediatamente dopo l'urto i due satelliti sono fermi (e uniti). L'energia cinetica è quindi nulla, e la perdita corrisponde alla energia cinetica totale posseduta da due satelliti appena prima dell'urto:

$$E_{persa} = 2K_{sat} = 2\frac{1}{2}mv^2 = 2\frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 b^2 = \dots$$

Più semplicemente, ricordando che per un corpo in orbita circolare sotto l'azione di una forza gravitazionale, l'energia cinetica è uguale a metà dell'energia potenziale cambiata di segno, si ottiene:

$$E_{persa} = 2K_{sat} = -2\frac{U}{2} = G\frac{Mm}{b} = 1.97 \cdot 10^8 \text{ J}$$

**Risposta alla domanda n. 3:** Dopo l'urto l'insieme dei due satelliti viene attratto dal pianeta, quindi segue una traiettoria rettilinea diretta verso il centro del pianeta stesso, sino a quando non ne incontra la superficie.

**Risposta alla domanda n. 4:** Appena dopo l'urto i due satelliti possiedono solo l'energia potenziale gravitazionale, mentre quando incontrano la superficie possiedono sia energia cinetica che potenziale. Applicando la legge di conservazione dell'energia, e chiamando  $u$  la velocità di impatto, si ha:

$$\begin{aligned} E_{tot} &= -G\frac{M2m}{b} \\ &= \frac{1}{2}2mu^2 - G\frac{M2m}{R} \\ u &= \sqrt{2GM\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{b}\right)} = 2.31 \cdot 10^3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

## Esercizio 2

**Risposta alla domanda n. 5:** La corrente che scorre nella resistenza  $R_2$  è calcolabile applicando opportunamente la legge di Ohm:

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2} = 0.93 \text{ mA}$$

**Risposta alla domanda n. 6:** Quando il voltmetro viene collegato ai capi di  $R_1$  il circuito equivalente è composto da tre resistenze:  $R_1$  e  $R_{int}$  poste in parallelo tra loro (chiamate  $R_p$ ),

e poste in serie a  $R_2$ . Calcolando la resistenza totale e la tensione ai capi della  $R_1$  si ottiene quindi:

$$\begin{aligned} R_{tot} &= R_p + R_2 = \frac{R_1 R_{int}}{R_1 + R_{int}} + R_2 \\ V_1 &= V \frac{R_p}{R_{tot}} = V \frac{R_1 R_{int}}{R_1 R_2 + R_{int}(R_1 + R_2)} \\ &= 3.65 V \end{aligned}$$

Questo valore va confrontato con la tensione “ideale” che risulta:

$$V_{1,ide} = R_1 * I = V \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 4.37 V$$

**Risposta alla domanda n. 7:** Quando il voltmetro viene collegato ai capi di  $R_2$  il circuito equivalente è ottenibile dalle formule precedenti purchè si scambino  $R_1$  e  $R_2$ :

$$\begin{aligned} R_{tot} &= R_p + R_1 = \frac{R_2 R_{int}}{R_2 + R_{int}} + R_1 \\ V_2 &= V \frac{R_p}{R_{tot}} = V \frac{R_2 R_{int}}{R_1 R_2 + R_{int}(R_1 + R_2)} \\ &= 6.36 V \end{aligned}$$

Anche in questo caso si applica il confronto con la tensione “ideale”:

$$V_{2,ide} = R_2 * I = V \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 7.63 V$$

**Risposta alla domanda n. 8:** Lo strumento produce la perturbazione maggiore quando è posto ai capi della resistenza maggiore, cioè  $R_2$ . I valori da confrontare sono  $V_{2,ide}$  e  $V_2$ ; trascurando il valore di  $V$  (comune alle due formule) questo possono essere scritte in modo da evidenziare la differenza:

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \leftrightarrow \quad \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_{int}}}$$

All'aumentare di  $R_{int}$  l'ultimo termine del denominatore decresce, e l'espressione tende al valore “ideale”. Se si vuole che la differenza sia inferiore ad una frazione (piccola)  $\epsilon$  (in questo caso 0.05) del valore stesso, per stimare  $R_{int}$  è sufficiente porre:

$$\begin{aligned} \frac{R_1 R_2}{R_{int}} &\leq \epsilon(R_1 + R_2) \\ R_{int} &\geq \frac{1}{\epsilon} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \\ R_{int} &\geq 60 k\Omega \end{aligned}$$

Se si usa il valore minimo si ottiene (sostituendo nelle formule riportate sopra):

$$\begin{aligned} V_1 &= 4.16 V \\ V_2 &= 7.27 V \end{aligned}$$

con una differenza rispetto ai valori “ideali” pari proprio al 5%.