

## Prova scritta di FISICA

PER SCIENZE BIOLOGICHE MOLECOLARI A, B e C (ord. 509)  
PER SCIENZE ECOLOGICHE E DELLA BIODIVERSITA' (ord. 509)  
PER BIOLOGIA A, B e C (ord. 270)  
22.01.2013

### Esercizio A: Meccanica

Un corpo di massa  $M$  si trova fermo su un piano orizzontale senza attrito. Ad un certo istante viene urtato (in modo completamente anelastico) da un proiettile di massa  $m$  con velocità orizzontale  $v_0$ . Determinare:

**Domanda n. 1:** la velocità  $v_1$  dei due corpi dopo l'urto;

**Domanda n. 2:** l'energia dissipata nell'urto.

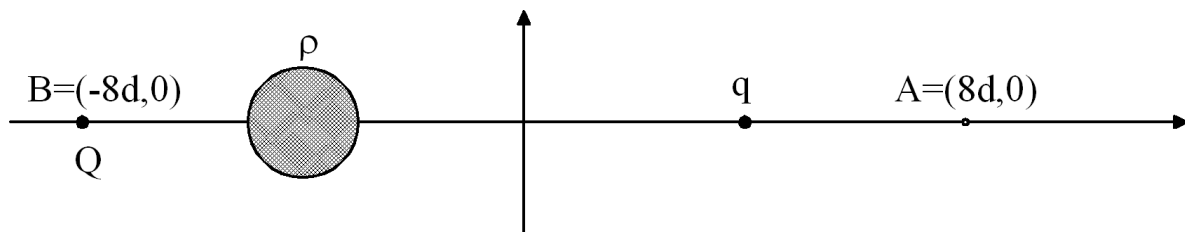
I due corpi proseguono sul piano e vanno a comprimere una molla di massa trascurabile e costante elastica  $k$  inizialmente in posizione di equilibrio, con l'altra estremità fissata ad una parete. Determinare:

**Domanda n. 3:** la massima compressione della molla;

**Domanda n. 4:** il tempo intercorso tra l'impatto dei due corpi sulla molla e il momento in cui si arrestano per la prima volta.

Utilizzando i valori  $M = 1 \text{ kg}$ ,  $m = 80 \text{ g}$ ,  $v_0 = 40 \text{ m/s}$ ,  $k = 45 \text{ N/m}$ ,

**Domanda n. 5:** calcolare i risultati numerici delle domande precedenti.



### Esercizio B: Elettromagnetismo

In un sistema di assi cartesiani  $(x, y)$  una carica  $q > 0$  è posta nel punto  $(4d, 0)$ , con  $d > 0$ , mentre il centro di una sfera non conduttrice uniformemente carica, di raggio  $d$  e densità di carica  $\rho = -3q/(4\pi d^3)$ , si trova in  $(-4d, 0)$  (vedi figura).

Si determini:

**Domanda n. 6:** il vettore campo elettrico nell'origine degli assi;

**Domanda n. 7:** il vettore campo elettrico nel punto  $A = (8d, 0)$ ;

**Domanda n. 8:** il modulo della forza agente su una carica  $Q$  posta nel punto  $B = (-8d, 0)$ .

Si sostituisca ora la carica  $q$  con una carica uguale e di segno opposto.

Se un elettrone, di carica  $-e$  e massa  $m_e$ , parte da molto lontano sull'asse delle  $y$  diretto verso l'origine degli assi:

**Domanda n. 9:** quale dovrà essere la sua velocità iniziale affinché possa arrivare in  $(0, 0)$  con velocità nulla?

**Domanda n. 10:** Se al posto della sfera uniformemente carica ci fosse stato un guscio sferico sottile (non conduttore) di raggio  $d$  e densità superficiale di carica  $-q/(4\pi d^2)$ , cosa sarebbe cambiato nelle risposte precedenti? Spiegare.

# Soluzioni

## Esercizio A: Meccanica

**Risposta alla domanda n. 1:** Nell'urto si conserva la quantità di moto totale, per cui:

$$v_1 = \frac{m}{m+M}v_0$$

**Risposta alla domanda n. 2:** L'energia dissipata nell'urto vale:

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(m+M)v_1^2 = \frac{1}{2}\frac{mM}{m+M}v_0^2$$

**Risposta alla domanda n. 3:** La massima compressione  $d$  è ricavabile applicando la conservazione dell'energia meccanica:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}(m+M)v_1^2 \\ E &= \frac{1}{2}kd^2 \\ d &= \sqrt{\frac{m+M}{k}}v_1 = \frac{mv_0}{\sqrt{(m+M)k}} \end{aligned}$$

**Risposta alla domanda n. 4:** Il tempo richiesto equivale ad un quarto del periodo di oscillazione:

$$t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m+M}{k}}$$

**Risposta alla domanda n. 5:** I valori numerici risultano:

$$\begin{aligned} v_1 &= 2.96 \text{ m/s} \\ \Delta E &= 59.3 \text{ J} \\ d &= 0.459 \text{ m} \\ t &= 0.243 \text{ s} \end{aligned}$$

## Esercizio B: Elettromagnetismo

**Risposta alla domanda n. 6:** La carica sferica posta in  $(-4d, 0)$  — esternamente a se stessa — si comporta come una carica puntiforme  $-q$ . Quindi il vettore campo elettrico in  $(0, 0)$  è la somma dei campi dovuti alla carica  $q$  (posta in  $(4d, 0)$ ) e alla carica  $-q$ :

$$\vec{E}_{(0,0)} = -2\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(4d)^2}\hat{i} = -\frac{1}{32\pi\epsilon_0}\frac{q}{d^2}\hat{i}$$

**Risposta alla domanda n. 7:** Con le stesse considerazioni della risposta precedente:

$$\vec{E}(A) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(4d)^2}\hat{i} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(12d)^2}\hat{i} = \frac{1}{72\pi\epsilon_0}\frac{q}{d^2}\hat{i}$$

**Risposta alla domanda n. 8:** Il campo elettrico in  $B$  è uguale a quello in  $A$ , quindi il modulo della forza elettrostatica sulla carica  $Q$  è:

$$|\vec{F}_Q| = |\vec{E}(B)|Q = \frac{1}{72\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{d^2}$$

**Risposta alla domanda n. 9:** Durante il moto dell'elettrone si conserva la sua energia totale; poichè all'inizio (essendo molto lontano dalle due cariche  $-q$ ) l'elettrone ha solo energia cinetica e quando arriva nell'origine degli assi è fermo (e quindi ha solo energia potenziale), possiamo scrivere:

$$\frac{1}{2}m_e v_0^2 = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qe}{4d}$$

da cui

$$v_0 = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qe}{m_e d}}$$

**Risposta alla domanda n. 10:** Niente, poichè all'esterno della sfera e del guscio il campo risulta lo stesso di quello generato da una carica puntiforme posta al centro (a parità di carica).