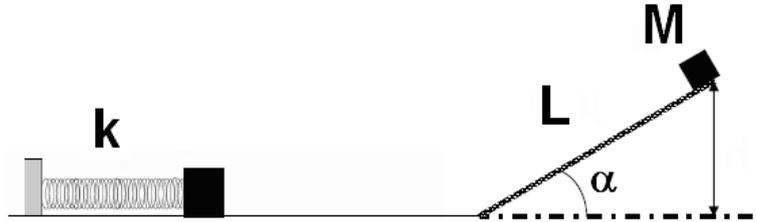


Prova scritta di FISICA
PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A, B e C (ord. 509)
PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA' (ord. 509)
PER BIOLOGIA A, B e C (ord. 270)
(riservato a studenti lavoratori e fuori corso)
07.11.2012

Esercizio A: Meccanica

Un corpo di massa M è posto su un piano liscio inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale, inizialmente fermo, poi viene lasciato libero di muoversi.



Domanda n. 1: Trovare il modulo della forza totale agente sul corpo.

Domanda n. 2: Scrivere l'espressione per il lavoro svolto da questa forza quando il corpo scende sul piano di un tratto generico d .

Domanda n. 3: Calcolare la velocità con cui il corpo arriva in fondo al piano, supponendo che questo abbia lunghezza L , verificando che il risultato sia lo stesso utilizzando la conservazione dell'energia meccanica o il teorema dell'energia cinetica.

L'estremità inferiore del piano è raccordata ad un piano orizzontale anch'esso liscio. Il corpo continua a muoversi lungo il piano orizzontale finché non urta e rimane attaccato ad una molla di massa trascurabile e costante elastica k inizialmente in posizione di equilibrio, con l'altra estremità fissata ad una parete.

Domanda n. 4: Calcolare il periodo e l'ampiezza massima di oscillazione del corpo.

Domanda n. 5: Sostituire i valori numerici $M = 6 \text{ kg}$, $L = 15 \text{ m}$, $k = 650 \text{ N/m}$, $\alpha = 25^\circ$ nelle espressioni trovate sopra e fornire i risultati numerici per tutte le domande.

Esercizio B: Elettromagnetismo

Nel piano $\{x, y\}$ si trova un anello di raggio A con centro nell'origine, che ha una distribuzione di carica lineare omogenea λ (positiva).

Domanda n. 6: Calcolare il vettore campo elettrico in un punto generico dell'asse z (di coordinate $[0, 0, z]$).

Domanda n. 7: Calcolare il potenziale elettrostatico nello stesso punto.

Nel punto $P = [0, 0, D]$ si trova un corpo di massa m e carica negativa $-q$ ($q > 0$), inizialmente fermo; si supponga $D \gg A$.

Domanda n. 8: Si trovi il modulo della velocità con cui il corpo arriva nell'origine.

Si supponga ora che la carica $-q$ possa muoversi solamente lungo l'asse z e che si trovi quasi ferma nelle vicinanze dell'origine.

Domanda n. 9: Calcolare il modulo della forza elettrostatica agente su di essa in un punto generico (vicino all'origine) di coordinata $[0, 0, z]$ (si valuti cosa succede sia per $z > 0$ che per $z < 0$, con $A \gg |z|$).

Domanda n. 10: Nel limite di $A \gg |z|$, la carica si muove di moto armonico semplice. Determinare il periodo delle piccole oscillazioni.

Soluzioni

Esercizio A: Meccanica

Risposta alla domanda n. 1:

$$|F| = Mg \sin \alpha$$

Risposta alla domanda n. 2:

$$\mathcal{L} = Mg \sin \alpha d$$

Risposta alla domanda n. 3: Se si applica il teorema dell'energia cinetica si ha:

$$\begin{aligned}\Delta K &= \mathcal{L} \\ \frac{1}{2}Mv^2 - 0 &= Mg \sin \alpha L \\ v &= \sqrt{2g \sin \alpha L}\end{aligned}$$

Se si utilizza la conservazione dell'energia meccanica e l'energia potenziale gravitazionale si ha:

$$\begin{aligned}K + U &= \text{costante} \\ \frac{1}{2}Mv^2 &= Mgh = Mg \sin \alpha L\end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 4:

$$\begin{aligned}T &= 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} \\ A_{max} &= v_{max}\sqrt{\frac{M}{k}} \\ A_{max} &= \sqrt{2gL\frac{M}{k}\sin\alpha}\end{aligned}$$

dato che il corpo resta attaccato alla molla quando questa è a riposo.

Risposta alla domanda n. 5:

$$\begin{aligned}|F| &= 24.9 \text{ N} \\ v &= 11.15 \text{ m/s} \\ T &= 0.60 \text{ s} \\ A_{max} &= 1.07 \text{ m}\end{aligned}$$

Esercizio B: Elettromagnetismo

Risposta alla domanda n. 6:

$$\vec{E} = \left[0, 0, \frac{1}{2\varepsilon_0} \frac{zA\lambda}{(A^2 + z^2)^{3/2}} \right]$$

Risposta alla domanda n. 7:

$$U = \frac{1}{2\varepsilon_0} \frac{A\lambda}{\sqrt{A^2 + z^2}}$$

Risposta alla domanda n. 8: Applicando la conservazione dell'energia totale, si ha:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{q\lambda}{2\varepsilon_0} = -\frac{q\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{A}{\sqrt{A^2 + D^2}}$$

dato che $D \gg A$, l'espressione si può approssimare:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 - \frac{q\lambda}{2\varepsilon_0} &= -\frac{q\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{A}{D} \\ v &= \sqrt{\frac{q\lambda}{m\varepsilon_0} \left[1 - \frac{A}{D} \right]} \sim \sqrt{\frac{q\lambda}{m\varepsilon_0}} \end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 9:

$$\begin{aligned} F_z &= -qE_z \\ &= -\frac{q\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{zA}{(A^2 + z^2)^{3/2}} \sim -\frac{q\lambda}{2\varepsilon_0 A^2} z \end{aligned}$$

Risposta alla domanda n. 10: La forza risultante è di tipo elastico, quindi la carica si muove di moto oscillatorio semplice (nei limiti di $|z| \ll A$), con periodo dato dalla espressione:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m2\varepsilon_0 A^2}{q\lambda}}$$