

Prova scritta di FISICA

PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A, B e C (ord. 509)
PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA' (ord. 509)
PER BIOLOGIA A, B e C (ord. 270)
(riservato a studenti lavoratori e fuori corso)
15.11.2010

Esercizio A: Meccanica

Una persona di massa M cade atterrando su un telone teso dai soccorritori dopo aver percorso un tragitto verticale lungo h (partendo da ferma). Il telone frena la caduta deformandosi verso il basso di una altezza d .

Assumendo che il comportamento del telone sia assimilabile a quello di una molla ideale, calcolare:

Domanda n. 1: la velocità della persona quando arriva sul telone (si supponga trascurabile ogni attrito esercitato dall'aria);

Domanda n. 2: la costante elastica equivalente del telone;

Domanda n. 3: la deformazione che il telone assume all'equilibrio quando la stessa persona vi giace sopra in quiete;

Domanda n. 4: il tempo che intercorre tra l'istante in cui la persona passa dalla posizione di equilibrio e quello in cui il telone assume la massima deformazione;

Domanda n. 5: l'accelerazione media subita dalla persona in questo tempo.

Domanda n. 6: Rispondere alle domande precedenti utilizzando i valori: $M = 80 \text{ kg}$, $h = 18 \text{ m}$, $d = 1.5 \text{ m}$.

Esercizio B: Elettromagnetismo

Si consideri il sistema costituito da un cilindro cavo sottile di raggio R e altezza infinita su cui è distribuita una carica con densità superficiale $\sigma > 0$ costante.

Lungo l'asse del cilindro si trova un filo rettilineo infinito uniformemente carico con densità lineare di carica $\lambda > 0$.

Determinare:

Domanda n. 7: il campo elettrico (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio;

Domanda n. 8: il lavoro necessario per portare una carica puntiforme $q > 0$ da un punto B a distanza R_B dall'asse del cilindro a un punto A a distanza R_A ($R_B > R_A > R$), sapendo che la carica è in quiete sia in A che in B;

Domanda n. 9: la velocità della carica puntiforme q (di massa m) quando torna nel punto B dopo essere stata lasciata libera di muoversi;

Domanda n. 10: come cambiano le risposte alle domande precedenti se il cilindro cavo sottile è sostituito da un cilindro cavo conduttore scarico di altezza infinita, raggio interno R_1 e raggio esterno R .

Soluzioni

Esercizio A: Meccanica

Risposta alla domanda n. 1: Applicando la conservazione dell'energia meccanica tra le posizioni iniziale (all'inizio della caduta) e finale (nell'istante in cui tocca il telone) della persona si ha:

$$mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

$$v = \sqrt{2gh} = 18.8 \text{ m/s} \quad (2)$$

Risposta alla domanda n. 2: La conservazione dell'energia può essere considerata anche per la molla-telone:

$$mgh + 0 = -mgd + \frac{1}{2}kd^2 \quad (3)$$

$$k = \frac{2mg(h+d)}{d^2} = 13600 \text{ N/m} \quad (4)$$

Anche in questo caso il punto di riferimento per l'energia potenziale è stato scelto come la posizione iniziale del telone.

Risposta alla domanda n. 3: La posizione di equilibrio si ha quando la forza elastica bilancia la forza peso: questo si ha quando il telone si *sposta verso il basso* della quantità Δ data da:

$$\Delta = \frac{mg}{k} = 0.06 \text{ m}$$

Risposta alla domanda n. 4: Il sistema persona-telone compie oscillazioni armoniche intorno alla posizione di equilibrio. Il tempo richiesto corrisponde quindi a un quarto di periodo:

$$t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}} = 0.12 \text{ s}$$

Risposta alla domanda n. 5: L'accelerazione media è data dalla variazione di velocità diviso il tempo; prendendo come velocità iniziale $\omega = 2\pi/T$ per l'ampiezza dell'oscillazione $d - \Delta$ e velocità finale 0, si ottiene:

$$a_{media} = \frac{0 - \omega(d - \Delta)}{T/4} = -\frac{2\omega^2(d - \Delta)}{\pi} = -156 \text{ m/s}^2$$

Risposta alla domanda n. 6:

$$v = 18.8 \text{ m/s}$$

$$k = 13600 \text{ N/m}$$

$$\Delta = 0.06 \text{ m}$$

$$t = 0.12 \text{ s}$$

$$a_{media} = -156 \text{ m/s}^2$$

Esercizio B: Elettromagnetismo

Data la simmetria cilindrica del problema useremo le coordinate cilindriche (r, θ, z) .

Risposta alla domanda n. 7: Per $r < R$, il campo elettrico è quello del filo carico infinito, ossia

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r}$$

Per $r > R$, il campo elettrico è dato dalla sovrapposizione dei campi generati dal filo e dal cilindro cavo

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\lambda + 2\pi R\sigma}{2\pi\epsilon_0} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r}$$

Risposta alla domanda n. 8: Poiché la carica q è in quiete sia in A che in B, $\Delta K = 0$, quindi il lavoro necessario per portare la carica da B ad A è

$$W = \Delta U = q(V(A) - V(B)) = q \frac{\lambda + 2\pi R\sigma}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_B}{R_A}\right)$$

Risposta alla domanda n. 9: Una volta lasciata libera di muoversi nel punto A, la carica è accelerata dal campo elettrico e raggiunge il punto B con una velocità v che si ottiene dalla conservazione dell'energia

$$v = \left(\frac{q}{m} \frac{\lambda + 2\pi R\sigma}{\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_B}{R_A}\right) \right)^{1/2}$$

Risposta alla domanda n. 10: Sul cilindro conduttore, globalmente scarico, viene indotta una carica elettrica sia sulla superficie interna che su quella esterna, con densità, rispettivamente, σ_{int} e σ_{est} date da

$$\sigma_{int} = -\frac{\lambda}{2\pi R_1} \quad \sigma_{est} = \frac{\lambda}{2\pi R}$$

Il campo elettrico è nullo dentro il conduttore ($R_1 < r < R$) mentre all'esterno è

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r}$$

quindi il lavoro per portare la carica q da B a A diventa

$$W = \Delta U = q(V(A) - V(B)) = \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_B}{R_A}\right)$$

e la velocità della carica quando torna in B

$$v = \left(\frac{q}{m} \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_B}{R_A}\right) \right)^{1/2}$$