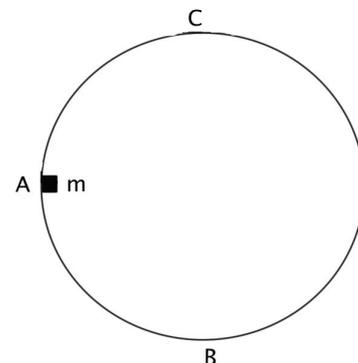


Prova scritta di FISICA
PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A, B e C (ord. 509)
PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA' (ord. 509)
PER BIOLOGIA A, B e C (ord. 270)
07.09.2012

Esercizio A: Meccanica

Nelle risposte indicare sia l'espressione algebrica sia il valore numerico.

Un corpo di massa $m = 0.5 \text{ kg}$ scivola lungo una guida liscia circolare di raggio $R = 4 \text{ m}$ disposta verticalmente come mostrato in figura. Nell'istante iniziale il corpo si trova nel punto A e si muove verso il basso con una velocità di modulo $v_o = 12 \text{ m/s}$. Tenendo conto della presenza del campo gravitazionale uniforme \mathbf{g} , determinare:



Domanda n. 1: il modulo della reazione vincolare nel punto B;

Domanda n. 2: il modulo della reazione vincolare nel punto C nel caso in cui il corpo riesca a compiere un giro completo;

Domanda n. 3: il valore minimo della velocità iniziale $v_{o,min}$ affinché il corpo riesca a compiere un giro completo senza staccarsi dalla guida.

Si supponga ora che $v_o = 2v_{o,min}$ e che una corpo di massa M sia disposto in quiete nel punto B dopo che il corpo di massa m è transitato la prima volta in quello stesso punto. Quest'ultimo, dopo aver compiuto un giro completo, urta in modo perfettamente anelastico il corpo M . Determinare:

Domanda n. 4: il modulo della velocità V dei due corpi subito dopo l'urto;

Domanda n. 5: il valore massimo della massa M affinché i due corpi riescano a compiere un giro completo.

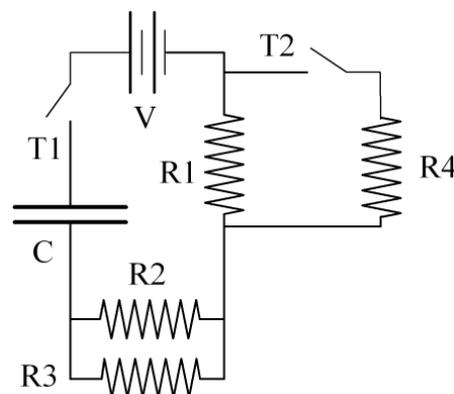
Esercizio B: Elettromagnetismo

Nelle risposte indicare sia l'espressione algebrica sia il valore numerico.

Il circuito mostrato in figura contiene due interruttori ideali inizialmente aperti. Se si chiude solamente l'interruttore T_1 ,

Domanda n. 6: quanto vale la costante tempo caratteristica del circuito?

Domanda n. 7: Quanto vale la carica presente sul condensatore in condizioni stazionarie?



Dopo che il circuito ha raggiunto lo stato stazionario in queste condizioni, si toglie la batteria sostituendola con un filo conduttore di resistenza trascurabile e si chiude l'interruttore T_2 .

Domanda n. 8: Si calcoli la costante tempo caratteristica del circuito così modificato.

Domanda n. 9: Si calcoli in quanto tempo la carica sul condensatore diminuisce di un fattore $1/5$.

Domanda n. 10: Si determinino la carica sul condensatore e la corrente nel circuito quando viene raggiunto il nuovo stato stazionario.

Valori numerici: $V = 10 \text{ V}$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 20 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 5 \text{ k}\Omega$, $C = 10 \mu\text{F}$

Soluzioni

Esercizio A: Meccanica

Risposta alla domanda n. 1: Dalla conservazione dell'energia meccanica si ricava immediatamente il modulo della velocità v_B del corpo nel punto B:

$$v_B = \sqrt{v_o^2 + 2gR} = 14.9 \text{ m/s} \quad (1)$$

Applicando la seconda legge di Newton al corpo m nel punto B, si ottiene l'espressione della reazione vincolare

$$N_B = m \left(\frac{v_B^2}{R} + g \right) = m \left(\frac{v_o^2}{R} + 3g \right) = 32.7 \text{ N}$$

Risposta alla domanda n. 2: Analogamente, nel punto C si ottiene:

$$v_C = \sqrt{v_o^2 - 2gR} = 8.1 \text{ m/s}$$
$$N_C = m \left(\frac{v_C^2}{R} - g \right) = m \left(\frac{v_o^2}{R} - 3g \right) = 3.3 \text{ N}$$

Risposta alla domanda n. 3: Affinché il corpo riesca a compiere un giro completo, deve arrivare nel punto C senza staccarsi dalla guida, quindi $N_C > 0$, da cui segue che

$$v_o > \sqrt{3gR}$$

Risposta alla domanda n. 4: sostituendo $v_o = 2\sqrt{3gR}$ nell'equazione 1, si ottiene il valore v_B della velocità del corpo m subito prima dell'urto

$$v_B = \sqrt{14gR}$$

Il valore della velocità finale V dei due corpi subito dopo l'urto si ottiene banalmente dalla conservazione della quantità di moto

$$V = \frac{m}{m+M} v_B = \frac{m}{m+M} \sqrt{14gR}$$

Risposta alla domanda n. 5: Seguendo la stessa linea di ragionamento mostrata nel punto 3, segue che V deve essere maggiore di $\sqrt{5gR}$ per permettere ai due corpi di compiere un giro completo, da cui segue che

$$M < m \frac{\sqrt{14} - \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

Esercizio B: Elettromagnetismo

Risposta alla domanda n. 6:

$$\tau_1 = \left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right) C = 0.2 \text{ s}$$

Risposta alla domanda n. 7:

$$Q = VC = 100 \mu C$$

Risposta alla domanda n. 8:

$$\tau_2 = \left(\frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right) C = 0.13 \text{ s}$$

Risposta alla domanda n. 9:

$$T = -\tau_2 \ln \frac{4}{5} = 0.03 \text{ s}$$

Risposta alla domanda n. 10: Quando il circuito raggiunge il nuovo stato stazionario sia la carica che la corrente sono nulle.