

Energia

Principio di conservazione dell'energia

L'energia totale dell'universo non è modificata da nessun processo fisico.

Sperimentalmente, è stato osservato che è possibile definire una grandezza misurabile (energia) che si conserva.

Grandezza scalare.

- **Cinetica:** associata al moto di un corpo
- **Gravitazionale:** associata alla interazione gravitazionale
- **Elastica:** associata alla deformazione elastica di un corpo

- **Interna:** associata al moto di atomi e molecole (grandezza macroscopica legata al moto microscopico)
- **Elettromagnetica:** associata alle interazioni elettro-magnetiche di cariche
- **Nucleare:** associata alle componenti interne dei nuclei atomici

In un sistema fisico, la somma di tutte le forme di energia è costante nel tempo.

Energia cinetica

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Unità: Joule = Newton $\times$ metro $kg\ m^2\ s^{-2}$

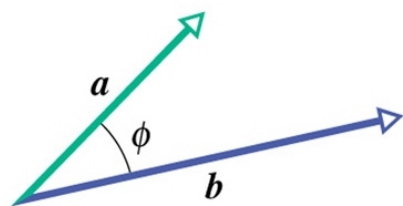
Come si passa da una forma di energia ad un'altra? **Lavoro:** il lavoro è l'energia trasferita ad un corpo da una forza che agisce su di esso

$$\Delta L = F \Delta x$$

L'espressione corretta è data dall'integrale della forza sul percorso effettuato:

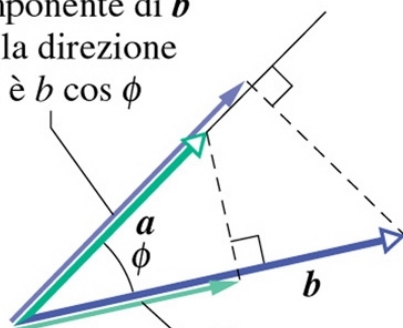
$$L = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F} \cdot d\vec{x} \quad (1)$$

Il prodotto scalare tra due vettori produce uno scalare.



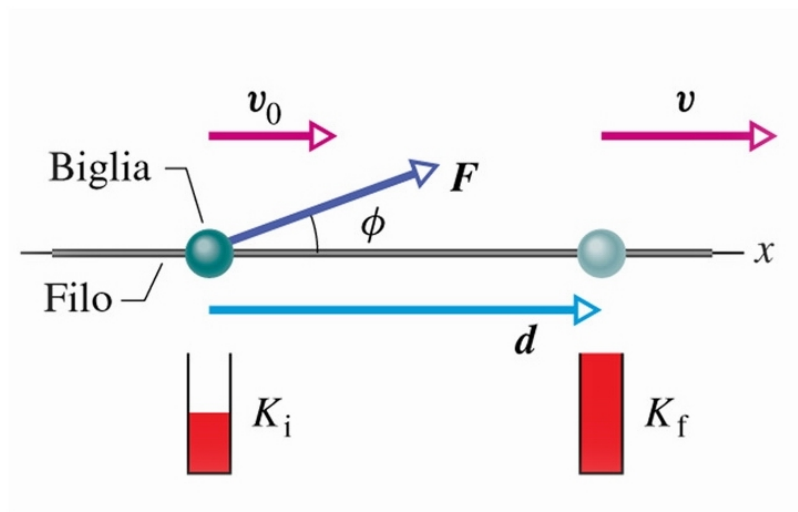
(a)

La componente di b
lungo la direzione
di a è $b \cos \phi$



La componente di a
lungo la direzione
di b è $a \cos \phi$

(b)



Esempi di lavoro

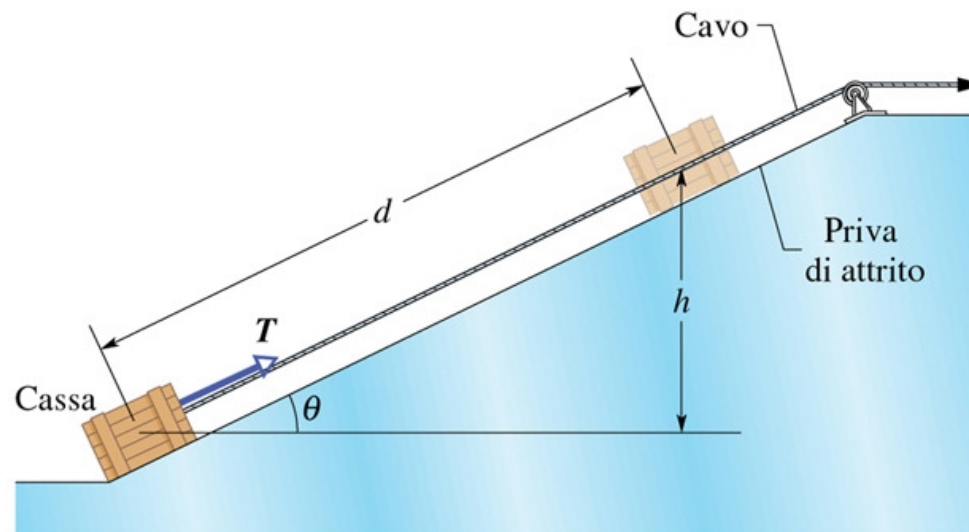
- forza peso:

$$L_p = mgd \cos(\phi) = mgh \quad (2)$$

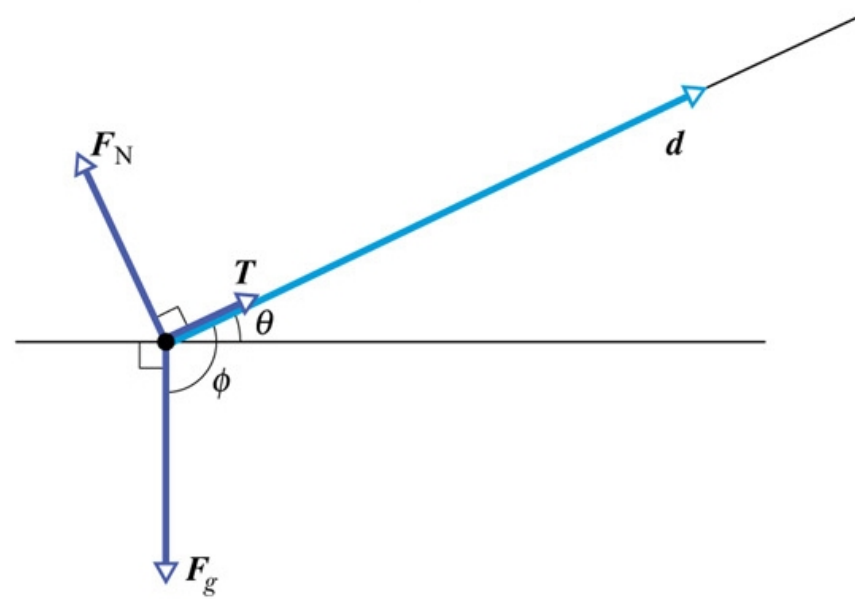
- forza elastica:

$$L_e = \int_{x_i}^{x_f} F dx = \int_{x_i}^{x_f} -kx dx \quad (3)$$

$$= -\frac{1}{2}mx_f^2 + \frac{1}{2}mx_i^2 \quad (4)$$



(a)



(b)

Teorema dell'energia cinetica

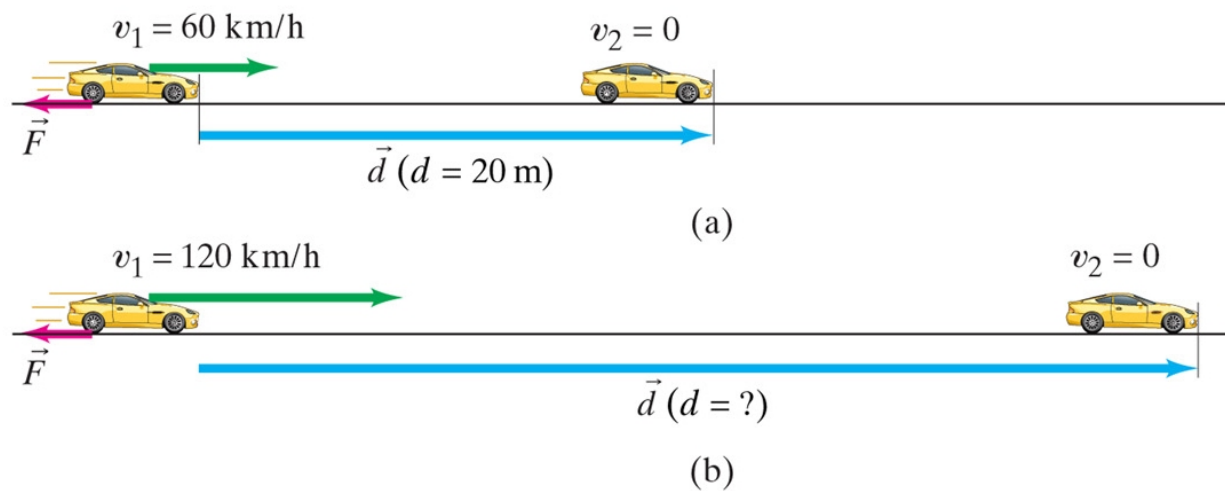
$$L = \int_{x_i}^{x_f} F dx = \int_{x_i}^{x_f} ma dx \quad (5)$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dt} dx = \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} dx \quad (6)$$

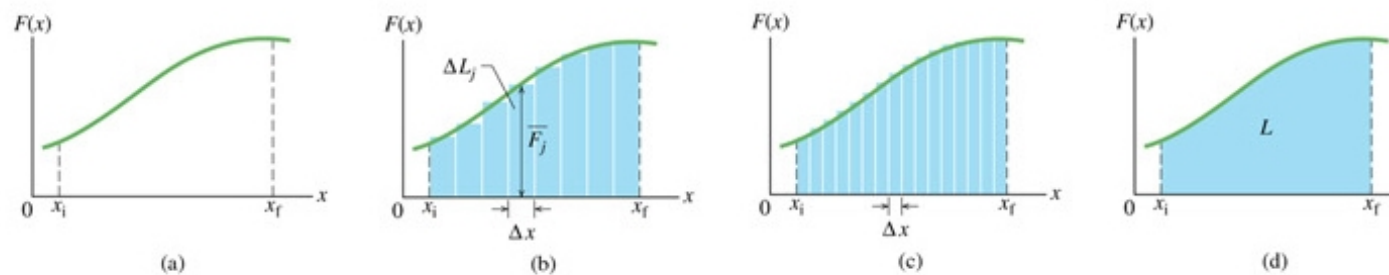
$$= \int_{x_i}^{x_f} mv dv \quad (7)$$

$$= \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \quad (8)$$

$$L = K_f - K_i \quad (9)$$

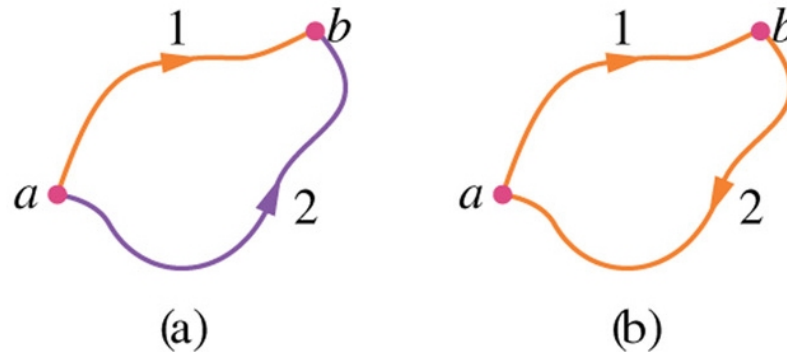


In generale, il lavoro di una forza (variabile) è l'area sotto la curva:



Forze conservative

Per alcune forze si osserva che il calcolo del lavoro svolto su un percorso chiuso è sempre uguale a 0. Questo permette di affermare che il lavoro **non dipende** dal cammino realmente seguito dal corpo ma solo dalla posizione iniziale e finale del corpo stesso. Una forza che soddisfa a questa caratteristica è detta conservativa.



Energia potenziale

$$-L = U_f - U_i \quad (10)$$

$$U_f - U_i = -K_f + K_i \quad (11)$$

$$U_i + K_i = U_f + K_f \quad (12)$$

L'eq. 12 esprime la conservazione della quantità **energia meccanica** valida per un corpo materiale che si muove sotto l'azione di (sole) forze conservative.

Va sottolineato anche che l'energia potenziale è legata alla presenza di una forza (con particolari caratteristiche) dovuta a uno o più (altri) corpi, quindi è più corretto parlare della energia potenziale di un sistema piuttosto che di un corpo (isolato).

Derivazione della forza dalla curva dell'energia potenziale

$$L = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F} d\vec{x} \quad (13)$$

$$L = -U_f + U_i \quad (14)$$

$$\int_{x_i}^{x_f} \vec{F} d\vec{x} = -U_f + U_i \quad (15)$$

$$\vec{F} d\vec{x} = -dU \quad (16)$$

$$\vec{F} = -grad(U) = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}\right) \quad (17)$$

Nel caso unidimensionale, l'eq. 17 diventa semplicemente

$$F = -\frac{dU}{dx}$$

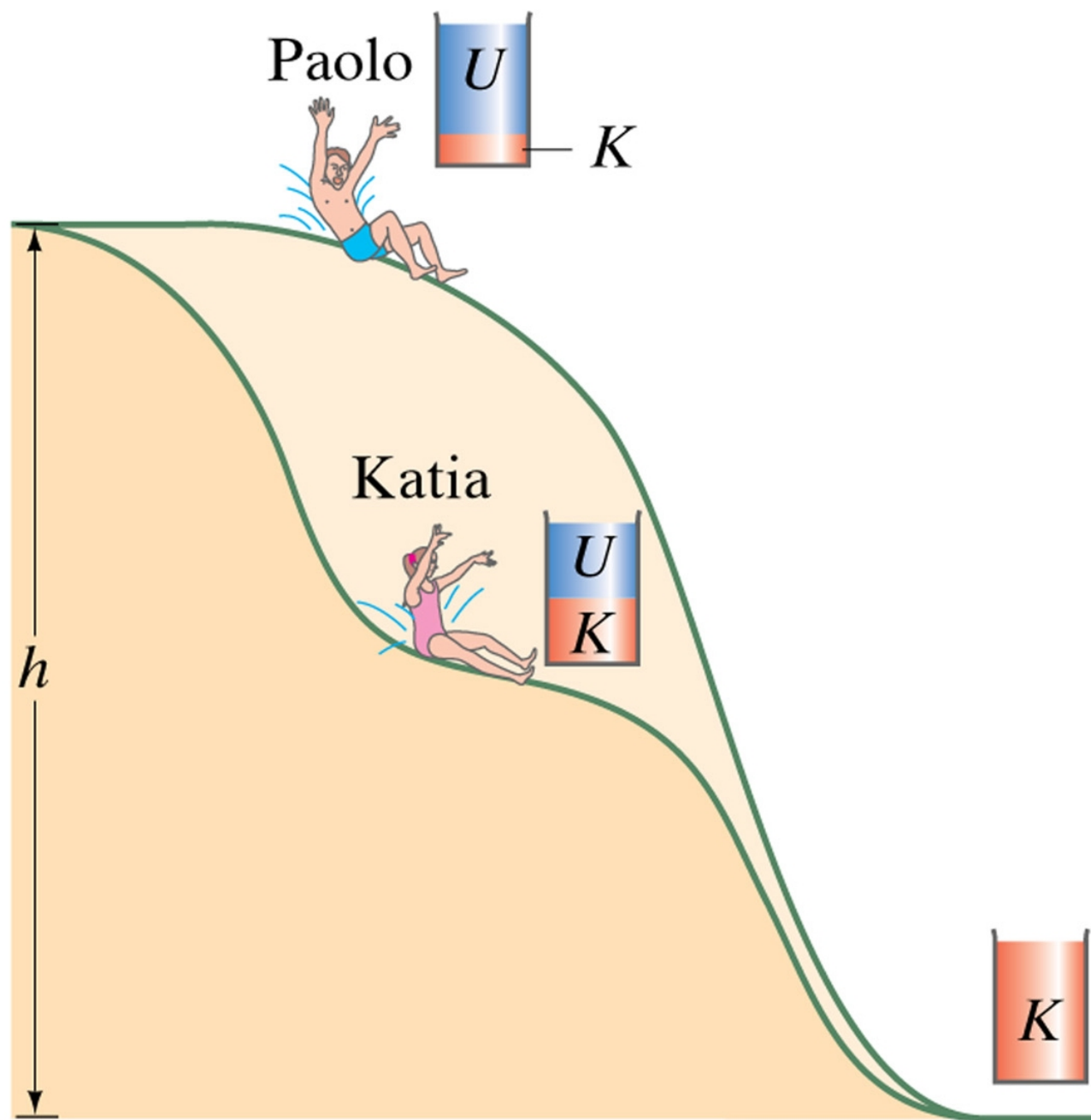
Esempio: energia potenziale gravitazionale (sulla superficie della Terra):

$$E = K_i + U_i = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh \quad (18)$$

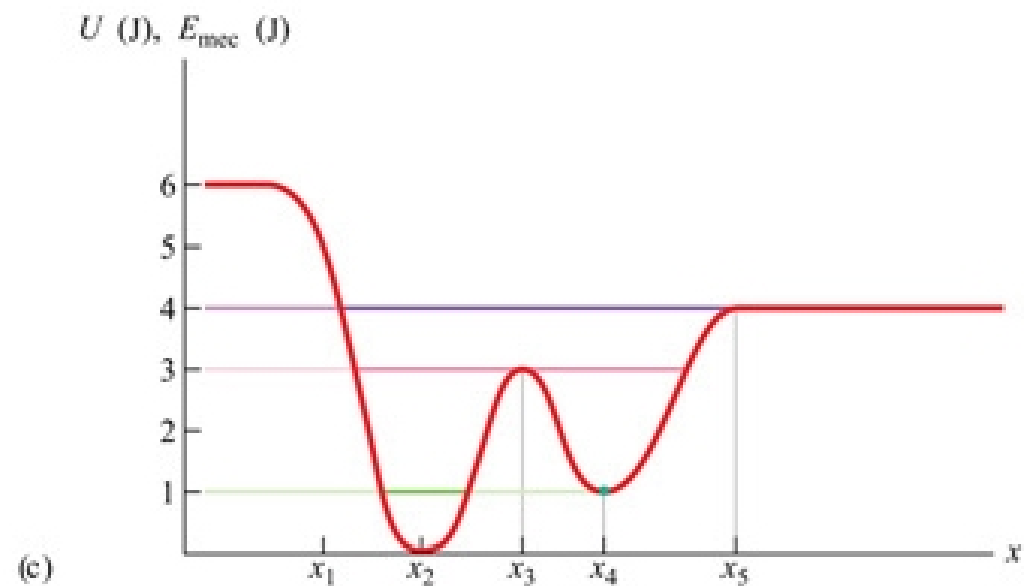
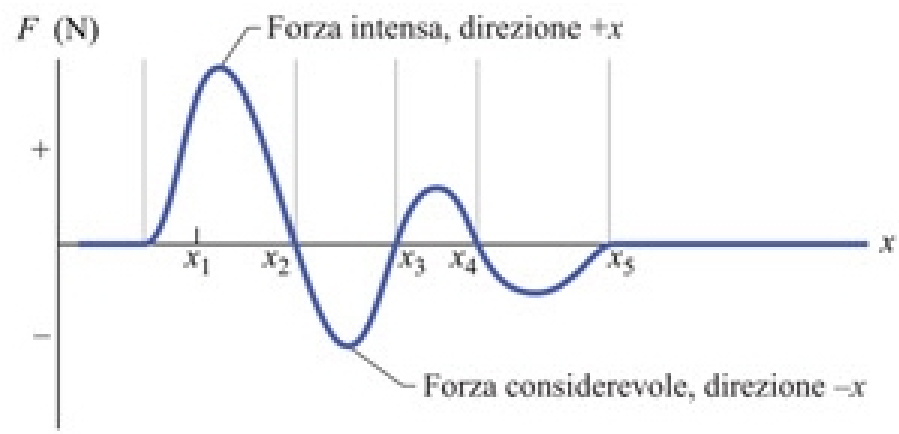
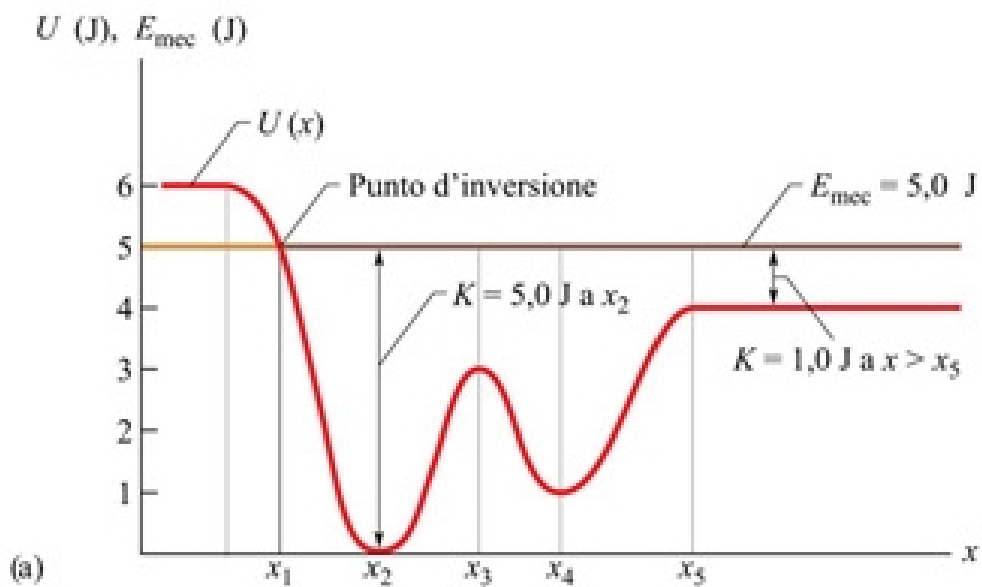
$$= K_f + U_f = \frac{1}{2}mv_f^2 \quad (19)$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh \quad (20)$$

$$v_f = \left(v_0^2 + 2gh\right)^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$



Regioni permesse, Punti di equilibrio



Energia in presenza di forze di attrito La legge di conservazione dell'energia non vale se ci sono forze di attrito, perché per queste non è possibile definire una energia potenziale (è evidente che il lavoro della forza d'attrito dipende dal cammino!), però è possibile tenerne conto nel bilancio complessivo dell'energia totale. Occorre però calcolare il contributo energetico (negativo) dovuto alla forza di attrito, calcolando

$$\Delta E = \int F_a dx < 0$$

