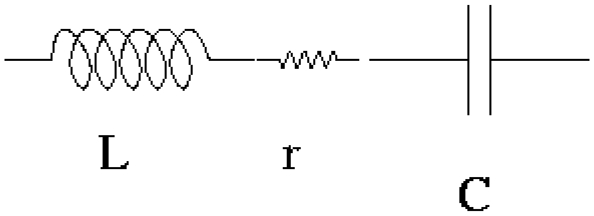
Circuiti LC in serie

- I circuiti LC presentano caratteristiche interessanti. Ad esempio, ponendo un condensatore ed una induttanza in serie si ha:



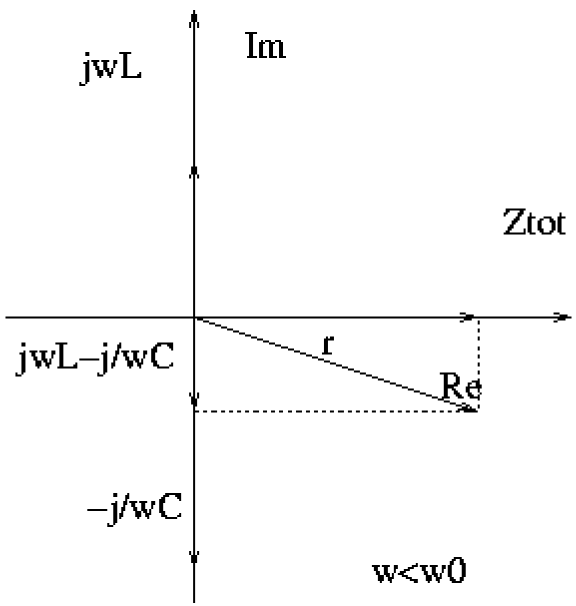
$$Z = r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$|Z| = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\tan\varphi_z = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}$$

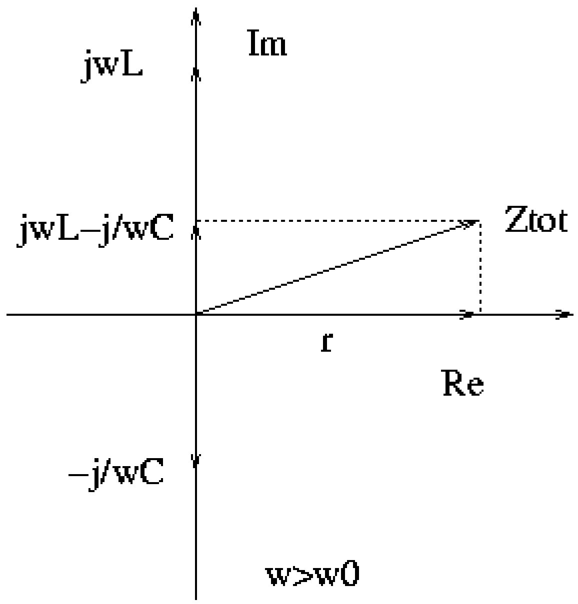
Comportamento capacitivo

- Per frequenze basse, $\omega < \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ la parte immaginaria dell'impedenza (*reattanza*) è negativa.
- La corrente è pertanto in anticipo sulla tensione.



Comportamento induttivo

- Per frequenze alte, $\omega > \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ la parte immaginaria dell'impedenza (*reattanza*) è positiva: si ha allora un comportamento induttivo.
- La corrente è in ritardo rispetto alla tensione.



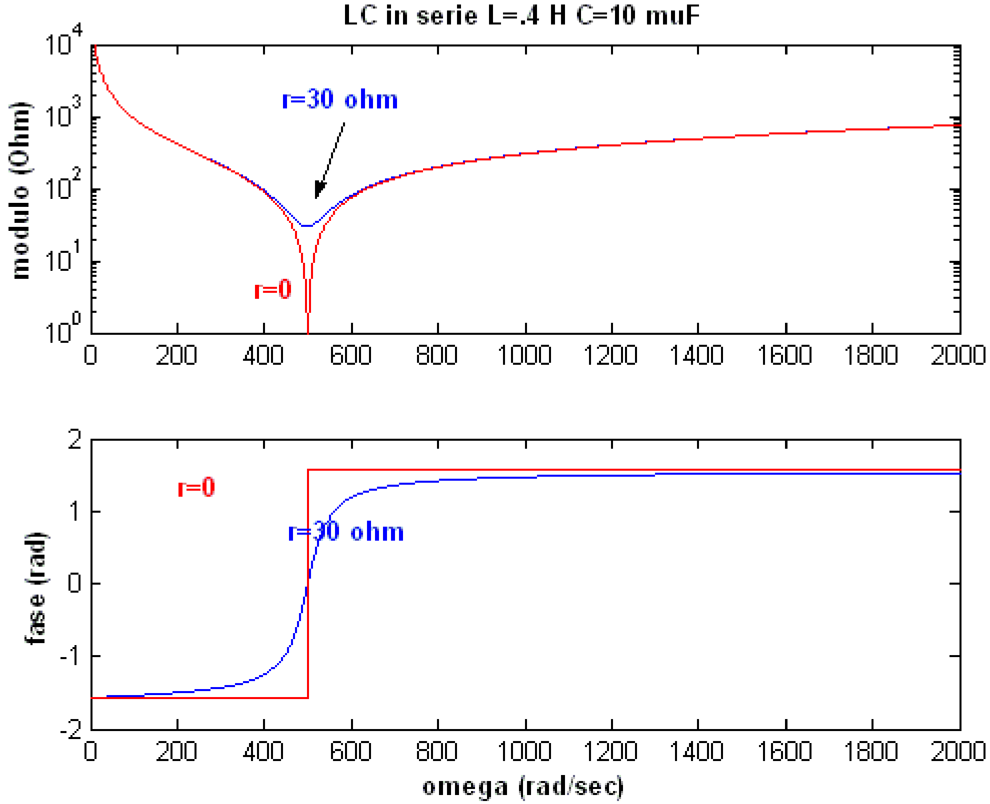
Frequenza critica

- In corrispondenza della frequenza critica, le reattanze della capacità e dell'induttanza si cancellano completamente, e l'impedenza complessiva è reale, ed uguale alla resistenza interna della bobina.
- Corrente e tensione sono in fase
- In particolare, per r=0, l'impedenza si annulla: questo è possibile perché le cadute di potenziale ai capi dell'induttanza e della capacità sono in opposizione di fase: pertanto hanno segno diverso e nella somma si annullano. si ha quindi una caduta di potenziale uguale a zero qualunque sia la corrente che scorre nel circuito.

Grafici del modulo e della fase

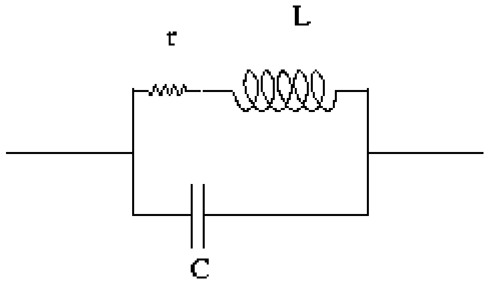
- Andamento del modulo e della fase dell'impedenza in funzione di ω

L=0.4 H
C=10 μF
r= 0Ω (rosso)
r=30Ω (blu)



LC in parallelo

- Il caso di LC in parallelo è più difficile da trattare..



$$Z = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = \frac{(r + j\omega L)/(j\omega C)}{r + j\omega L + 1/j\omega C} = \frac{r + j\omega L}{j\omega rC - \omega^2 LC + 1}$$

$$|Z| = \sqrt{\frac{r^2 + \omega^2 L^2}{\omega^2 r^2 C^2 + (1 - \omega^2 LC)^2}}$$

Dipendenza da r

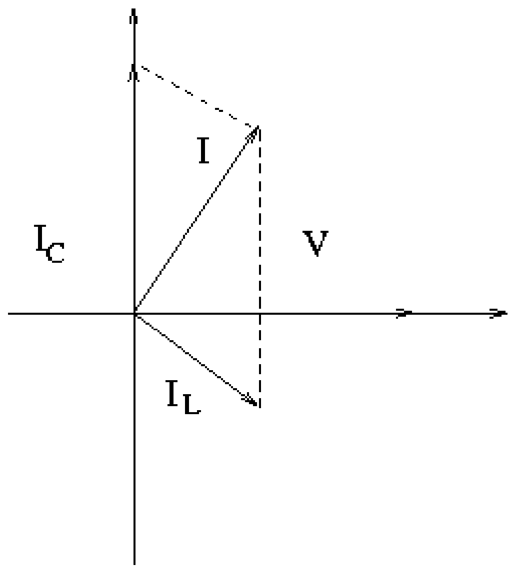
- I calcoli esatti sono complicati, ma :
  - Per r=0 l'impedenza diverge per $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$
  - Per 0<r< 2L/C il modulo del denominatore ha un minimo in corrispondenza di

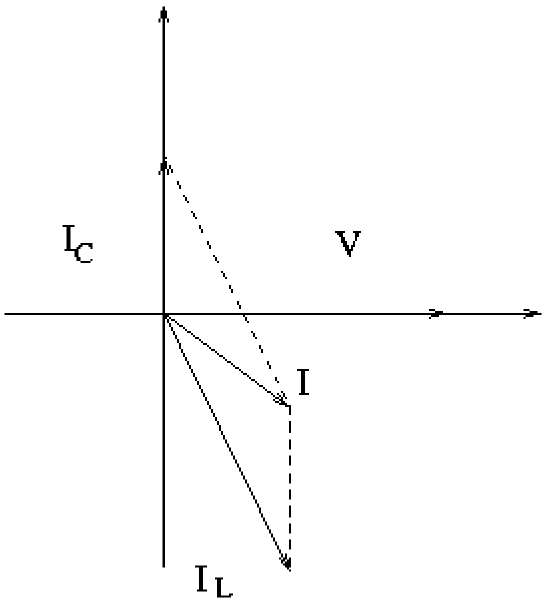
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{2L^2}}$$

  - Il modulo dell'impedenza ha un massimo e contemporaneamente la fase si azzera in corrispondenza di una frequenza critica ω_c molto vicina a questo valore.
  - Per r> 2L/C l'impedenza non ha massimo, ma decresce in modo monotono (le oscillazioni libere del circuito risultano sovrasmorzate).

Comportamenti capacitivo e induttivo

- Stavolta il comportamento capacitivo si ha per frequenze superiori alla frequenza critica.
- Per frequenze minori, si ha invece comportamento capacitivo.

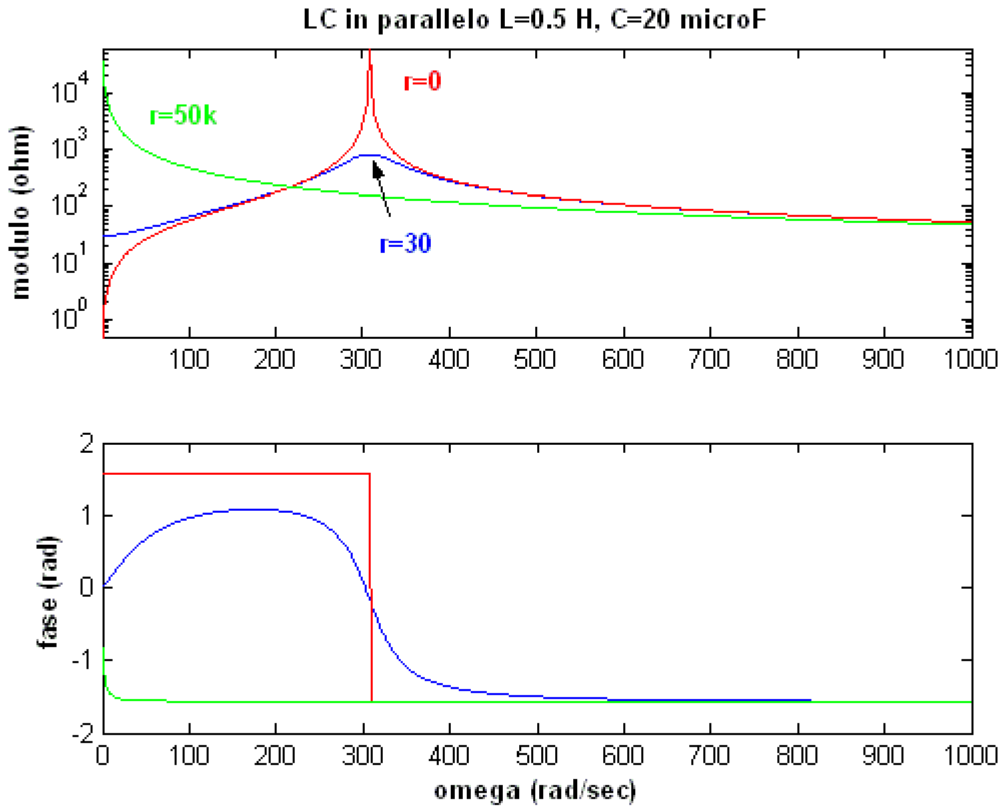




Grafici di modulo e fase

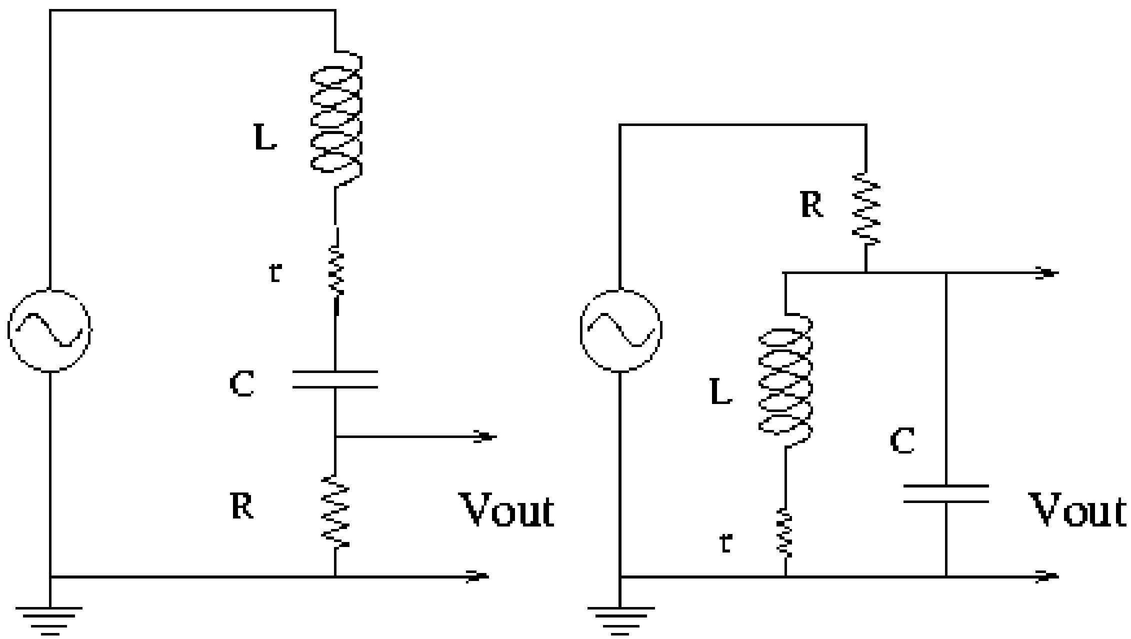
- Andamento del modulo e della fase dell'impedenza

L=0.5 H
C=20 μF
r= 0Ω (rosso)
r=30Ω (blu)
r=50kΩ (verde)



Circuiti risonanti

- I circuiti seguenti sono *risonanti*:



  – Si tratta di circuiti LC in cui le oscillazioni vengono forzate da una tensione esterna.

Caratteristiche dei circuiti risonanti

- Quando la frequenza della tensione esterna è uguale a quella di oscillazione libera, l'ampiezza delle oscillazioni cresce enormemente.
- Il rapporto tra l'ampiezza della tensione forzante e l'ampiezza delle oscillazioni in funzione della frequenza assume quindi la caratteristica forma a campana, la cui larghezza è legata alle resistenze r ed R.
- La fase cambia di segno in corrispondenza della frequenza di risonanza: questa caratteristica è utilissima per determinare con esattezza la frequenza di risonanza.

Analisi dettagliata

- Il primo circuito può essere visto come un partitore:

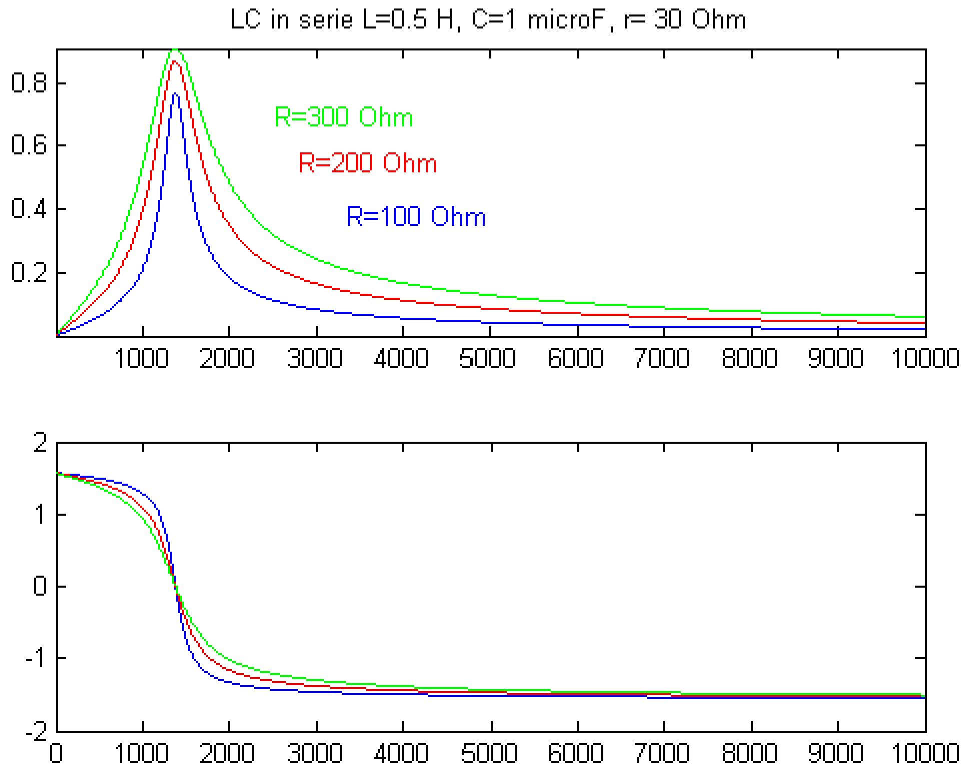
$$V_{out} = V_g \frac{R}{Z_{tot}} = V_g \frac{R}{R + r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\frac{|V_{out}|}{|V_g|} = \frac{R}{\sqrt{(R+r)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \qquad \tan\phi = -\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R + r}$$

  - Il rapporto tra tensione del generatore e tensione in uscita è massimo in corrispondenza di $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$
  - In corrispondenza di tale valore la differenza di fase risulta esattamente zero.
  - Esistono due frequenze ω_+ ω_- in corrispondenza delle quali il rapporto Vout/Vg vale esattamente la metà del massimo. Queste due frequenze non sono equidistanti dal massimo; la differenza $\omega_+ - \omega_-$ vale circa 2R/L ed è detta **larghezza a metà altezza**, o **FWHM** (*Full width half maximum*)

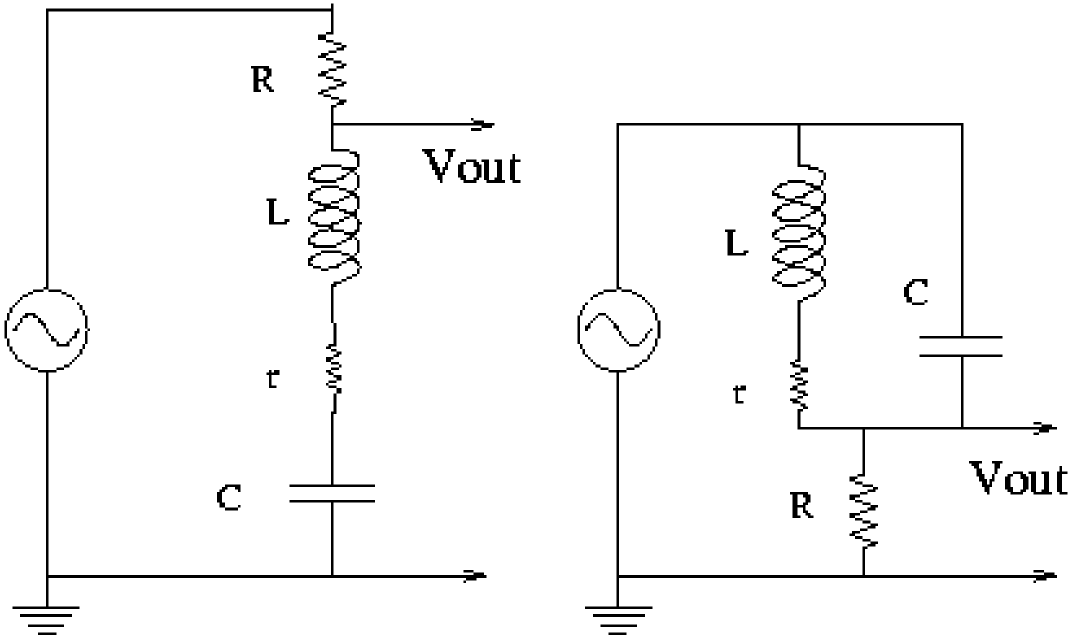
Risposta di un circuito risonante

- In figura sono riportati il rapporto tra l'ampiezza della tensione in ingresso e in uscita, e la loro diffrenza di fase



Circuiti antirisonanti

- I circuiti seguenti sono invece detti antirisonanti:



  - La tensione in uscita presenta un minimo in corrispondenza della frequenza di oscillazione naturale.
  - Un circuito di questo tipo può essere utilizzato per attenuare una frequenza data, come ad esempio la frequenza di rete a 50 Hz onnipresente in tutti i circuiti elettrici.