

**Prova scritta di FISICA**  
**PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A, B e C (ord. 509)**  
**PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA' (ord. 509)**  
**PER BIOLOGIA A, B e C (ord. 270)**  
**05.06.2012**

### **Esercizio A: Meccanica**

Un corpo di massa  $m_1$  si muove — su un piano orizzontale senza attrito — di moto rettilineo uniforme con velocità ignota. Ad un certo istante urta in modo completamente anelastico un corpo di massa  $m_2$ , inizialmente in quiete, attaccato ad un'estremità di una molla ideale di costante elastica  $k$  che ha l'altra estremità fissata ad un muro.

Sapendo che prima dell'urto la molla si trova nella configurazione di equilibrio e che in seguito all'urto la massima compressione è  $d$ , determinare:

**Domanda n. 1:** la velocità dei due corpi subito dopo l'urto;

**Domanda n. 2:** la velocità del corpo di massa  $m_1$  subito prima dell'urto;

**Domanda n. 3:** l'energia dissipata nell'urto;

**Domanda n. 4:** il periodo di oscillazione;

**Domanda n. 5:** il lavoro compiuto dalla molla in un periodo.

### **Esercizio B: Elettromagnetismo**

Si consideri un piano infinito uniformemente carico con densità superficiale di carica  $\sigma > 0$ . Prendendo l'asse  $z$  perpendicolare al piano e orientato verso l'alto, siano A, B e C tre punti di coordinate, rispettivamente,  $[x_1, 0, z_1]$ ,  $[x_1, 0, z_2]$  e  $[x_2, 0, z_2]$ , con  $x_1 < x_2$  e  $0 < z_1 < z_2$ . Calcolare:

**Domanda n. 6:** la differenza di potenziale  $V(A) - V(B)$  tra i punti A e B;

**Domanda n. 7:** la differenza di potenziale  $V(C) - V(B)$  tra i punti C e B.

Ad un certo istante, una carica puntiforme  $q < 0$  di massa  $m$  viene sparata dalla superficie del piano carico con una velocità di modulo  $v_0$  inclinata di un angolo  $\vartheta$  rispetto al piano, con  $0 < \vartheta < \pi/2$ . Determinare:

**Domanda n. 8:** la massima distanza dal piano raggiunta dalla carica;

**Domanda n. 9:** il lavoro compiuto dal campo elettrico dal punto di partenza al punto di massima altezza;

**Domanda n. 10:** l'accelerazione della carica (modulo, direzione e verso).

# Soluzioni

## Esercizio A: Meccanica

**Risposta alla domanda n. 1:** L'energia meccanica del sistema si conserva durante il moto successivo all'urto, quindi chiamando  $V$  il modulo della velocità dei due corpi subito dopo l'urto si ha

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = \frac{1}{2}kd^2$$

da cui segue che

$$V = d\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$$

**Risposta alla domanda n. 2:** La velocità  $v_{1,0}$  del corpo di massa  $m_1$  subito prima dell'urto si ottiene dalla conservazione della quantità di moto

$$v_{1,0} = \frac{m_1 + m_2}{m_1}V = \frac{d}{m_1}\sqrt{k(m_1 + m_2)}$$

**Risposta alla domanda n. 3:** L'energia dissipata durante l'urto è:

$$\Delta E = \frac{1}{2}m_1v_{1,0}^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = \frac{km_2}{2m_1}d^2$$

**Risposta alla domanda n. 4:** Il periodo di oscillazione è quello di un oscillatore armonico di massa  $m_1 + m_2$  e costante elastica  $k$ , ossia

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$$

**Risposta alla domanda n. 5:** Il lavoro compiuto dalla molla in un periodo è nullo, infatti la forza elastica è una forza conservativa e quindi il lavoro compiuto lungo un qualunque percorso chiuso (i.e. in cui il punto di arrivo coincide con quello di partenza) è nullo.

## Esercizio B: Elettromagnetismo

**Risposta alla domanda n. 6:** Nel semispazio con  $z > 0$ , il campo elettrico generato dal piano infinito è  $\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{\mathbf{z}}$  e la differenza di potenziale

$$V(A) - V(B) = -\int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}(z_2 - z_1)$$

**Risposta alla domanda n. 7:** I piani paralleli al piano carico sono superfici equipotenziali, quindi  $V(C) - V(B) = 0$ .

**Risposta alla domanda n. 8:** La carica è soggetta unicamente al campo elettrico che è conservativo, quindi l'energia meccanica si conserva.

$$\Delta U = q(V_{fin} - V_{in}) = -\Delta K = K_{in} - K_{fin}$$

Inoltre il campo è ortogonale al piano carico, di conseguenza la componente parallela al piano della velocità è costante e vale  $v_x = v_0 \cos \vartheta$ , valore che coincide con la velocità nel punto di massima altezza. Da cui segue che

$$\Delta U = -q\frac{\sigma}{2\epsilon_0}(z_{fin} - z_{in}) = -\Delta K = \frac{1}{2}mv_0^2(1 - \cos^2 \vartheta)$$

e

$$h_{max} = (z_{fin} - z_{in}) = -\frac{\varepsilon_0 m v_0^2 \sin^2 \vartheta}{q\sigma}$$

**Risposta alla domanda n. 9:** Il lavoro compiuto dal campo elettrico dal punto di partenza a quello di massima altezza è

$$W_E = \Delta K = \frac{1}{2} m v_0^2 (\cos^2 \vartheta - 1) = -\frac{1}{2} m v_0^2 \sin^2 \vartheta$$

**Risposta alla domanda n. 10:** L'accelerazione della carica è diretta perpendicolarmente al piano ed essendo  $q < 0$ , risulta orientata verso il basso,

$$\mathbf{a} = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0 m} \hat{\mathbf{z}}$$