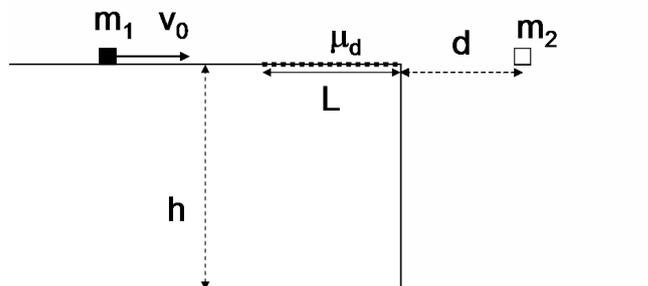


Prova scritta di
FISICA PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A, B e C
e
FISICA PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA'
(riservato a studenti lavoratori e fuori corso)
2.03.2010

Esercizio 1 - Meccanica

Un corpo di massa $m_1 = 5 \text{ kg}$ sta scivolando senza attrito lungo un piano orizzontale sopraelevato che si trova ad un'altezza $h = 50 \text{ m}$ rispetto al suolo (vedi figura) con velocità $v_0 = 20 \text{ m/s}$ e incontra lungo il suo cammino un tratto scabro di lunghezza $L = 10 \text{ m}$ nel quale il coefficiente di attrito dinamico corpo/piano è $\mu_d = 0.1$.

Si assuma $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ e si supponga che la resistenza dell'aria sia trascurabile.



Domanda n. 1: Si calcoli (prima con una formula algebrica e poi numericamente) la velocità del corpo alla fine del tratto scabro.

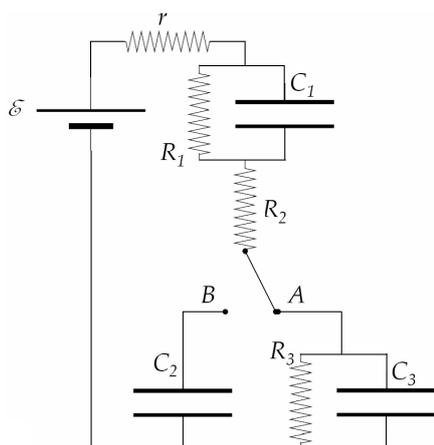
Al termine del tratto scabro il corpo continua il suo moto in caduta libera. Nello stesso istante in cui il corpo di massa m_1 lascia il piano orizzontale un corpo di massa identica ($m_2 = 5 \text{ kg}$) situato alla stessa altezza h dal suolo e ad una distanza $d = 40 \text{ m}$ dalla fine del piano viene lasciato libero in condizione di quiete.

Domanda n. 2: Si calcoli (prima con una formula algebrica e poi numericamente) l'altezza rispetto al suolo del punto di impatto fra i due corpi.

Domanda n. 3: Se l'urto fra i due corpi è di tipo completamente anelastico si calcoli (prima con una formula algebrica e poi numericamente) il modulo della velocità dei due corpi uniti immediatamente dopo l'urto anelastico.

Domanda n. 4: Si calcoli il modulo della velocità dei due corpi al momento dell'impatto al suolo.

Esercizio 2 - Elettromagnetismo



Il circuito elettrico mostrato in figura si compone delle resistenze $r = 1\Omega$, delle tre resistenze uguali $R_1 = R_2 = R_3 = 3\Omega$, e dei condensatori di capacità $C_1 = 30 \mu\text{F}$, $C_2 = 30 \mu\text{F}$, $C_3 = 100 \mu\text{F}$. Il generatore di tensione ha un valore nominale di $\mathcal{E} = 20 \text{ V}$.

L'interruttore/deviatore all'inizio è posizionato in configurazione A. Una volta che il circuito ha raggiunto lo stato stazionario, calcolare (prima con una formula algebrica e poi numericamente):

Domanda n. 5: la potenza totale dissipata nel circuito;

Domanda n. 6: il modulo della carica presente su ciascuna armatura del condensatore C_1 .

Ad un certo istante il deviatore viene spostato nella configurazione B. In questa situazione si calcoli:

Domanda n. 7: dopo quanto tempo la carica sul condensatore C_3 si riduce ad $1/10$ del valore inizialmente presente su di esso.

Domanda n. 8: Si calcoli l'energia immagazzinata nel condensatore C_2 , una volta che lo stato stazionario è stato raggiunto nella nuova configurazione.

Soluzioni

Esercizio 1

Risposta alla domanda n. 1: Lungo il tratto scabro di lunghezza L sul corpo agisce una forza di attrito dinamico f_d opposta al moto, di intensità

$$f_d = -\mu_d N = -\mu_d m_1 g$$

La velocità v_1 del corpo alla fine del tratto scabro deriva quindi dal teorema dell'energia cinetica tenendo conto del lavoro fatto dalla forza di attrito:

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2\mu_d g L} = 19.5 \text{ m/s}$$

Il corpo prosegue il suo moto in caduta libera partendo dall'altezza h con una velocità iniziale v_1 diretta lungo l'orizzontale. Lungo l'asse verticale il suo moto è quello di un grave che viene lasciato in condizioni iniziali di quiete:

$$y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$$

La stessa equazione vale per il secondo corpo, che si trova a distanza d lungo l'orizzontale: i due corpi hanno quindi la stessa quota per qualunque istante si consideri. Data la velocità iniziale del primo corpo, i due si scontrano al tempo t_u corrispondente all'istante in cui l'ascissa del corpo 1 raggiunge il valore d :

$$t_u = \frac{d}{v_1} = 2.05 \text{ s}$$

Risposta alla domanda n. 2:

$$y_u = h - \frac{1}{2} g t_u^2 = h - \frac{1}{2} g \left(\frac{d}{v_1} \right)^2 = 29.4 \text{ m}$$

Risposta alla domanda n. 3: Se l'urto è completamente anelastico, i due corpi continuano uniti insieme; nell'urto si conserva la quantità di moto:

$$m_1 \vec{v}_1(t_u) + m_2 \vec{v}_2(t_u)$$

La conservazione vale separatamente per le componenti: tenendo conto che i due corpi hanno la stessa componente verticale, mentre solo il primo corpo ha una componente orizzontale, e indicando con v_{fx} e v_{fy} le componenti delle velocità dopo l'urto, si ottiene:

$$\begin{aligned} v_{fx} &= \frac{m_1 v_1 + 0}{m_1 + m_2} = \frac{v_1}{2} \\ v_{fy} &= -g \frac{d}{v_1} \\ |v_f| &= \sqrt{\left(\frac{v_1}{2} \right)^2 + \left(\frac{gd}{v_1} \right)^2} = 22.4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 4: Analogamente a quanto fatto per la domanda precedente, il modulo della velocità dei due corpi al momento dell'impatto al suolo vale:

$$|v_s| = \sqrt{\left(\frac{v_1}{2} \right)^2 + 2gh} = 32.8 \text{ m/s}$$

Esercizio 2

Risposta alla domanda n. 5: La corrente totale che circola nel circuito si trova considerando la composizione in serie delle quattro resistenze:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{tot}} = 2 A$$

La potenza totale dissipata vale quindi:

$$P = \mathcal{E}I = 40 W$$

Risposta alla domanda n. 6: La carica presente sulle armature di C_1 è proporzionale alla differenza di potenziale presente ai capi del condensatore e alla sua capacità:

$$\begin{aligned}\Delta V_1 &= R_1 I \\ Q_1 &= C_1 \Delta V_1 = C_1 R_1 I = 180 \mu C\end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 7: Nel momento in cui il deviatore viene spostato nella configurazione B, la carica che si trova sulle armature di C_3 fluisce in R_3 con un andamento esponenziale caratterizzato dalla costante tempo τ_3 ; il tempo richiesto vale quindi:

$$\begin{aligned}\tau_3 &= RC_3 \\ Q_3(t) &= Q_3(0)e^{-t/\tau_3} \\ \frac{1}{10} &= \frac{Q_3(t^*)}{Q_3(0)} = e^{-t^*/\tau_3} \\ t^* &= \ln(10) \tau_3 = 6.9 \cdot 10^{-4} s\end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 8: Nella nuova configurazione non scorre corrente e i due condensatori C_1 e C_2 sono in serie. Dato che hanno uguale capacità, la differenza di potenziale ai capi è uguale, e vale $\mathcal{E}/2$. L'energia immagazzinata in C_2 vale quindi:

$$U_2 = \frac{1}{2} C_2 \Delta V_2^2 = 1.5 mJ$$