

**Prova scritta di**  
**FISICA PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A e C**  
 e  
**FISICA PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA'**  
**10.06.2009**

**Esercizio 1 - Meccanica**

Su un piano orizzontale una massa  $m_2$  è ferma sotto il punto di sospensione di un pendolo semplice. Questo ha lunghezza  $l$  e massa  $m_1 = \delta m_2$ . Il pendolo viene portato nella posizione che forma un angolo  $\alpha$  con la verticale, e poi viene lasciato libero (con velocità iniziale nulla). Quando il filo è verticale il pendolo urta elasticamente  $m_2$ , che inizia a muoversi nel piano orizzontale con velocità  $v_2$ .

**Domanda n. 1:** Scrivere l'espressione di  $v_2$  in funzione di  $\alpha$  e  $\delta$ .

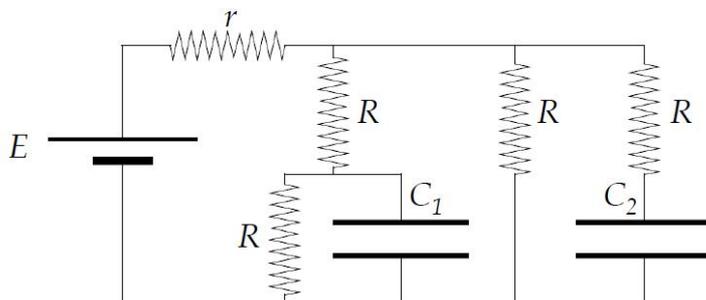
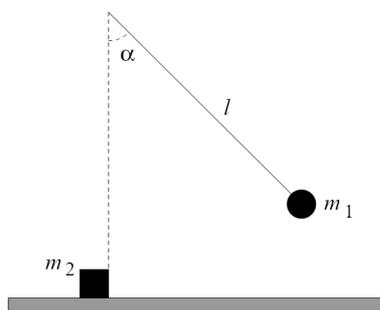
Dopo l'urto il pendolo continua a muoversi e arriva a fermarsi in una nuova posizione che forma con la verticale un angolo  $\beta$ .

**Domanda n. 2:** Scrivere l'espressione di  $\cos \beta$  in funzione di  $\alpha$  e  $\delta$ .

Tra  $m_2$  e il piano su cui si muove c'è un coefficiente di attrito dinamico  $\mu_d$ , per cui il corpo si arresta dopo aver percorso uno spazio  $L$ .

**Domanda n. 3:** Scrivere l'espressione di  $L$  in funzione di  $v_2$  e  $\mu_d$ .

**Domanda n. 4:** Nelle espressioni trovate sopra per  $v_2$ ,  $\beta$  e  $L$ , sostituire i valori numerici:  $l = 1 \text{ m}$ ,  $m_2 = 3 \text{ kg}$ ,  $\delta = 6$ ,  $\alpha = 45^\circ$ , e  $\mu_d = 0.9$ .



**Esercizio 2 - Elettromagnetismo**

Il circuito elettrico mostrato in figura, si compone della resistenze  $r = 1 \text{ M}\Omega$ , delle quattro resistenze uguali  $R = 3 \text{ M}\Omega$ , e dei condensatori  $C_1 = 2 \text{ }\mu\text{F}$  e  $C_2 = 1 \text{ }\mu\text{F}$ . Il generatore di tensione ha un valore nominale di  $E = 21 \text{ V}$ .

Una volta che il circuito ha raggiunto lo stato stazionario, calcolare:

**Domanda n. 5:** la corrente che circola nella resistenza  $r$ ;

**Domanda n. 6:** l'energia totale dissipata per effetto Joule nel circuito in 1 ora;

**Domanda n. 7:** la carica del condensatore  $C_2$ ;

**Domanda n. 8:** l'energia elettrostatica immagazzinata nel condensatore  $C_1$ .

# Soluzioni

## Esercizio 1

**Risposta alla domanda n. 1:** Applicando la conservazione dell'energia meccanica si ottiene la velocità con cui il corpo  $m_1$  colpisce  $m_2$ :

$$\frac{1}{2}m_1v^2 = m_1gl(1 - \cos \alpha) \quad (1)$$

$$v = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} \quad (2)$$

La conservazione della quantità di moto nell'urto tra le due masse permette di calcolarne le velocità dopo l'urto:

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v \quad (3)$$

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v \quad (4)$$

Esprimendo  $v$  in termini di  $\alpha$  e utilizzando la relazione  $m_1 = \delta m_2$  si ottiene:

$$v_2 = \frac{2\delta}{\delta + 1}\sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} \quad (5)$$

**Risposta alla domanda n. 2:** L'angolo  $\beta$  è ricavabile applicando nuovamente la conservazione dell'energia per il moto del pendolo:

$$m_1gl(1 - \cos \beta) = \frac{1}{2}m_1v_1^2 \quad (6)$$

$$\cos \beta = 1 - \frac{v_1^2}{2gl} \quad (7)$$

$$\cos \beta = 1 - \left(\frac{\delta - 1}{\delta + 1}\right)^2 (1 - \cos \alpha) \quad (8)$$

**Risposta alla domanda n. 3:** Applicando il teorema dell'energia cinetica, si ottiene lo spazio  $L$  percorso da  $m_2$  prima dell'arresto:

$$\frac{1}{2}m_2v_2^2 = \mu_d m_2 g L \quad (9)$$

$$L = \frac{v_2^2}{2\mu_d g} \quad (10)$$

**Risposta alla domanda n. 4:**

$$v_2 = 4.1 \text{ m/s} \quad (11)$$

$$\cos \beta = 0.79 \quad \beta = 37.7^\circ \quad (12)$$

$$L = 0.96 \text{ m} \quad (13)$$

## Esercizio 2

**Risposta alla domanda n. 5:** In condizioni stazionarie il circuito ha una resistenza equivalente che deriva dalla serie di  $r$  con il parallelo di  $(R, 2R)$ :

$$R_{eq} = r + R_{par} = 1 + \frac{1 \cdot 3}{1 + 3} = 3 \text{ } M\Omega \quad (14)$$

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = 7 \text{ } \mu A \quad (15)$$

**Risposta alla domanda n. 6:** L'energia dissipata in un'ora nel circuito è ricavabile dalla potenza dissipata:

$$P = \frac{E^2}{R_{eq}} = 0.147 \text{ } mW \quad (16)$$

$$Energia = P \cdot T = 0.529 \text{ } J \quad (17)$$

$$(18)$$

**Risposta alla domanda n. 7:** La tensione ai capi di  $C_2$  è ricavabile tenendo conto della tensione ai capi di  $r$ :

$$V_{C_2} = E - rI = 14 \text{ } V \quad (19)$$

$$Q_2 = C_2 V_{C_2} = 14 \text{ } \mu C \quad (20)$$

**Risposta alla domanda n. 8:** Come nella risposta precedente, la tensione ai capi di  $C_2$  è ricavabile tenendo conto della tensione ai capi di  $r$ , e del fatto che  $C_2$  è connesso nel punto di mezzo tra due resistenze (uguali)  $R$ :

$$V_{C_1} = \frac{1}{2}(E - rI) = 7 \text{ } V \quad (21)$$

$$U_{C_1} = \frac{1}{2}C_1 V_{C_1}^2 = 49 \text{ } \mu J \quad (22)$$