

**Prova scritta di**  
**FISICA PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A e C**  
**e**  
**FISICA PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA'**  
**10.9.2009**

**Esercizio 1 - Meccanica**

Una bilancia è formata da una molla verticale di costante elastica  $k$ , massa trascurabile e lunghezza a riposo  $L$  sormontata da un piatto di massa  $m$ , appoggiata sul pavimento, come in figura.

**Domanda n. 1:** Qual è la lunghezza della molla con il solo piatto?

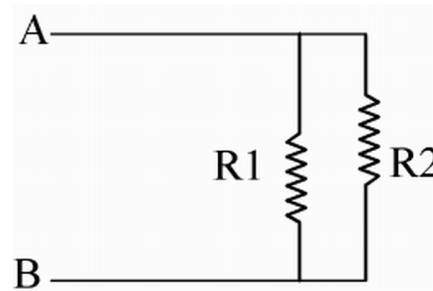
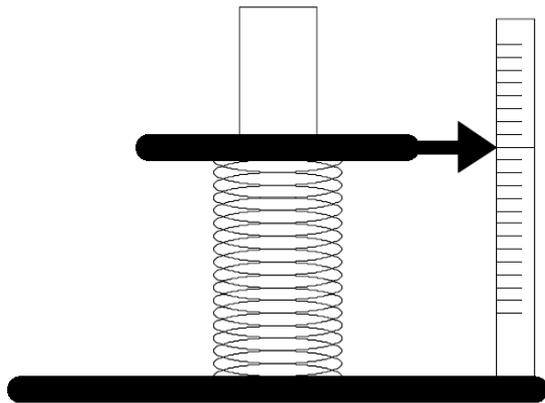
Un corpo di massa  $M$  viene appoggiato delicatamente sul piatto della bilancia (senza spostarlo dalla posizione di equilibrio iniziale), e poi lasciato andare. Il piatto comincia ad oscillare.

**Domanda n. 2:** A quale lunghezza della molla corrisponde il centro delle oscillazioni?

**Domanda n. 3:** Quali sono la lunghezza minima e massima che la molla assume durante le oscillazioni?

**Domanda n. 4:** Qual è il periodo delle oscillazioni?

**Domanda n. 5:** Sostituire i valori numerici  $k = 800 \text{ N/m}$ ,  $L = 0.25 \text{ m}$ ,  $m = 0.8 \text{ kg}$ , e  $M = 3.2 \text{ kg}$ , nelle espressioni trovate sopra e fornire i risultati numerici per le grandezze richieste.



**Esercizio 2 - Elettromagnetismo**

Un condensatore di capacità  $C = 5 \times 10^{-5} \text{ F}$  è stato caricato con una differenza di potenziale tra le armature pari a  $V = 300 \text{ V}$ .

**Domanda n. 6:** Calcolare il modulo della carica immagazzinata inizialmente su ciascuna piastra del condensatore.

**Domanda n. 7:** Calcolare l'energia immagazzinata inizialmente nel condensatore.

All'istante  $t = 0$  il condensatore viene collegato ai terminali  $A$  e  $B$  del circuito mostrato in figura, con le resistenze  $R_1 = 6000 \Omega$  e  $R_2 = 4000 \Omega$ .

**Domanda n. 8:** Calcolare dopo quanto tempo la carica contenuta nel condensatore è diminuita a  $1/e$  del valore iniziale.

**Domanda n. 9:** Calcolare come varia nel tempo la corrente che passa in  $R_1$ .

**Domanda n. 10:** Calcolare l'energia totale dissipata in  $R_1$ .

**Domanda n. 11:** Calcolare la potenza istantanea dissipata in  $R_1$ .

# Soluzioni

## Esercizio 1

**Risposta alla domanda n. 1:** Quando il piatto (di massa  $m$ ) è appoggiato sulla molla si ha equilibrio quando la forza elastica eguaglia la forza peso del piatto stesso:

$$mg = k\Delta x \quad (1)$$

$$L_{molla\_scarica} = L - \Delta x = L - \frac{mg}{k} \quad (2)$$

**Risposta alla domanda n. 2:** Il centro delle oscillazioni corrisponde alla condizione di equilibrio:

$$(m + M)g = k\Delta x \quad (3)$$

$$L_{molla\_carica} = L - \Delta x = L - \frac{(m + M)g}{k} \quad (4)$$

**Risposta alla domanda n. 3:** La lunghezza massima (e minima) della molla durante le oscillazioni dipende dalle condizioni iniziali: dato che il corpo  $M$  viene appoggiato fermo, essa corrisponde al valore trovato in (2). L'ampiezza delle oscillazioni corrisponde quindi alla differenza tra i valori (2) e (4):

$$L_{max} = L_{molla\_scarica}$$

$$Amp = L_{molla\_scarica} - L_{molla\_carica}$$

$$L_{min} = L_{molla\_carica} - Amp = 2L_{molla\_carica} - L_{molla\_scarica}$$

**Risposta alla domanda n. 4:** Per il periodo delle oscillazioni si ha:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + M}{k}}$$

**Risposta alla domanda n. 5:** Valori numerici:

$$L_{molla\_scarica} = 0.24 \text{ m}$$

$$L_{molla\_carica} = 0.201 \text{ m}$$

$$L_{min} = 0.162 \text{ m}$$

$$T = 0.444 \text{ s}$$

## Esercizio 2

**Risposta alla domanda n. 6:** La carica vale:

$$Q = C \times V = 0.015 \text{ C} \quad (5)$$

**Risposta alla domanda n. 7:** L'energia inizialmente nel condensatore è:

$$E = \frac{1}{2}CV^2 = 2.25 \text{ J} \quad (6)$$

**Risposta alla domanda n. 8:** La resistenza equivalente è data dal parallelo di  $R_1$  e  $R_2$ :

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 2400 \text{ } \Omega \quad (7)$$

**Risposta alla domanda n. 9:** La costante tempo del circuito vale:

$$\tau = R_{eq}C = 0.12 \text{ s} \quad (8)$$

**Risposta alla domanda n. 10:** La corrente che scorre in  $R_1$  varia secondo la legge:

$$I(t) = I_0 e^{-t/\tau} \quad (9)$$

$$I_0 = \frac{V}{R_1} = 0.05 \text{ A} \quad (10)$$

**Risposta alla domanda n. 11:** L'energia totale dissipata in  $R_1$  è la frazione dell'energia totale riportata in (6) ripartita tra le resistenze proporzionalmente al loro inverso:

$$f_1 = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 0.4 \quad (11)$$

$$E_1 = f_1 E = 0.9 \text{ J} \quad (12)$$

**Risposta alla domanda n. 12:** La potenza istantanea dissipata in  $R_1$  vale:

$$W_1(t) = \frac{1}{2} R_1 I(t)^2 = \frac{1}{2} R_1 I_0^2 e^{-2t/\tau} = 1.19 e^{-16.67t} \quad (13)$$