Appunti di Esperimentazioni di Fisica II

Armando Bigi

1996–97

Indice

1 Circuiti elettrici e principio ai nodi **0**
1.1 Convenzioni e nomenclatura 1

2 Leggi fondamentali dei circuiti elettrici lineari **1**

3 Reti di conduttori **2**

4 Teorema di Thevenin **6**

5 Circuiti con condensatori **7**
5.1 Esempio (scarica del condensatore) 9
5.2 Tempo caratteristico e tempo di dimezzamento 9
5.3 Bilancio energetico 10
5.4 Connessione di due condensatori in serie o in parallelo 11
5.5 Ancora un esempio di circuito con condensatore 12

6 Circuiti con elementi induttivi **13**
6.1 Bilancio energetico 15

7 Circuiti ad oscillazioni smorzate **15**
7.1 Bilancio energetico 16

8 Circuiti ad oscillazioni forzate **17**

9 Il metodo “complesso” o ”vettoriale” **18**

10 Legge di Ohm generalizzata **21**
10.1 Conclusione 23
10.2 Nomenclatura 24
10.3 Esempi 25
10.3.1 Circuito serie fondamentale 25
10.3.2 Circuito parallelo fondamentale 26
10.3.3 Circuiti a ponte 28
10.3.4 Filtri 30
10.3.5 Circuito derivatore 32
10.3.6 Circuito integratore 33

11 Linearità delle equazioni e teorema di Fourier **33**

12 Circuiti a regime **35**

13 Elementi di circuito attivi e passivi **35**

14 Potenze erogate e potenze assorbite **35**

15 Valvole elettroniche **38**
15.1 Diodo 38
15.2 Triodo 39
15.3 Oscillografo od oscilloscopio 39

16 Circuiti magnetici **42**

17 Isteresi magnetica **44**

18 Effetti dispersivi **47**

19 Risoluzione di circuiti magnetici **47**

20 Magneti permanenti **49**

21 Circuiti magnetici associati adelementi induttivi **51**

22 Sistemi di unità di misura **52**

23 Altri sistemi di unità di misura **53**

24 Grandezze elettriche e magnetiche nei sistemi di unità MKSQ, CGS elettrostatico e CGS elettromagnetico **55**

25 Fattori di ragguaglio tra unità MKSQ e unità CGS **57**
25.1 Note sui sistemi CGS 58

26 Equazioni di Maxwell nei sistemi MKSQ e Gauss **58**

27 Prefissi moltiplicativi **60**

28 Scale non lineari **60**

29 Caratteristiche meccaniche dei misuratori di corrente **61**
29.1 Misure balistiche 61

30 Alcuni dettagli su elementi di circuito attivi **62**
30.1 Generatori di tensione continua 62
30.2 Generatori di tensione alternata 64
30.3 Generatori di funzioni 64

31 Alcuni dettagli su elementi di circuito passivi **64**
31.1 Resistenze 64
31.2 Condensatori 65
31.3 Induttanze 66

32 Sicurezze **67**

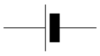
DATI NUMERICI **69**
Caratteristiche di conduttori e isolanti 69
Caratteristiche di diamagneti e paramagneti 70
Caratteristiche di ferromagneti 70

SIGLE E VOCABOLI DELLA CIRCUITERIA **72**

Indice analitico **75**

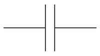
Simboli usati:

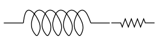
 Interruttore

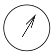
 Generatore di tensione continua

 Generatore di tensione alternata

 Resistenza

 Condensatore

 Bobina o induttanza reale

 Voltmetro / amperometro / tester

1 Circuiti elettrici e principio ai nodi

I sistemi che prendiamo in considerazione sono costituiti da componenti a due terminali o "estremi" che si connettono a formare configurazioni varie o "circuiti"; nella configurazione a percorso chiuso si dice "maglia" ed un punto in cui si connettono più di due terminazioni si dice "nodo". La configurazione più semplice è quella di una catena chiusa di un componente dopo l'altro: il circuito ha una sola malia e non presenta nodi. Connettendo le terminazioni di un altro componente a due qualsiasi punti di connessione nella catena precedente si ha un circuito con due maglie e due nodi Un componente con una sola terminazione connessa non interessa; nei casi da considerare, infatti, esso non influenza il comportamento del circuito. I componenti principali sono interessati in vario modo da cariche elettriche; delle proprietà delle cariche elettriche e delle grandezze associate, definite ed illustrate nella teoria generale dell'elettricità, occorre utilizzare quanto segue:

- la somma algebrica delle cariche elettriche di un sistema isolato si conserva (principio di conservazione della carica)
- la somma algebrica delle differenze di potenziale lungo una maglia è nulla (equazione della maglia)
- le energie cedute e assorbite dai componenti di un circuito isolato si compensano (principio di conservazione del'energia)

Per il principio di conservazione della carica elettrica, le cariche che confluiscono in un nodo debbono compensarsi e pertanto, con opportune convenzioni sui segni delle correnti e con ovvia simbologia, avremo: $\sum_j I_j = 0$ che è una relazione lineare tra le correnti, denominata principio ai nodi.

Di ogni componente o elemento circuitale interessano di solito la differenza di potenziale (d.d.p.) tra i suoi estremi e la relativa corrente. In questo studio considereremo prevalentemente due elementi:

- i generatori di d.d.p. o alimentatori, che servono a stabilire tra i loro estremi d.d.p. date;
- altri elementi la cui d.d.p. dipende dalla corrente che li interessa, secondo una relazione abbastanza semplice.

La teoria formale viene svolta considerando elementi "ideali", definiti appunto mediante semplici proprietà: le definizioni dei corrispondenti elementi "reali" comportano modifiche e precisazioni. Comunque, nell'ambito delle applicazioni più immediate e nei limiti della strumentazione ordinaria, tali modifiche e precisazioni o sono trascurabili o consistono soltanto nel riconoscere che qualche elemento reale equivale ad una combinazione di più elementi ideali.

1.1 Convenzioni e nomenclatura

Per ogni percorso chiuso o maglia si stabilisce il verso di percorrenza rispetto al quale si fa riferimento per stabilire il segno della d.d.p. e delle correnti; per es.

- la d.d.p. è positiva se il potenziale cresce lungo il verso convenuto;
- la corrente è positiva se le cariche positive procedono lungo tale verso.

LA d.d.p. di un elemento si indica anche con il termine “tensione”:

- la tensione di un generatore si dice anche “alimentazione”; la tensione ai capi di un elemento si dice anche “caduta di tensione” ai capi dell’elemento stesso.

Pertanto, dall’equazione di maglia si ha che lungo un percorso chius la somma delle alimentazioni è uguale alla somma delle cadute di tensione. Nota bene che le convenzioni sui segni possono essere diverse: per semplicità alcune delle definizioni di componenti possono riferirsi al valore assoluto della tensione rinviando l’attenta considerazione dei segni a quando si scrivono le equazioni del circuito.

2 Leggi fondamentali dei circuiti elettrici lineari

Lo studio delle correnti nei conduttori elettrici si basa sul principio di conservazione della carica elettrica e sulla legge di Ohm, che per i problemi di circuiteria si possono esprimere convenientemente nei termini seguenti:

Conservazione della carica elettrica: in un punto (nodo) in cui confluiscono più conduttori è nulla la somma algebrica delle correnti (per es. positive quelle che apportano cariche positive, negative quelle che le asportano)

$$\sum_j I_j = 0 \tag{1}$$

Legge di Ohm: in un comune conduttore (metallo, grafite) una differenza di potenziale elettrico V tra due punti (detti terminali) dà luogo ad una corrente I proporzionale a V:

$$I = V/R$$

La grandezza R è detta resistenza dell’elemento conduttore.

Notabene che non tutti gli elementi conduttori hanno questa caratteristica; essi sono detti conduttori “non ohmici” e comportano una relazione tra V ed I che non è lineare; se non diversamente specificato, essi non rientrano nella presente trattazione.

Applicando ripetutamente la legge di Ohm ad una catena chiusa di conduttori "ohmici" e generatori di differenze di potenziale si ha, con opportuna convenzione sui segni:

$$\sum_k e_k = \sum_j R_j I_j \tag{2}$$

e_k sono le differenze di potenziale o tensioni dei generatori, R_j le resistenze dei conduttori, I_j le correnti che li percorrono; la convenzione sui segni si può stabilire, per esempio, fissando un verso di percorrenza e definendo positive le correnti I_j ad esso concordi ed i generatori e_k che seguendo tale verso danno un potenziale crescente. La relazione (2) esprime l'eguaglianza tra le somme, estese ad un percorso chiuso, delle alimentazioni e delle cadute di tensione.

Le espressioni (1) e (2) sono le leggi fondamentali dei circuiti costituiti da generatori di tensione e da elementi conduttori ohmici; esse esprimono relazioni lineari tra le correnti e le differenze di potenziale, per cui tali circuiti si dicono lineari.

La potenza erogata od assorbita da un elemento è data dal prodotto della tensione V per la corrente I tra i suoi estremi; per un elemento ohmico la potenza assorbita (che si converte in calore, effetto Joule), si può scrivere nelle forme

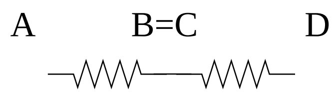
$$VI = V^2/R = I^2 R.$$

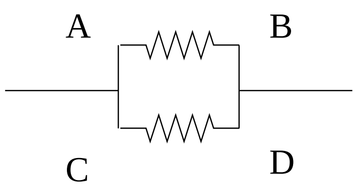
3 Reti di conduttori

Due conduttori AB e CD possono essere connessi

in serie quando hanno un solo estremo a comune ($B = C$) e sono percorsi dalla stessa corrente, cioè in $B = C$ non confluiscono altri conduttori;

in parallelo quando hanno entrambi gli estremi a comune ($A = C$ e $B = D$) e quindi hanno la stessa differenza di potenziale





Applicando la legge di Ohm

- **nella disposizione in serie:**

$$I_{AB} = I_{CD} = I$$

$$\begin{aligned} V_{AB} &= R_{AB} I; \\ V_{CD} &= R_{CD} I; \\ V_{AD} &= (R_{AB} + R_{CD}) I \end{aligned}$$

la resistenza complessiva R_t è la somma delle resistenze. Inoltre

$$\begin{aligned} V_{AB} &= V_{AD} \frac{R_{AB}}{R_t} \\ V_{CD} &= V_{AD} \frac{R_{CD}}{R_t} \end{aligned}$$

la tensione totale si ripartisce nei due conduttori in parti direttamente proporzionali alle rispettive resistenze;

- **nella disposizione in parallelo:**

$$V_{AB} = V_{CD} = V$$

$$\begin{aligned} I_{AB} &= V/R_{AB} \\ I_{CD} &= V/R_{CD} \end{aligned}$$

per la corrente complessiva si ha

$$I = I_{AB} + I_{CD} = V \left(\frac{1}{R_{AB}} + \frac{1}{R_{CD}} \right)$$

l'inverso della resistenza complessiva, cioè $1/R_t = I/V$, è la somma degli inversi delle resistenze. Inoltre

$$\begin{aligned} I_{AB} &= I \frac{Rt}{R_{AB}} \\ I_{CD} &= I \frac{Rt}{R_{CD}} \end{aligned}$$

la corrente totale si ripartisce nei due conduttori in parti inversamente proporzionali alle rispettive resistenze.

Iterando i procedimenti, le leggi di composizione si estendono al caso di un qualsiasi numero di resistenze:

$$\begin{array}{lrcl} \text{in serie:} & R_t & = & \sum_j [R_j] \\ \text{in parallelo:} & 1/R_t & = & \sum_j [1/R_j] \end{array}$$

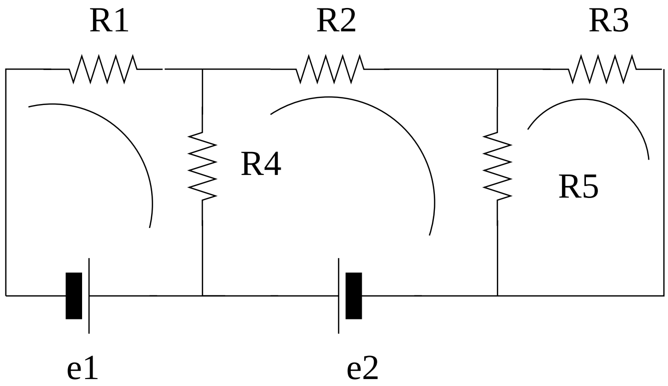
Più conduttori e generatori di tensione possono essere connessi in molti modi a formare dei circuiti elettrici: il calcolo delle correnti I_j che percorrono i singoli conduttori in funzione delle loro resistenze R_j e delle tensioni e_k dei generatori non è sempre immediato. Un comodo metodo, detto "delle maglie", che si rifà alle leggi fondamentali dei circuiti, permette di impostare con immediatezza un sistema di equazioni lineari nelle I_j, comunque complessa sia la rete di resistenze e generatori di tensione.

Il metodo delle maglie consiste nel considerare la rete decomposta in maglie, dove la maglia è una catena chiusa di elementi (resistenze e generatori di tensione) secondo il criterio seguente:

a) ogni elemento appartiene ad almeno una maglia

b) ogni maglia ha uno ed un solo ramo non a comune con le altre; il ramo è costituito da un singolo elemento o da più elementi percorsi dalla stessa corrente (componendo gli elementi omogenei, il ramo equivale o ad una singola resistenza, o ad un singolo generatore di tensione, o ad una loro serie).

In ogni maglia si fissa un verso di percorrenza e si indica con corrente di maglia quella che percorre il ramo non a comune con le altre maglie. Negli elementi (o rami) a comune, in forza delle espressioni (1) circola una corrente che è la sovrapposizione delle correnti delle maglie alle quali appartiene. Per ogni maglia si scrive un'equazione del tipo (2): si hanno così tante equazioni lineari quante incognite (le correnti di maglia). La risoluzione del sistema dà i valori di queste correnti e quindi anche di quelle che percorrono gli elementi a comune tra più maglie. Esempio



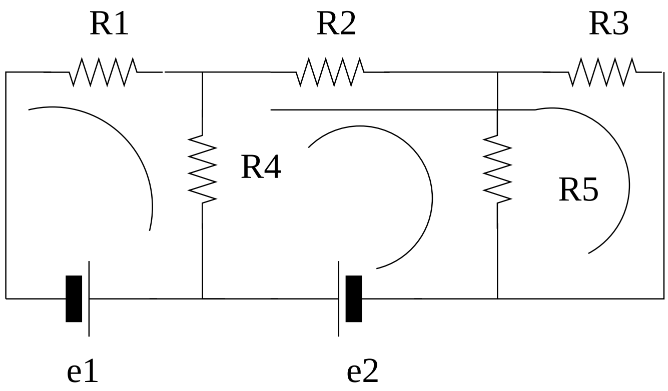
$$
\begin{array}{lrcl}
a) & R_1 I_1 + R_4(I_1 - I_2) & = & e_1 \\
b) & R_4(I_2 - I_1) + R_2 I_2 + R_5(I_2 - I_3) & = & -e_2 \\
c) & R_5(I_3 - I_2) + R_3 I_3 & = & 0
\end{array}
$$

ovvero, riordinando

$$\begin{array}{lrcl}
a) & (R_1+R_4)I_1 - R_4 I_2 & = & e_1 \\
b) & -R_4 I_1 + (R_4+R_2+R_5)I_2 - R_5 I_3 & = & -e_2 \\
c) & -R_5 I_2 + (R_3+R_5)I_3 & = & 0 \\
 & I_4 & = & I_1 - I_2 \\
 & I_5 & = & I_2 - I_3
\end{array}$$

La decomposizione in maglie non è univoca, ma l'unicità delle soluzioni per le I_j è imposta dal punto di vista fisico.

Considerando quest'altra decomposizione in maglie



si ha il seguente sistema di equazioni

$$\begin{array}{lrcl}
a') & (R_1+R_4)I_1 - R_4 I_5 - R_4 I_3 & = & e_1 \\
b') & -R_4 I_1 + (R_4+R_2+R_5)I_5 + (R_4+R_2)I_3 & = & -e_2 \\
c') & -R_4 I_1 + (R_2+R_4)I_5 + (R_2+R_3+R_4)I_3 & = & -e_2 \\
 & I_2 & = & I_5 + I_3 \\
 & I_4 & = & I_1 - I_5 - I_3
\end{array}$$

si osservi che sostituendo $I_5 = I_2 - I_3$

$$\begin{array}{rcl}
a') & \Rightarrow & a); \\
b') & \Rightarrow & b); \\
c') & \Rightarrow & c)
\end{array}$$

quindi le soluzioni I_j ottenute con questa decomposizione in maglie e con la precedente sono le stesse.

4 Teorema di Thevenin

In un qualsiasi circuito formato da resistenze e generatori di tensione, la linearità delle leggi fondamentali permette di scrivere per la corrente nel j-esimo ramo:

$$I_j = \sum_k A_{kj} e_k \qquad k = 1, 2, \ldots, n$$

dove le A_{kj} sono funzioni delle resistenze e le e_k sono le tensioni dei generatori presenti nel circuito. Indichiamo con M ed N gli estremi del j-esimo ramo, costituito in generale dalla serie di R_j ed e_j (nell'esempio precedente R_1 ed e_1 costituiscono un ramo).

Consideriamo quindi alcuni casi particolari:

a) $e_k = 0$ per $k \neq j$
Segue $I_j = A_{jj} e_j$. Poiché solo e_j alimenta il circuito il rapporto $e_j / I_j = 1/A_{jj}$ deve essere $R_j + R_{MN}$ dove R_{MN} è la resistenza del circuito tra i punti M ed N quando R_j è disinserito ed i generatori e_k (per $k \neq j$) sono sostituiti dalle loro resistenze interne.

Quindi

$$A_{jj} = \frac{1}{R_j + R_{MN}}$$

b) $e_j = -V$ (V differenza di potenziale tra M ed N a R_j disinserito)
Allora $I_j = 0$ cioè

$$-A_{jj} V + \sum_{\text{su } k \neq j} A_{kj} e_k = 0$$

quindi

$$\sum_{\text{su } k \neq j} A_{kj} e_k = A_{jj} V.$$

Conclusione (teorema del Thevenin)

$$I_j = A_{jj} e_j + A_{jj} V;$$

sostituendo A_{jj}

$$I_j = \frac{e_j + V}{R_j + R_{MN}}.$$

Nota bene che R_{MN} dipende da j.

Una tipica applicazione del teorema del Thevenin è la seguente: in un circuito la tensione V_{MN} tra due suoi punti M e N viene misurata inserendo tra questi un tester, che indica un valore V diverso da V_{MN} in quanto il circuito risulta modificato dall'introduzione tra M e N della resistenza R_T del tester. Dal teorema del Thevenin possiamo dedurre:

$$V = R_T \frac{V_{MN}}{R_T + R_{MN}} \qquad \text{ovvero} \qquad V_{MN} = V \frac{R_T + R_{MN}}{R_T}.$$

R_T è una caratteristica del tester usato e R_{MN} può essere o valutato dai dati del circuito o misurato direttamente con l'ohmetro tra i punti M e N, dopo aver sostituito i generatori di tensione presenti nel circuito con le loro resistenze interne.

Come altra applicazione del teorema del Thevenin impostiamo il calcolo della corrente I_3 del circuito considerato nel paragrafo precedente:

$$I_3 = \frac{V_5}{R_3 + (R_1 \parallel R_4 + R_2) \parallel R_5)};$$

V_5 è la tensione ai capi di R_5 quando R_3 è disinserita (solo due maglie presenti):

$$V_5 = R_5 \frac{-e_2 + V_4}{(R_2 + R_5) + (R_1 \parallel R_4)};$$

V_4 è la tensione agli estremi di R_4 quando anche $R_2 + R_5$ sono disinseriti (solo una maglia presente):

$$V_4 = e_1 \frac{R_4}{R_1 + R_4}.$$

5 Circuiti con condensatori

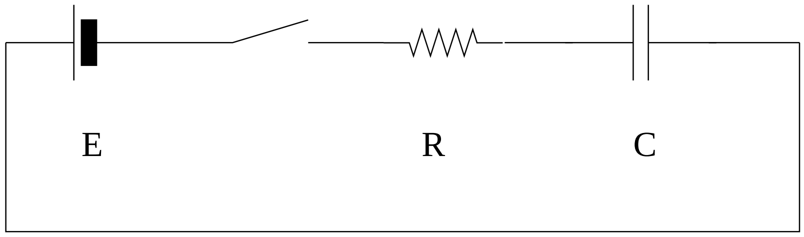
Un elemento di circuito, ordinariamente costituito da due lamine conduttrici eguali, separate da uno strato di materiale isolante, si dice condensatore. Esso ha le seguenti proprietà: stabilendo una tensione V tra le sue lamine o armature, su di esse si localizzano rispettivamente cariche positive $+Q$ e cariche negative $-Q$ ed il rapporto, detto capacità, $C = Q/V$, dipende soltanto dalla geometria del sistema e dalla natura dell'isolante.

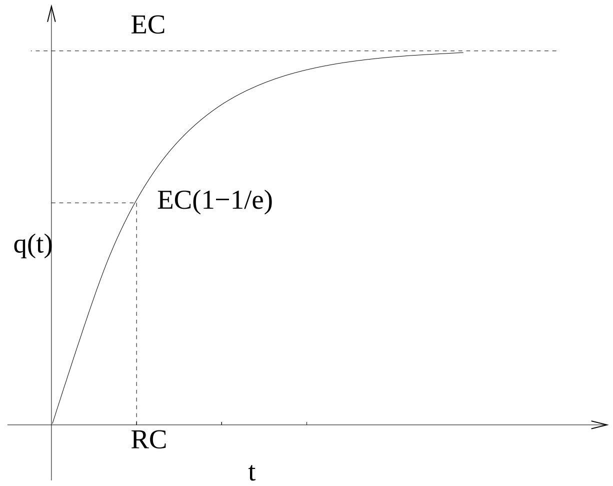
Per un circuito contenente condensatori, tra la carica sul condensatore e la corrente che vi affluisce, esistono relazioni del tipo:

$$Q(t) = \int_{-\infty}^{t} i\, dt \qquad i = \frac{dQ}{dt}.$$

Per questi circuiti si possono scrivere equazioni che risultano di tipo differenziale (o integrale).

Esempio (carica del condensatore)





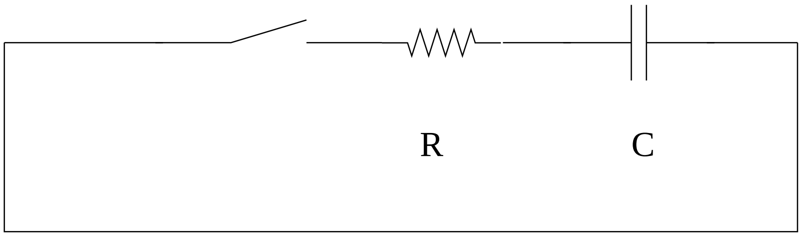
$$
\begin{aligned}
E &= Q/C + Ri \\
i &= \tfrac{dQ}{dt} \\
E &= Q/C + R\tfrac{dQ}{dt} && \text{equazione differenziale lineare a coefficienti costanti non omogenea} \\
Q(t) &= A\exp\left(-\tfrac{t}{RC}\right) && \text{integrale generale dell'equazione omogenea associata} \\
Q &= EC && \text{integrale particolare} \\
Q(t) &= EC + A\exp\left(-\tfrac{t}{RC}\right) \\
[RC] &= [t]
\end{aligned}
$$

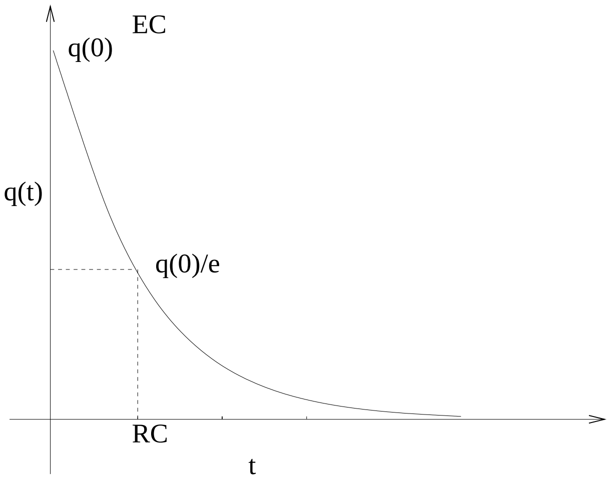
Condizioni iniziali, per es. $\mathrm{Q}(0) = 0$

$$
\begin{aligned}
EC + A &= 0; \\
-EC &= A; \\
Q(t) &= EC\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right];
\end{aligned}
$$

$$i(t) \;=\; \frac{dQ}{dt} = \frac{E}{R}\exp\left(-\frac{t}{RC}\right).$$

5.1 Esempio (scarica del condensatore)





Per $E = 0$:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} \\ Q(t) &= Q(0)\exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \\ i(t) &= -\frac{Q(0)}{RC}\exp\left(-\frac{t}{RC}\right) = i_0\exp\left(-\frac{t}{RC}\right). \end{aligned}$$

5.2 Tempo caratteristico e tempo di dimezzamento

Nei circuiti di carica e scarica il parametro RC prende il nome di costante tempo o tempo caratteristico. Quantitativamente, nel circuito di carica, nei tempi $t_1 = RC, t_2 = 2RC, t_3 = 3RC$ la carica sul condensatore raggiunge rispettivamente il 63% 86% 95% del valore asintotico. Analogamente, nel circuito di scarica, essa si riduce al 37% 14% 5% del valore iniziale.

Ovviamente, quanto detto per la carica vale anche per la tensione sul condensatore che è ad essa proporzionale. Nota bene che con le ordinarie precisioni di misura, dopo un tempo, per es., $3RC$ non si apprezzano variazioni di tensione e pertanto ai fini pratici i processi di carica o scarica possono considerarsi completi.

Particolare interesse ha il valore $t^* = (\log 2)RC$ (circa $0.7\ RC$) che corrisponde alla salita e alla discesa a metà valore; nella carica, dopo $t^*, 2t^*, 3t^*, \ldots, nt^*$ la carica raggiunge il valore asintotico a meno del suo $1/2, 1/4, 1/8, \ldots, 1/2^n$. Nella scarica, dopo $t^*, 2t^*, 3t^*, \ldots, nt^*$ la carica si riduce a $1/2, 1/4, 1/8, \ldots, 1/2^n$ del valore iniziale.

Con riferimento al caso esponenziale decrescente, t^* prende il nome di tempo di dimezzamento.

5.3 Bilancio energetico

Moltiplicando entrambi i membri dell'equazione del circuito di carica (e di scarica, dove $E = 0$)

$$\frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = E$$

per la corrente $i = dQ/dt$ ed integrando tra due generici istanti t_1 e t_2 si ottiene

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{C} Q \frac{dQ}{dt} + \int_{t_1}^{t_2} Ri^2 = \int_{t_1}^{t_2} E\frac{dQ}{dt}$$

Osserviamo quindi che

$\int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{C} Q \frac{dQ}{dt}$ dà l'incremento della funzione $Q^2/2C$

$\int_{t_1}^{t_2} Ri^2$ dà la dissipazione per effetto Joule sulla resistenza R

$\int_{t_1}^{t_2} E\frac{dQ}{dt}$ dà il lavoro fatto dall'alimentatore

Con riferimento al circuito di scarica ($E = 0$) si osserva che l'effetto Joule ottenuto corrisponde ad un decremento della funzione

$$\frac{1}{2C}Q^2 = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

che quindi va interpretata come espressione dell'energia disponibile sul condensatore carico.

Con riferimento al circuito di carica viceversa si osserva che l'energia erogata dall'alimentatore si ripartisce in parte in energia sul condensatore ed in parte in effetto Joule. Assumendo per t_1 l'istante iniziale, cioè quello di formazione del circuito con il condensatore scarico e al limite per t_2 all'infinito gli integrali precedenti assumono i valori

$$\frac{1}{2}\frac{E^2}{C} \qquad \frac{1}{2}\frac{E^2}{C} \qquad \frac{E^2}{C}$$

come si verifica direttamente sostituendovi le espressioni di $Q(t)$ e $i(t)$. Dunque, nella carica completa di un condensatore, l'energia erogata dalla batteria per metà è trasferita sul condensatore e per metà è convertita in calore, qualunque sia il valore di R.

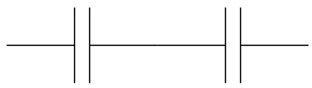
Infine, per una carica parziale da 0 a $Q < E\,C$, il rendimento definito da energia sul condensatore / energia erogata risulta inferiore al 50%. Invero la tensione sul condensatore è $V = Q/C < E$ e quindi l'energia accumulata $(1/2)\,QV$ è inferiore alla metà del lavoro $Q\,E$ fatto dall'alimentatore.

5.4 Connessione di due condensatori in serie o in parallelo

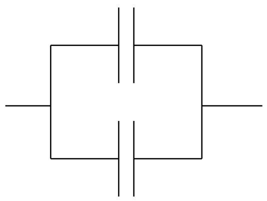
Due condensatori C_1 e C_2 di estremi A, B e M, N possono connettersi

in serie quando hanno un solo estremo a comune ($B = M$) e possiedono la stessa carica; cioè le cariche sulle armature a contatto sono uguali e di segno opposto; pertanto nel punto $B = M$ non debbono essere connessi altri elementi (resistenze, capacità o altro) che possano variare il valore (uguale a zero) della carica totale di queste armature.

in parallelo: quando hanno entrambi gli estremi a comune ($A = M$ e $B = N$) e quindi hanno la stessa differenza di potenziale.



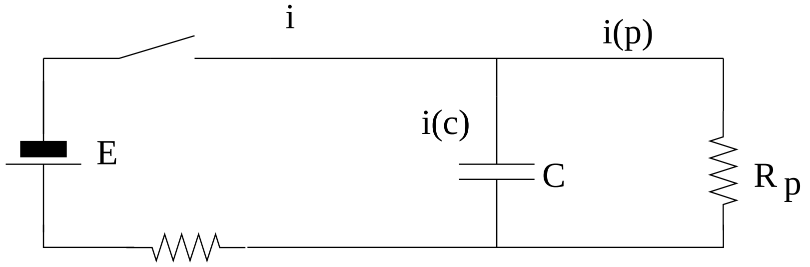
1/C=1/C1+1/C2

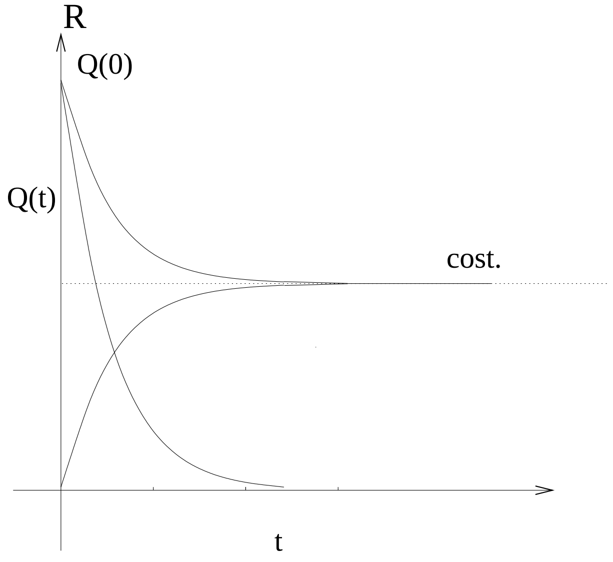


C=C1+C2

Si verifica che la capacità equivalente nella disposizione in serie è data dalla regola degli inversi mentre nella disposizione in parallelo è data dalla regola della somma: cioè valgono le stesse regole di composizione delle resistenze ma scambiate tra serie e parallelo.

5.5 Ancora un esempio di circuito con condensatore:





$$
\begin{aligned}
Q/C + Ri &= E \\
Q/C &= R_p i_p \\
i &= i_p + i_c \\
i_c &= \frac{dQ}{dt};
\end{aligned}
$$

operando qualche sostituzione:

$$
\begin{aligned}
\frac{Q}{C} + Ri_p + R\frac{dQ}{dt} &= E \\
\frac{Q}{CR_p} &= i_p
\end{aligned}
$$

da cui si ottiene l'equazione

$$R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q(R+R_p)}{CR_p} = E$$

$$Q(t) = A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + cost; \qquad \tau = C(R \,\|\, R_p); \qquad cost = \frac{ECR_p}{R+R_p};$$

$$Q(t) = Q(0)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + cost\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

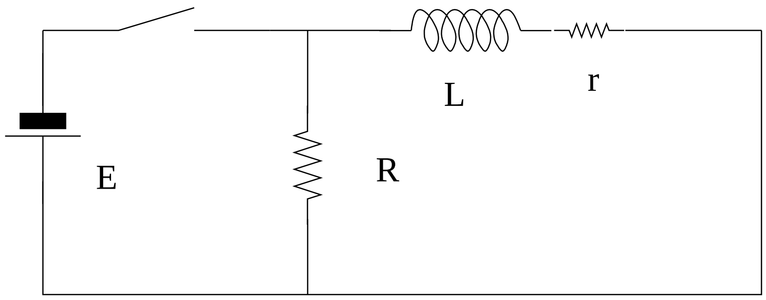
cioè l'andamento temporale della carica corrisponde alla sovrapposizione di un andamento di scarica dal valore $Q(0)$ e di un andamento di carica al valore asintotico dato da *cost*.

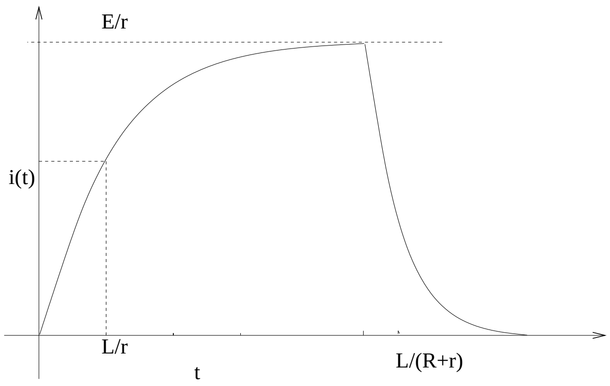
6 Circuiti con elementi induttivi

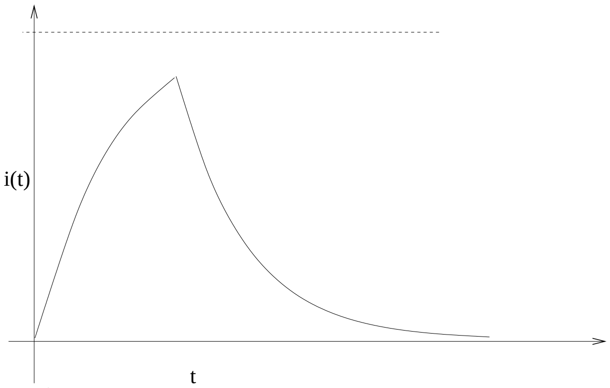
Un elemento di circuito, ordinariamente costituito da un filo metallico avvolto ad elica cilindrica o solenoide, si dice induttivo in base alle seguenti proprietà: quando è percorso da una corrente elettrica $i(t)$ ai suoi estremi la d.d.p. vale $R_L i + L\,di/dt$ ove R_L è la resistenza (ohmica) dell'avvolgimento e L è un coefficiente (di autoinduzione) che dipende principalmente dal numero di avvolgimenti, dalla lunghezza e sezione del solenoide, dalla natura e dalla geometria dell'eventuale nucleo sul quale è avvolto il filo.

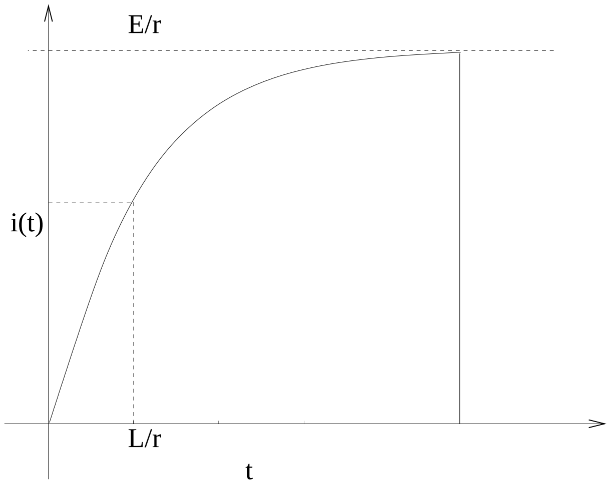
L'elemento si dice puramente induttivo quando $R_L i$ è trascurabile rispetto a $L\,di/dt$; ciò dipende evidentemente non solo dai parametri R_L e L ma anche da i e da di/dt.

Per circuiti con elementi induttivi (o induttanze) si possono scrivere relazioni tra corrente e d.d.p. di tipo differenziale









Alla chiusura del contatto (extracorrente di chiusura):

$$L\frac{di}{dt} + R_L i = E$$

$$i(t) = \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]\frac{E}{R_L}; \qquad \tau = \frac{L}{R_L}.$$

All'apertura del contatto (extracorrente di apertura):

$$L\frac{di}{dt} + R_L i + Ri = 0$$

$$i_t = i_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau'}\right); \qquad \tau' = \frac{L}{R_L + R}$$

Le equazioni dei circuiti di extracorrente di chiusura e di apertura sono in forma le stesse dei circuiti di carica e di scarica del condensatore.

Con le necessarie trasposizioni dei simboli si ottiene che le funzione $i(t)$ delle extracorrenti di chiusura e di apertura hanno lo stesso andamento temporale delle $q(t)$ nella carica e scarica del condensatore.

In particolare il rapporto L/R_t tra il coefficiente di autoinduzione e la resistenza totale del circuito corrisponde al tempo caratteristico RC.

6.1 Bilancio energetico

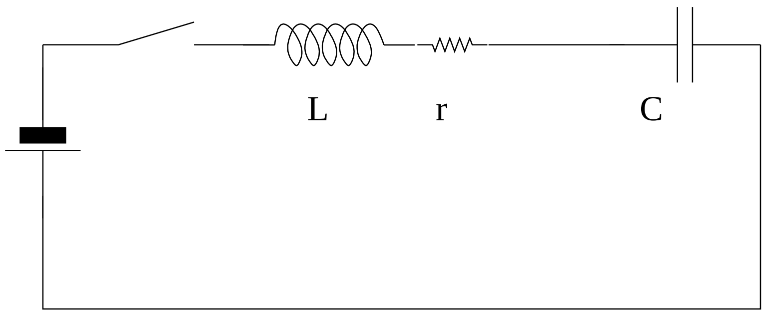
Per quanto riguarda il bilancio energetico, procedendo come nei casi della carica e scarica del condensatore, cioè moltiplicando i membri delle equazioni interessate per la $i(t)$ ed integrando, si conclude che l'espressione

$$\frac{1}{2} L\, i(t)^2$$

rappresenta l'energia della bobina percorsa da corrente.

7 Circuiti ad oscillazioni smorzate

In un circuito composto di elementi capacitivi ed induttivi le d.d.p. e le correnti possono avere andamento oscillante e smorzato. Esempio:



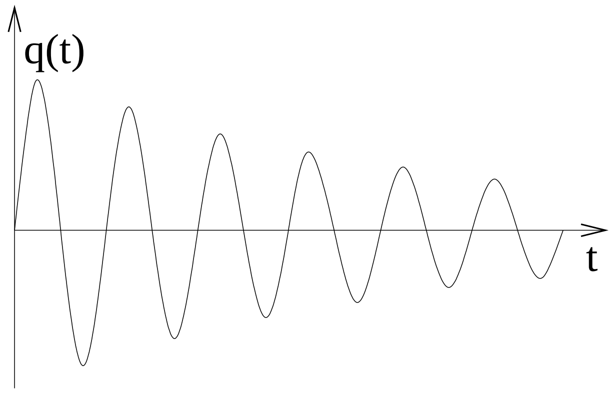
Dopo la chiusura

$$L\frac{di}{dt} + R_L i + \frac{q}{C} = E$$

sostituendo $i = dq/dt$ si ottiene l'equazione dei "moti armonici smorzati"

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R_L\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$$

la cui soluzione, per valori $R_L^2 < 4L/C$, ha l'andamento di fig. (caso $E = 0$ e condensatore carico a $t = 0$)



7.1 Bilancio energetico

Moltiplicando entrambi i membri dell'equazione del circuito per la funzione $i = dq/dt$, ed integrando su un qualsiasi intervallo temporale $[t_1, t_2]$

$$\int_{t_1}^{t_2} L\,i\,\frac{di}{dt} + \int_{t_1}^{t_2} R\,i^2 + \int_{t_1}^{t_2} \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} = \int_{t_1}^{t_2} E\,i$$

si ottiene la relazione che esprime il bilancio energetico del sistema. Invero:

$\int_{t_1}^{t_2} i\frac{di}{dt}$ è la variazione dell'energia $0.5Li^2$ associata alla bobina

$\int_{t_1}^{t_2} Ri^2$ è il calore dissipato sulla resistenza (effetto Joule)

$\int_{t_1}^{t_2} \frac{q}{C}\frac{dQ}{dt}$ è la variazione dell'energia $(1/2)\,q^2/C$ associata al condensatore

$\int_{t_1}^{t_2} Ei$ è il lavoro compiuto dal generatore.

8 Circuiti ad oscillazioni forzate

Un circuito costituito da elementi di tipo resistivo, induttivo, capacitivo, alimentato da un generatore di tensione alternata

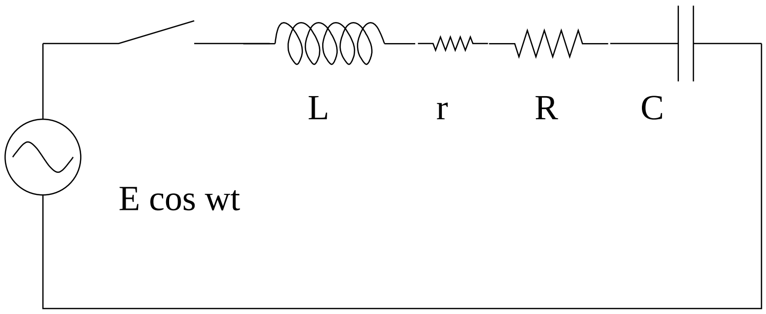
$$E\cos(\omega t)$$

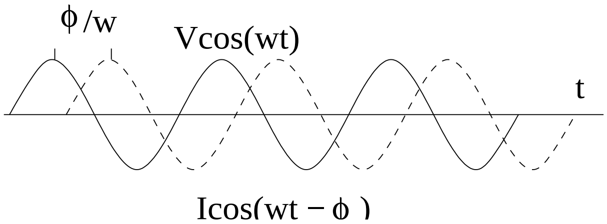
è percorso, in "condizioni stazionarie", da una corrente alternata

$$I\cos(\omega t-\phi)$$

Per condizioni stazionarie si intendono quelle che si stabiliscono dopo un certo tempo dall'istante di chiusura del circuito, ovvero dall'istante in cui il circuito stesso è stato alterato.Infatti dopo la chiusura l'andamento della corrente è dato dalla sovrapposizione di due termini: uno, detto transiente, a carattere smorzato, l'altro, di regime, a carattere persistente.

Un esempio





$$L\frac{di}{dt}+(R_L+R)i+\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i\,dt = E\cos(\omega t)$$

Derivando rispetto al tempo si ottiene una equazione differenziale del secondo ordine non omogenea, la cui soluzione è la somma di due termini: uno di questi è la soluzione generale dell'equazione omogenea associata (che è di tipo smorzato e che contiene due parametri che risultano fissati dalle condizioni iniziali); l'altro è una soluzione particolare che è del tipo $I\cos(\omega t-\phi)$ che è di tipo persistente.

Per precisare i valori di I e ϕ si sostituisce direttamente la soluzione proposta nell'equazione del circuito, ottenendo a primo membro un'espressione in $\sin(\omega t - \phi)$ e in $\cos(\omega t - \phi)$ ovvero, sviluppando, in $\sin(\omega t)$, $\cos(\omega t)$, $\sin(\phi)$, $\cos(\phi)$.

Affinché tale espressione sia identicamente uguale al secondo membro, per qualunque valore di t si debbono imporre delle condizioni che risultano le seguenti:

- I, valore massimo della corrente, deve essere uguale ad E, valore massimo della tensione, diviso per la somma quadratica di $R_L + R$ e di $\omega L - 1/\omega C$;
- ϕ, sfasamento tra la sinusoide che rappresenta la corrente e quella che rappresenta la tensione, è dato dall'arcotangente del rapporto dei due precedenti termini: $\omega L - 1/\omega C$ diviso $R_L + R$

Malgrado la semplicità del circuito considerato, i valori dei parametri I e ϕ si ottengono dunque mediante una prolissa serie di passaggi algebrici e trigonometrici. L'estensione del procedimento precedente a circuiti più complicati è pertanto molto scomoda.

Limitandoci alla ricerca della soluzione particolare dell'equazione del circuito, ossia alla soluzione in condizioni stazionarie, si fa uso di un metodo detto "simbolico" o "complesso" o "vettoriale" che permette di determinare molto più rapidamente i valori massimi delle correnti ed i valori dei loro sfasamenti rispetto alla tensione di alimentazione sinusoidale.

9 Metodo "complesso" o "vettoriale" per la rappresentazione delle grandezze alternate

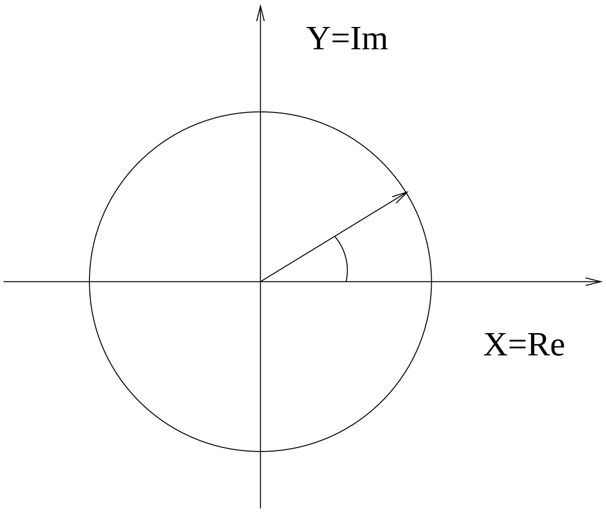
Una grandezza fisica, per es., una d.d.p., che sia funzione del tempo del tipo

$$A \cos(\omega t + \alpha)$$

può essere rappresentata come parte reale del numero complesso di modulo A e argomento $\omega t + \alpha$ ovvero come proiezione sull'asse x di un vettore piano di modulo A e coseno direttore, rispetto a tale asse, appunto $\cos(\omega t + \alpha)$.

Identificando l'asse reale della rappresentazione complessa con l'asse x della rappresentazione vettoriale è immediato che il numero complesso rappresentativo coincide con il secondo estremo del vettore rappresentativo, convenendo di fissare il suo primo estremo nell'origine degli assi. Le diverse rappresentazioni comportano soltanto diversità di nomenclatura e di notazioni.

Al variare di t e quindi dell'argomento $\omega t + \alpha$, il punto complesso rappresentativo descrive ripetutamente una circonferenza di raggio A, mentre il vettore rappresentativo ruota con velocità angolare ω.



Le operazioni di somma e differenza tra grandezze alternate possono essere effettuate sui loro numeri complessi rappresentativi (o sui loro vettori rappresentativi): tali operazioni sono infatti definite sia per i numeri complessi che per i vettori (in quest'ultimo caso si tratta della regola del parallelogrammo); inoltre operando sui complessi (o sui vettori) rappresentativi si ottiene il complesso (o il vettore) rappresentativo del risultato ottenuto operando sulle grandezze alternate.

Le operazioni di prodotto e di quoziente tra grandezze alternate invece comportano delle difficoltà: infatti esse sono definite solo per i numeri complessi (prodotto e quoziente dei moduli, somma e differenza degli argomenti) e non univocamente per i vettori; inoltre, e ciò che più importa, operando sui complessi rappresentativi non si perviene ad un complesso che rappresenta il risultato dell'operazione effettuata sulle grandezze alternate.

Infine, le operazioni di derivazione e di integrazione (rispetto a t) di una grandezza alternata $A\cos(\omega t+\alpha)$ permettono una considerazione molto interessante: scriviamo esplicitamente la derivata

$$-\omega A\sin(\omega t+\alpha)=\omega A\cos(\omega t+\alpha+\pi/2)$$

e scriviamo esplicitamente l'integrale

$$\frac{1}{\omega}A\sin(\omega t+\alpha)=\frac{1}{\omega}A\cos(\omega t+\alpha-\pi/2)$$

Osserviamo che il complesso rappresentativo della derivata (o dell'integrale) si ottiene dal rappresentativo della grandezza di partenza moltiplicando per il numero complesso di modulo ω (o $1/\omega$) e di argomento $\pi/2$ (o $-\pi/2$).

Questo è il risultato che determina l'utilità della rappresentazione complessa per le grandezze alternate che interessano in circuiteria: osserviamo infatti che le relazioni tra correnti e tensioni (cioè le equazioni dei circuiti) ci portano ad operazioni di somma differenza derivazione ed integrazione di grandezze alternate (e non loro prodotti e quozienti); quindi possiamo sostituire in tali relazioni alle grandezze alternate i loro complessi rappresentativi e alle operazioni di derivazione e integrazione la semplice moltiplicazione per i numeri complessi di parte reale nulla e parte immaginaria rispettivamente ω e $-1/\omega$. Con tale sostituzione le equazioni differenziali e integrali scritte per le grandezze alternate si trasformano in equazioni algebriche per i corrispondenti complessi rappresentativi; tali equazioni, peraltro lineari, sono di immediata soluzione e nei risultati potremo passare dai complessi rappresentativi alle grandezze rappresentate considerando le loro parti reali. Per comodità richiamiamo infine le formule di Eulero che permettono di scrivere i complessi rappresentativi anche nella forma

$$A \exp j(\omega t + \alpha)$$

ed i fattori moltiplicativi per operare la derivazione e l'integrazione nella forma

$$\omega \exp(j\pi/2) \qquad \text{e} \qquad \frac{1}{\omega} \exp(-j\pi/2).$$

10 Legge di Ohm generalizzata

Le relazioni tra d.d.p. e intensità di corrente alternate, per gli elementi resistivi, capacitivi, induttivi (tutti genericamente indicati con il nome di impedenze), si scrivono:

$$
\begin{aligned}
\text{R)}\qquad\qquad d.d.p. &= RI \\
V_R\cos(\omega t+\alpha) &= RI_R\cos(\omega t+\alpha-\phi) \\
V_R &= I_R R, \qquad \phi=0
\end{aligned}
$$

in termini complessi:

$$
V_R\exp j(\omega t+\alpha) = RI_R\exp j(\omega t+\alpha)
$$

$$
\begin{aligned}
\text{C)}\qquad\qquad d.d.p. &= \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} I dt \\
V_C\cos(\omega t+\alpha) &= \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} I_C\cos(\omega t+\alpha-\phi) = \\
&= \tfrac{1}{\omega C} I_C\cos(\omega t+\alpha-\phi-\pi/2) \\
V_C &= \tfrac{1}{\omega C} I_C, \qquad \phi=-\pi/2
\end{aligned}
$$

in termini complessi:

$$
\begin{aligned}
V_C\exp j(\omega t+\alpha) &= \tfrac{1}{\omega C} I_C\exp j(\omega t+\alpha+\pi/2-\pi/2) = \\
&= \tfrac{1}{\omega C}\exp(-j\pi/2) I_C\exp j(\omega t+\alpha+\pi/2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{L)}\qquad\qquad d.d.p. &= L\frac{di}{dt} \\
V_L\cos(\omega t+\alpha) &= L\frac{d}{dt} I_L\cos(\omega t+\alpha-\phi) \\
&= \omega L\cdot I_L\cos(\omega t+\alpha-\phi+\pi/2) \\
V_L &= \omega L\cdot I_L, \qquad \phi=\pi/2
\end{aligned}
$$

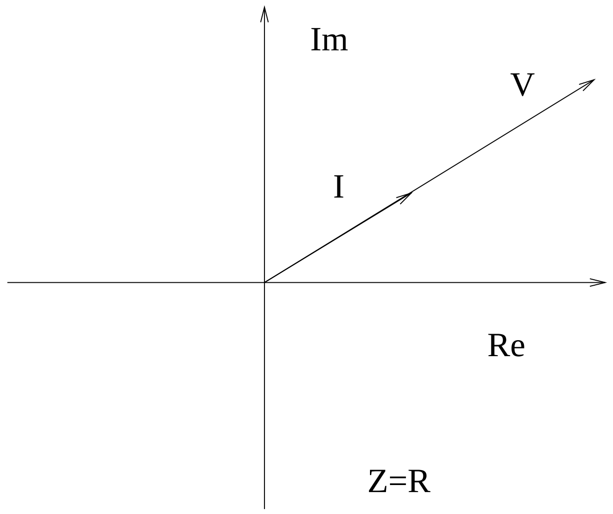
in termini complessi:

$$
\begin{aligned}
V_L\exp j(\omega t+\alpha) &= \omega L I_L\exp j(\omega t+\alpha-\pi/2+\pi/2) = \\
&= \omega L\exp(j\pi/2) I_L\exp j(\omega t+\alpha-\pi/2).
\end{aligned}
$$

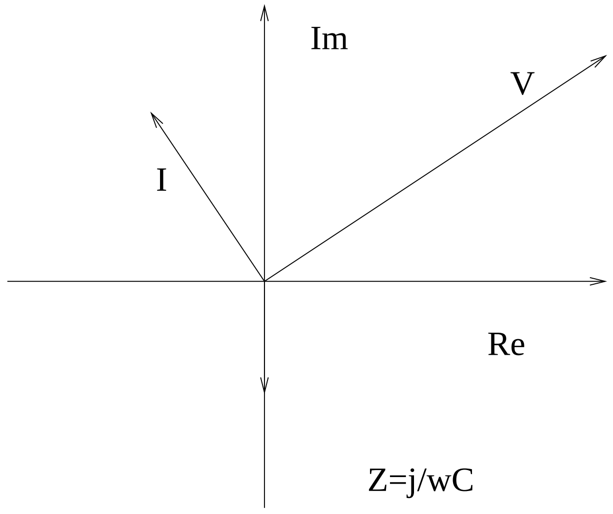
Riassumendo e usando anche i simboli vettoriali:

$$
\vec{V} = \vec{Z}\vec{I}
$$

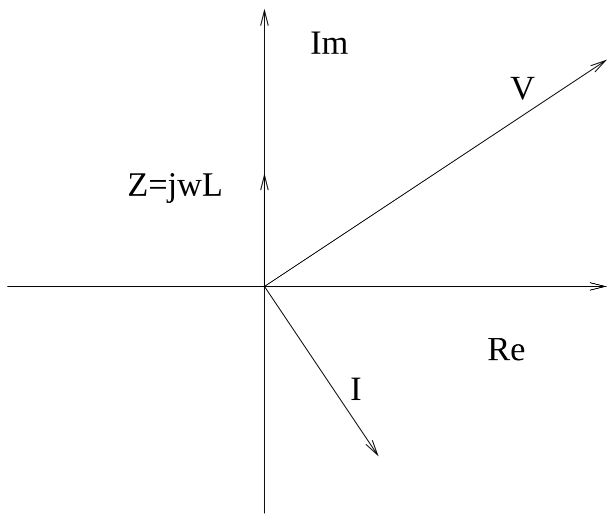
- **caso resistivo:** $\vec{Z} = R$



- **caso capacitivo:** $\vec{Z} = \dfrac{1}{\omega C} \exp j(-\pi/2) = -\dfrac{j}{\omega C} = \dfrac{1}{j\omega C}$.



- **caso induttivo:** $\vec{Z} = \omega L \exp j(\pi/2) = j\omega L$.



La relazione tra differenza di potenziale ed intensità di corrente, scritta con i numeri complessi rappresentativi, è dunque di proporzionalità per ogni tipo (resistivo, capacitivo, induttivo) dell'elemento percorso dalla corrente

$$\vec{V} = \vec{Z}\vec{I}$$

si dice *legge di Ohm generalizzata.*

Si osservi che la proporzionalità tra i numeri complessi rappresentativi non comporta proporzionalità tra le grandezze rappresentate; queste ultime sono date dalla parte reale del complesso rappresentativo, però dalla relazione $\vec{V} = \vec{Z}\vec{I}$ non si deduce $\mathbb{R}(\vec{V}) = \mathbb{R}(\vec{Z})\mathbb{R}(\vec{I})$ che è errato, se $\vec{Z}$ non è reale.

In un nodo di un circuito, per qualunque t, è valida l'equazione

$$\sum_k I_k \cos(\omega t + \phi_k) = 0$$

da cui segue

$$\sum_k \vec{I}_k = 0$$

Infatti la parte reale dell'equazione scritta coincide direttamente con l'equazione data, mentre la sua parte immaginaria vi coincide sostistuendo a t il valore $t - \pi/2\omega$.

10.1 Conclusione

Da quanto precede si deduce che le leggi fondamentali dei circuiti si scrivono nella rappresentazione complessa

$$\sum_k \vec{I}_k = 0; \qquad \sum_k \vec{e}_k = \sum_j \vec{Z}_j \vec{I}_j$$

in modo del tutto analogo al caso in cui siano presenti solo elementi resistivi. Ciò permette di estendere la trattazione delle reti di conduttori e generatori di tensione alle reti di resistenze, capacità, induttanze e generatori di tensione alternata di data frequenza ω. In particolare si estendono le leggi di composizione delle "impedenze" in serie e in parallelo, il metodo delle maglie, il teorema del Thevenin.

10.2 Nomenclatura

La parte immmaginaria di un'impedenza si dice *reattanza*; l'inverso di un'impedenza si dice *ammettenza*. Anche l'ammettenza è in generale un numero complesso, le cui parti reale ed immaginaria si dicono *conduttanza* e *suscettanza*.

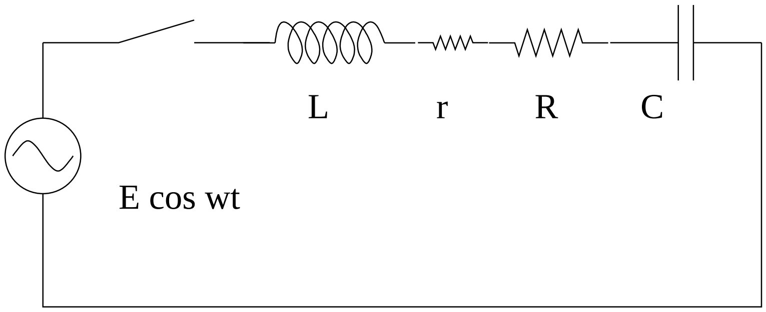
Prima di procedere ad illustrare quanto sopra con esempi ed applicazioni, è opportuno ribadire che il metodo vettoriale o dei numeri complessi viene usato per rappresentare grandezze che sono alternate (sinusoidali) come risulta dalla soluzione "a regime" delle corrispondenti equazioni.

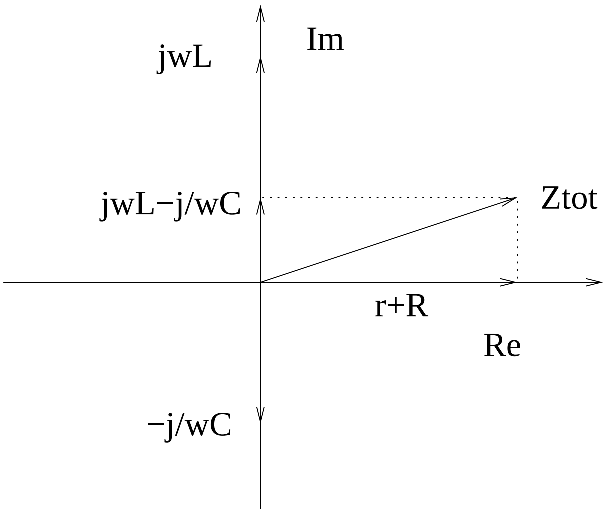
Nell'ambito di questa rappresentazione si eseguono operazioni di somme differenze integrazioni e derivazioni di grandezze alternate, ma non di loro prodotti o quozienti. Invero, operazioni di prodotto intervengono tra il complesso rappresentativo di una grandezza alternata ed un fattore, eventualmente complesso, ma costante. Tali fattori possono anche avere un significato fisico (per es. le impedenze) ma non rappresentano grandezze variabili nel tempo.

La rappresentazione di grandezze prodotto di due grandeze alternate (la potenza erogata da un alimemtatore alternato, l'energia dissipata per effetto Joule da una corrente alternata, ...) non rientrano nella trattazione svolta.

10.3 Esempi

10.3.1 Circuito serie fondamentale





L'impedenza totale è

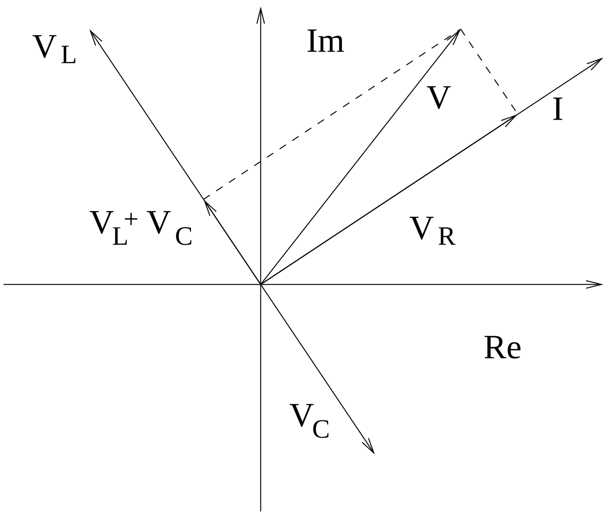
$$\frac{1}{j\omega C} + j\omega L + R = R + j\left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right).$$

Osservazione: le impedenze induttive e capacitive in serie si compensano; per $LC = 1/\omega^2$ l'impedenza totale risulta puramente resistiva.

La corrente $I\cos(\omega t - \phi)$ che interessa il circuito è facilmente dedotta dalla legge di Ohm generalizzata: il numero complesso che la rappresenta è infatti il rapporto tra il numero complesso che rappresenta la tensione ed il numero complesso che rappresenta l'impedenza; quindi il valore massimo della corrente (modulo del suo complesso rappresentativo) è il rapporto tra il valore massimo della tensione ed il modulo dell'impedenza, cioè la somma quadratica di R e di $(\omega L - 1/\omega C)$, mentre lo sfasamento ϕ (differenza di argomento tra rappresentativo della tensione e rappresentativo della corrente) è l'argomento del rappresentativo $\vec{Z}$ dell'impedenza, cioè l'arcotangente del rapporto della sua parte immaginaria e della sua parte reale.

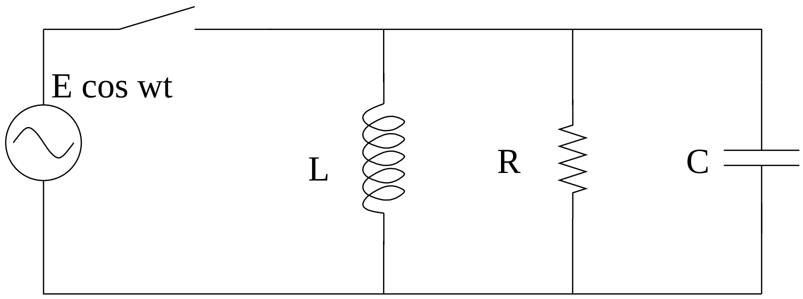
Ricavata la corrente $\vec{I}$, moltiplicandola per le singole impedenze si hanno le tensioni parziali ai capi del condensatore, dell'induttanza e della resistenza:

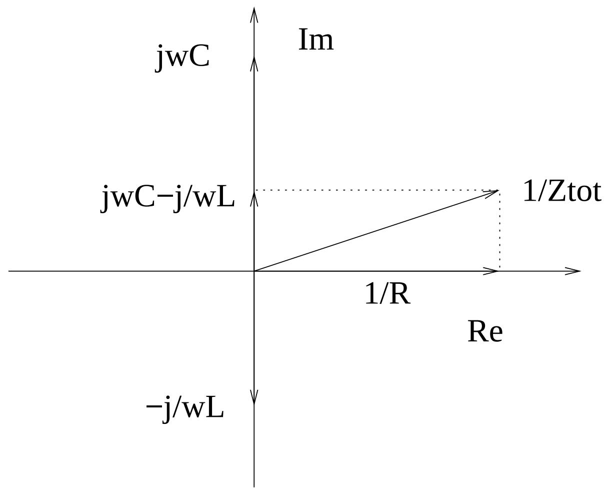
$$\begin{aligned} \vec{V}_C &= \frac{1}{j\omega C}\vec{I} \\ \vec{V}_L &= j\omega L\vec{I} \\ \vec{V}_R &= R\vec{I} \end{aligned}$$



Relazioni di fase: $\vec{I}_C$ è sfasata di $\begin{cases} -\pi/2 & \text{rispetto a } \vec{V}_R \text{ e di} \\ -\pi & \text{rispetto a } \vec{V}_L. \end{cases}$

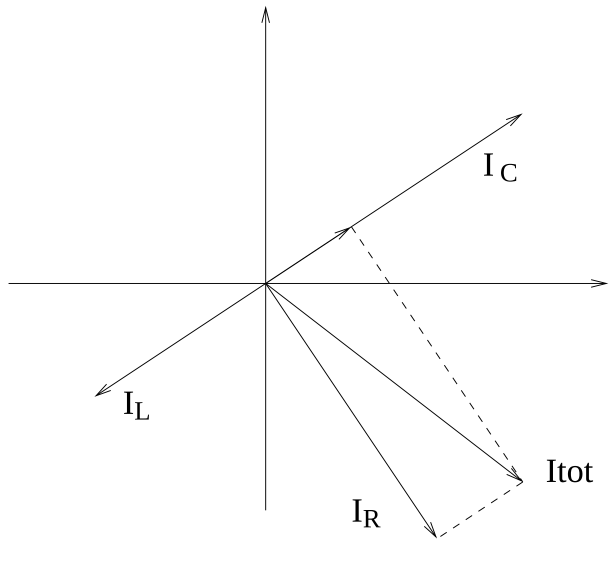
10.3.2 Circuito parallelo fondamentale





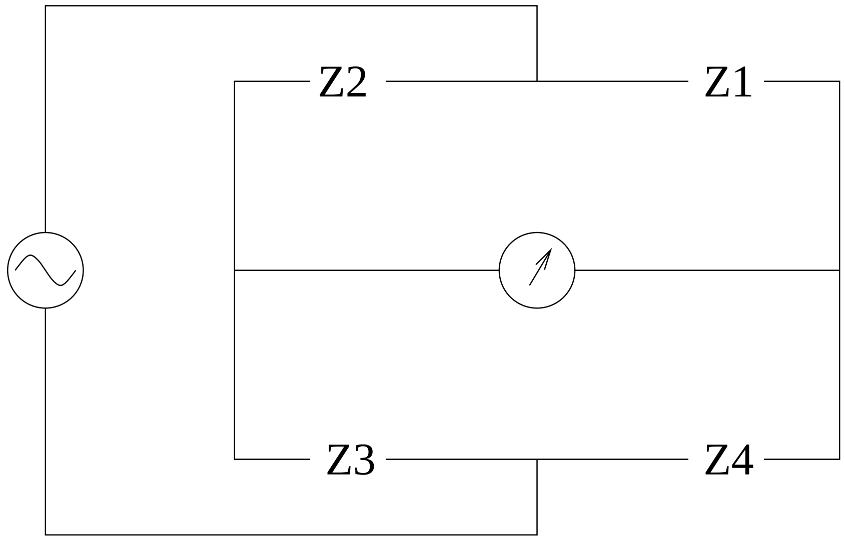
L'impedenza totale può essere calcolata con la formula degli inversi. Per le correnti attraverso C, L, R si ha

$$
\begin{aligned}
\vec{I}_C &= \vec{V} j\omega C \\
\vec{I}_L &= \frac{\vec{V}}{j\omega L} \\
\vec{I}_R &= \frac{\vec{V}}{R} \\
\vec{I} &= \vec{I}_C + \vec{I}_L + \vec{I}_R .
\end{aligned}
$$



Relazioni di fase: $\vec{I}_C$ è sfasata di $\begin{cases} +\pi & \text{rispetto a } \vec{I}_L \text{ e di} \\ +\pi/2 & \text{rispetto a } \vec{I}_R. \end{cases}$

10.3.3 Circuiti a ponte



Se attraverso lo strumento non passa corrente, cioè B e D hanno sempre lo stesso potenziale, si può scrivere:

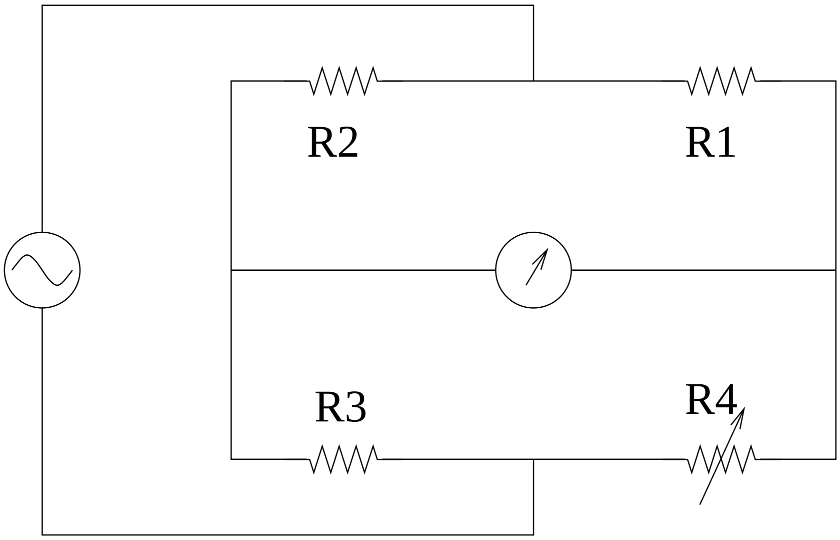
$$\begin{aligned} \vec{Z}_1\vec{I}_B &= \vec{Z}_2\vec{I}_D \\ \vec{Z}_4\vec{I}_B &= \vec{Z}_3\vec{I}_D \end{aligned}$$

dividendo membro a membro ed elaborando si perviene all'equazione dell'equilibrio

$$\vec{Z}_1\vec{Z}_3 = \vec{Z}_2\vec{Z}_4.$$

La disposizione a ponte permette di determinare un'impedenza in funzione delle altre. Esempi:

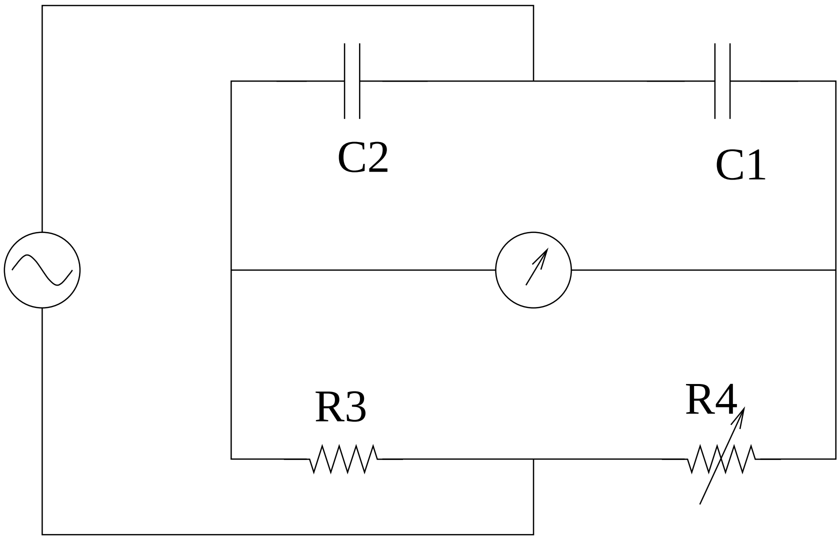
- **ponte di Wheatstone** per misure di elementi resistivi, che può essere alimentato anche in continua:



all'equilibrio: $R_1\,R_3 = R_2\,R_4$ da cui si ottiene

$$R_1 = \frac{R_2\,R_4}{R_3}$$

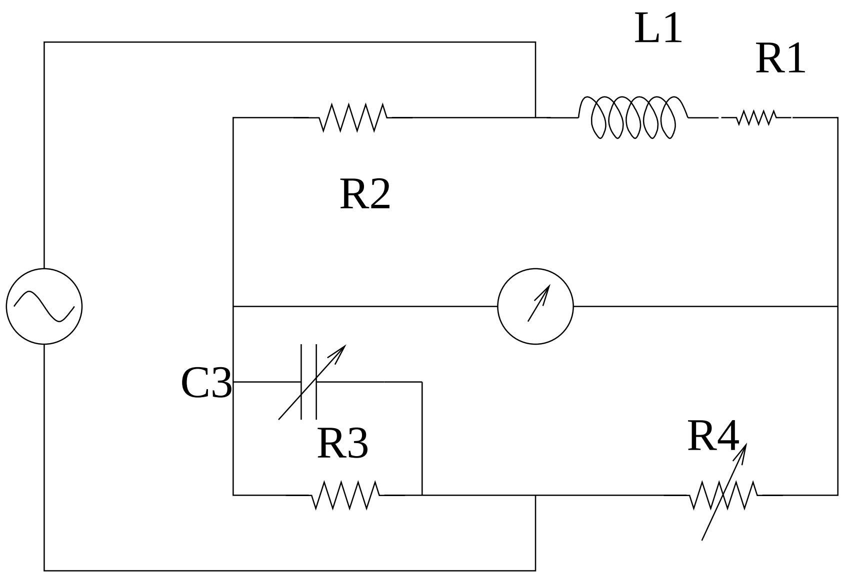
- **ponte di De Sauty**, per misure di elementi capacitivi



all'equilibrio: $\dfrac{R_3}{j\omega C_1} = \dfrac{R_4}{j\omega C_2}$ da cui si ottiene

$$C_1 = C_2 \frac{R_3}{R_4}$$

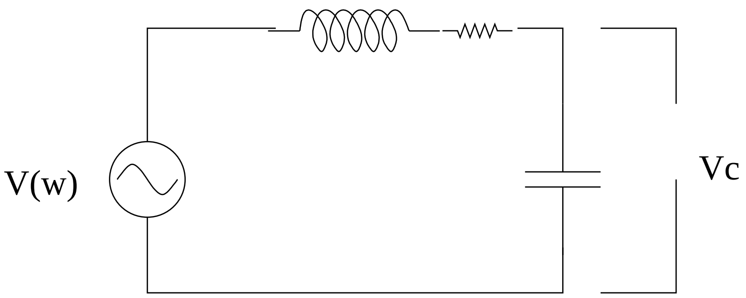
- **ponte di Maxwell**, per misure di elementi induttivi

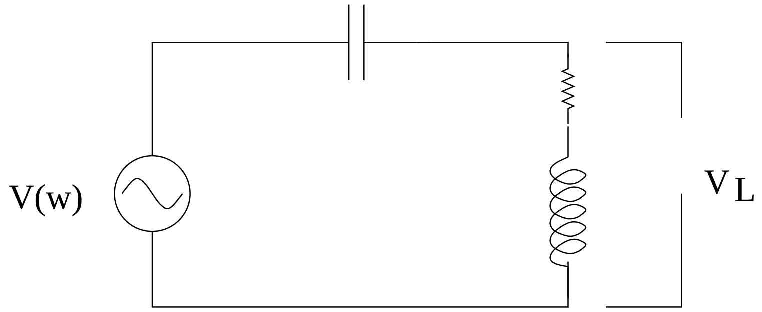


all'equilibrio: $\dfrac{j\omega L_1 + R_1}{\frac{1}{R_3} + j\omega C_3} = R_2\,R_4$ da cui si ottiene:

$$L_1 = R_2\,R_4\,C_3 \qquad R_1 = \frac{R_2\,R_4}{R_3}$$

10.3.4 Filtri





Il partitore bobina-condensatore suddivide la tensione di ingresso $\vec{V}$ nelle parti $\vec{V}_L$ e $\vec{V}_C$ che nella rappresentazione complessa sono espresse da

$$\begin{aligned}\vec{V}_L &= (j\omega t + R)\,\frac{\vec{V}}{\vec{Z}} \\ \vec{V}_C &= \frac{1}{j\omega C}\,\frac{\vec{V}}{\vec{Z}}\end{aligned}$$

avendo indicato l'impedenza totale del sistema con

$$\begin{aligned}\vec{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \\ &= R + j\omega L\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega^2}\end{aligned}$$

e la cosidetta pulsazione di risonanza con

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Nota bene che la ripartizione $\vec{V} = \vec{V}_L + \vec{V}_C$ è una relazione vettoriale che non si traduce in una somma tra i moduli ovvero tra le ampiezze delle tensioni.

Lo studio dei rapporti tra le ampiezze V_L/V e V_C/V in funzione della pulsazione ω non è immediato; in particolare si può osservare che per ω prossimo a ω_0 l'impedenza totale diminuisce e tali rapporti aumentano e possono diventare maggiori di 1. Invero, assumendo per semplicità $R \ll \omega L$ i vettori $\vec{V}_L$ e $\vec{V}_C$ risultano praticamente contrapposti e pur mantenendo costante la loro somma possono divergere.

Semplificando con $R \ll \omega L$, si ha $\vec{Z} = j\omega L(\omega^2 - \omega_0^2)/\omega^2$ e

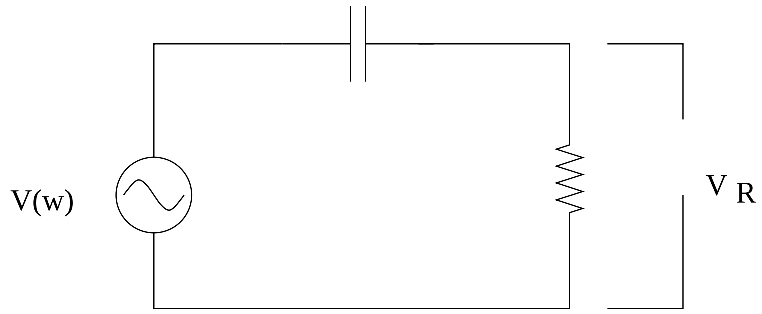
$$\begin{aligned}\vec{V}_L &= \vec{V}\frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2} \\ \vec{V}_C &= \vec{V}\frac{\omega_0^2}{\omega^2 - \omega_0^2}\end{aligned}$$

pertanto,

- per $\omega \ll \omega_0$, $\vec{V}_C$ approssima $\vec{V}$ —filtro passa basso
- per $\omega \gg \omega_0$, $\vec{V}_L$ approssima $\vec{V}$ —filtro passa alto

Un altro tipo di filtro si ottiene mediante un partitore resistenza-condensatore come descritto in seguito.

10.3.5 Circuito derivatore



$$\vec{V}_R = \frac{R\vec{V}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC\,\vec{V}}{j\omega RC + 1}$$

se $\omega RC \ll 1$ ovvero, in termini temporali, $RC \ll 1/\omega$

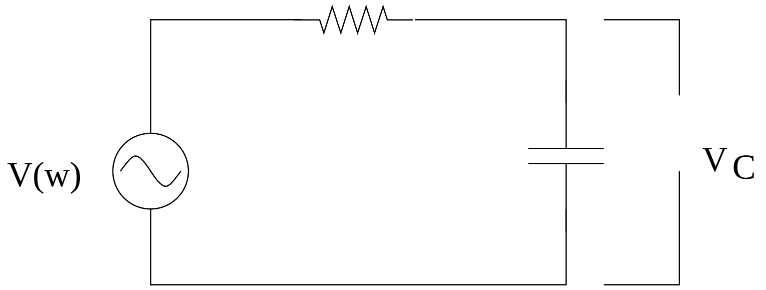
$$\vec{V}_R \simeq j\omega RC\vec{V} = RCj\omega\vec{V}.$$

A parte il fattore RC, $\vec{V}_R$ è la derivata di $\vec{V}$.

Rispetto alla tensione d'ingresso, la tensione sulla resistenza risulta in "anticipo di fase" di $\pi/2$, mentre l'ampiezza è molto ridotta (fattore a moltiplicare $\omega RC \ll 1$)

È immediato verificare che viceversa la tensione $\vec{V}_C$ sul condensatore approssima quella d'ingresso, pertanto, prendendo l'uscita sul condensatore, il circuito funziona da filtro *passa basso* ($\omega \ll 1/RC = \omega_0$)

10.3.6 Circuito integratore



$$\vec{V}_C = \frac{1}{j\omega C} \frac{\vec{V}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\vec{V}}{j\omega RC + 1}$$

se $\omega RC \gg 1$ ovvero, in termini temporali, $RC \gg 1/\omega$

$$\vec{V}_C \simeq \frac{\vec{V}}{j\omega RC} = \frac{1}{RC} \frac{1}{j\omega} \vec{V}.$$

A parte il fattore $(1/RC)$, $\vec{V}_C$ è l'integrale di $\vec{V}$. Rispetto alla tensione d'ingresso, la tensione sul condensatore risulta in "ritardo di fase" di $\pi/2$, mentre l'ampiezza è molto ridotta (fattore a dividere $\omega RC \gg 1$)

È immediato verificare che viceversa la tensione $\vec{V}_R$ sulla resistenza approssima quella d'ingresso, pertanto, prendendo l'uscita sulla resistenza, il circuito funzione da filtro *passa alto* $(\omega \gg 1/RC = \omega_0)$.

11 Linearità delle equazioni dei circuiti e teorema di Fourier

È possibile estendere la trattazione dei circuiti, fin qui svolta, al caso più generale in cui ad alimentare un dato circuito concorrano generatori di tensione con caratteristiche differenti: generatori di tensione continua, di tensione alternata di pulsazione ω_1, di pulsazione ω_2, ecc. Infatti la linearità delle equazioni (eventualmente differenziali o integrali) che possiamo scrivere per il circuito considerato permette di applicare il principio di sovrapposizione, che, nel nostro caso, consiste in questo: le correnti che circolano nel circuito quando sono presenti soltanto i generatori di tensione continua (sostituendo tutti gli altri con le loro resistenze interne) si sommano a quelle corrispondenti che circolano quando sono presenti soltanto i generatori di tensione alternata di pulsazione ω_1 e a quelle che circolano in presenza dei soli generatori di pulsazione ω_2, ecc. tutte queste somme danno le correnti effettive del circuito alimentato contemporaneamente da tutti i generatori di tensione.

Un'ulteriore estensione della trattazione dei circuiti si ha in forza del teorema di Fourier che, sotto condizioni ordinariamente soddisfatte dalle funzioni che rappresentano grandezze fisiche, dà il seguente sviluppo in serie di una funzione "periodica":

$$f(t) = F_m + \sum_k \left[A_k \cos(k\omega t) + B_k \sin(k\omega t)\right]$$

con

$$A_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(k\omega t)\,dt, \qquad B_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(k\omega t)\,dt$$

ovvero

$$f(t) = F_m + \sum_k F_k \cos(k\omega t - \phi_k)$$

con

$$F_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}, \qquad \phi_k = \arctan\left(\frac{B_k}{A_k}\right).$$

La funzione $f(t)$ periodica di periodo π/ω è la somma di una costante F_m (che è il suo valor medio) e di una serie di funzioni di tipo sinusoidale di cui la prima (armonica fondamentale) ha lo stesso periodo T di $f(t)$ e le successive (armoniche di ordine superiore) hanno periodi T/k.

Un eventuale generatore di tensione $f(t)$ periodica è equivalente ad una disposizione in serie di un generatore di tensione continua F_0 e dei generatori di tensioni alternate $F_k \cos(k\omega t - \phi_k)$.

La validità del principio di sovrapposizione ed il teorema di Fourier permettono quindi di estendere l'analisi ai circuiti alimentati con generatori di tensione continua e/o periodica. Per es. con alcune limitazioni dovute alle diseguaglianze richieste, i circuiti derivatore ed integratore mantengono la loro funzione per segnali d'ingresso genericamente periodici. Inoltre, i generatori in continua e in alternata effettivamente disponibili forniscono tensioni che deviano dalle caratteristiche nominali (causa oscillazioni, distorsioni, ecc.) pur rimanendo funzioni periodiche: l'analisi di Fourier può risultare allora essenziale. Un caso particolare ed interessante è quello di un circuito a ponte: l'alimentazione, non rigorosamente sinusoidale, presenta uno "spettro di Fourier" con componenti di frequenza diversa; l'equilibrio è allora teoricamente possibile solo se la corrispondente condizione non dipende dalla frequenza (in pratica poi, lo strumento di zero, per limitata sensibilità, può non rilevare la corrente dovuta alle componenti dell'alimentazione di frequenza diversa da quella della componente preponderante).

12 Circuiti a regime

Un circuito si dice a regime se tutte le tensioni e tutte le correnti che lo interessano risultano costanti o funzioni periodiche del tempo. Dopo un tempo transiente sufficientemente lungo, ogni circuito con alimentazione continua e/o periodica risulta praticamente a regime.

13 Elementi di circuito attivi e passivi

Genericamente si considera attivo un elemento che fornisce energia, altrimenti passivo. Per i componenti circuitali fin qui considerati, al fine di evitare che uno stesso elemento sia considerato talvolta attivo, talvolta passivo, si può convenire di classificare attivo solo un elemento tale che connettendo i suoi terminali con quelli di una resistenza, "in condizioni di regime", esso eroga energia.

Secondo questa classificazione, i generatori di tensione risultano elementi attivi, le resistenze le capacità le induttanze risultano elementi passivi. Nota bene che un elemento attivo può talvolta assorbire energia, per esempio in un circuito costituito da una resistenza e da due pile in opposizione (cioè con un polo omonimo a comune): la pila di f.e.m. minore è percorsa da una corrente contraria alla sua f.e.m. e compie lavoro negativo, ma il circuito non è formato solo da tale pila e da una resistenza. Viceversa, anche un elemento passivo può talvolta fornire energia, per esempio un condensatore carico che viene chiuso su una resistenza fornisce energia, ma il circuito non è "a regime".

14 Potenze erogate e potenze assorbite

Dalla definizione di differenza di potenziale si deduce che la potenza (istantanea) erogata da un generatore di tensione, di forza elettromotrice $E(t)$, percorso da una corrente $i(t)$, è data da

$$w_e(t) = E(t)i(t)$$

Analogamente, per ogni ramo di circuito, sottoposto ad una tensione $V(t)$ ed interessato da una corrente $I(t)$, la potenza assorbita è

$$w_a(t) = V(t)I(t)$$

Interessanti relazioni si deducono per i circuiti con alimentazione continua o periodica, in condizioni di regime.

- **Circuiti, a regime, con alimentazione continua**
  Le grandezze E, i, w_e, V, I, w_a sono costanti. La potenza w_e erogata dal generatore è positiva se E ed i sono concordi, come accade ovviamente se nel circuito non ci sono altri generatori.

Inoltre, dalla legge di Ohm, per ogni ramo di resistenza R, la potenza assorbita vale $w_a = RI^2$, che risulta sempre positiva.

- **Circuiti, a regime, con alimentazione alternata**
Per un alternatore le grandezze interessate hanno la forma

$$
\begin{aligned}
E(t) &= E_0 \cos(\omega t); \\
i(t) &= i_0 \cos(\omega t - \phi); \\
w_e(t) &= E_0 i_0 \cos(\omega t) \cos(\omega t - \phi) = \\
&= \frac{1}{2} E_0 i_0 [\cos(\phi) + \cos(2\omega t - \phi)]
\end{aligned}
$$

Il valore di $w_e(t)$ mediato su un periodo $T = 2\pi/\omega$ (o suo multiplo) risulta

$$\langle w_e \rangle = E_{\mathit{eff}}\, i_{\mathit{eff}} \cos(\phi)$$

dove E_{eff}, i_{eff} sono i valori efficaci (o valori quadratici medi su un periodo) delle sinusoidi $E(t)$ e $i(t)$ mentre ϕ è il loro sfasamento. (Per una grandezza sinusoidale il valore efficace risulta pari al valore massimo diviso per $\sqrt{2}$) Il segno di $\cos(\phi)$ dà il segno di $\langle w_e \rangle$, che deve risultare positivo se nel circuito non ci sono altri generatori. Inoltre, per ogni ramo di circuito si ha (ovvio significato dei simboli)

$$w_a(t) = V_0 \cos(\omega t) I_0 \cos(\omega t - \vartheta) = V_{\mathit{eff}} I_{\mathit{eff}} [\cos(\vartheta) + \cos(2\omega t - \vartheta)]$$

di valor medio su un periodo (o suo multiplo)

$$\langle w_a \rangle = V_{\mathit{eff}} I_{\mathit{eff}} \cos(\vartheta)$$

Indicando con $\vec{Z}$ l'impedenza di un singolo ramo, dalla legge di Ohm generalizzata, si deduce, per quanto riguarda i moduli, che $V = IZ$, ossia $V_{\mathit{eff}} = I_{\mathit{eff}} Z$ e, per quanto riguarda gli argomenti, che "ϑ", sfasamento tra tensione e corrente, è l'argomento di $\vec{Z}$, cioè $Z \cos(\vartheta) = \mathbb{R}(\vec{Z})$, da cui segue

$$
\begin{aligned}
\langle w_a \rangle &= I_{\mathit{eff}}^2 Z \cos(\vartheta) \\
&= I_{\mathit{eff}}^2 \mathbb{R}(\vec{Z}).
\end{aligned}
$$

Si deduce che solo la parte resistiva di un'impedenza comporta in media assorbimento di potenza e che quindi, in particolare, un carico puramente reattivo (una capacità o un'induttanza ideali) assorbe potenza media nulla.

Gli elementi passivi reali hanno sempre le componenti resistiva e reattiva, cioè in generale la loro impedenza $\vec{Z}$ non è né puramente reale, né puramente immaginaria. Da quanto precede, però, poiché, in condizioni di regime, un elemento passivo può in media solo assorbire potenza, risulterà che per qualunque combinazione di resistenze capacità induttanze: $\mathbb{R}(\vec{Z}) > 0$.

- **Circuiti, a regime, con alimentazione periodica generica**
  Mediante analisi di Fourier, si generalizza il risultato che solo la componente resistiva del carico assorbe in media potenza.

- **Circuiti, a regime, con alimentazione continua e/o periodica**
  In generale, dalla conservazione dell'energia, si ha che in una rete di generatori di tensione continua e/o periodica e di elementi passivi, "a regime", la somma algebrica delle potenze medie erogate dai generatori eguaglia la somma delle potenze medie assorbite (ovvero dissipate) dalle componenti resistive degli elementi passivi.

15 Valvole elettroniche

Le valvole elettroniche sono sistemi di elettrodi di cui uno può emettere elettroni (emettitore o catodo), uno può raccoglierli (collettore o placca) ed altri eventuali possono controllare l'intensità e la direzione della corrente elettronica (griglie, dinodi, ecc.). Il meccanismo di emissione di elettroni si ottiene mediante effetto termoionico (valvole o tubi termoionici) o effetto fotoelettrico (fototubi).

L'effetto termoionico consiste nell'emissione di elettroni da corpi (metalli rivestiti di un ossido, per es. di bario) portati a temperature di qualche migliaio di gradi. Elettroni interni al metallo, in forza della loro energia cinetica, possono sfuggire al campo di forze esercitate dal complesso che sostituisce il metallo ed evaporare verso l'esterno. Gli elettroni emessi formano una nube di carica negativa intorno al metallo, rimasto carico positivo; il conseguente campo elettrico ostacola l'ulteriore emissione di elettroni e si stabilisce un equilibrio. Rimuovendo la nube elettronica mediante una d.d.p. tra il metallo (elettrodo emettitore) ed un altro elettrodo (collettore) e rifondendo all'emettitore la stessa quantità di carica emessa (circuito chiuso catodo-placca-catodo) si ha una corrente la cui massima densità è data da

$$J = AT^2 \exp\left(-\frac{eV}{kT}\right)$$

con A, costante per tutti i metalli (almeno teoricamente); e, carica dell'elettrone; V, potenziale caratteristico del metallo, dell'ordine di qualche Volt; k, costante di Boltzman; T, temperatura assoluta.

L'effetto fotoelettrico consiste nell'emissione di elettroni da corpi (metalli con rivestimento di metalli alcalini o alcalino-terrosi) esposti a radiazione elettromagnetica. L'energia richiesta per l'estrazione dell'elettrone viene fornita dalla radiazione e.m.; lo scambio energetico tra elettrone e radiazione è quantizzato, nel senso che un singolo elettrone può acquistare soltanto una data quantità di energia $h\nu$ (h, costante di Planck, ν frequenza della radiazione); pertanto l'estrazione si ha soltanto per frequenze superiori a quella ν_0 di soglia per la quale $h\nu_0 = eV$, lavoro di estrazione. L'intensità della corrente elettronica emessa è chiaramente funzione dell'intensità della radiazione incidente.

L'ordine di grandezza delle correnti è di qualche milliampere nei più comuni tubi termoionici e di qualche microampere nei fototubi.

Il sistema di elettrodi che costituisce la valvola viene racchiuso in un bulbo di vetro in cui è praticato il vuoto o inserito gas inerte a bassa pressione; per scopi particolari il bulbo viene riempito con gas opportuni (valvole a gas).

15.1 Diodo

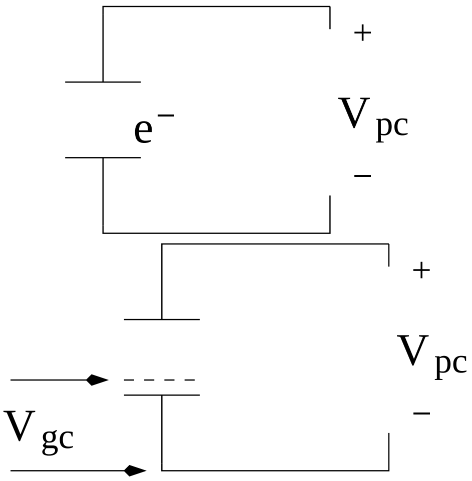
Il diodo è costituito da due soli elettrodi: catodo e placca. La densità di corrente J è funzione della d.d.p. V_{pc} tra catodo e placca. Per valori della J alquanto inferiori al limite massimo dato dall'effetto termoionico, risulta che è proporzionale alla potenza 3/2 della V_{pc}.

15.2 Triodo

Il triodo è costituito da catodo, griglia e placca. La griglia è un traliccio di fili metallici interposta tra catodo e placca, ordinariamente in prossimità del catodo. Essa serve a stabilire una superficie equipotenziale tra catodo e placca e quindi influenza la densità di carica spaziale e di conseguenza la densità di corrente emessa. Appunto variando il potenziale V_{gc} di griglia rispetto al catodo si ha modo di regolare l'intensità di corrente I_p che attraversa il tubo. Dunque la I_p dipende da V_{pc} e da V_{gc}.

Tale funzione viene rappresentata mediante grafici che danno V_p in funzione di V_{pc} per vari V_{gc} costanti (caratteristiche di placca), che si determinano sperimentalmente.

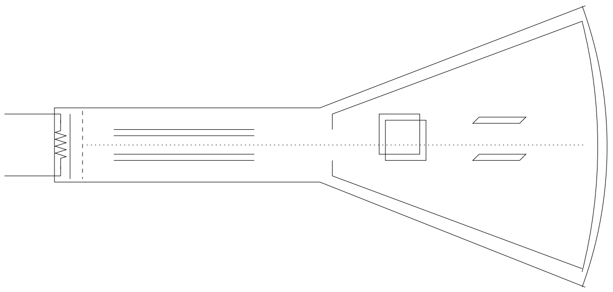
La forma e la disposizione degli elettodi sono studiate in modo da avere una zona di valori delle V_{pc} e V_{gc} per cui è accettabile approssimare la funzione I_p con il suo sviluppo in serie di potenze al primo ordine (zona lineare o di Vallauri). I coefficienti dello sviluppo lineare nelle variabili V_{pc} e V_{gc} si chiamano, rispettivamente, resistenza interna e inverso della transconduttanza del triodo.



15.3 Oscillografo od oscilloscopio

Un particolare tipo di valvola termoionica è il tubo oscillografico. Esso consiste di un catodo emettitore, di una griglia di regolazione dell'intensità di corrente emessa e di una serie di elettrodi o anodi a tensione crescente e sagomati in forme opportune affinché gli elettroni, accelerati dalla d.d.p., vengano convogliati verso una stessa direzione (asse del tubo) e costituiscano un fascio di particelle di definito impulso (fascio monoenergetico o monocromatico). Infatti il termoelettrone, che lascia il catodo con energia cinetica di qualche elettronvolt, acquista per effetto della d.d.p. V_{pc} un incremento di energia cinetica e V_{pc} e quindi di velocità rispetto alla quale quella iniziale è trascurabile; di conseguenza, dopo l'accelerazione tutti gli elettroni hanno praticamente la stessa velocità, mentre la particolare geometria degli elettrodi anodici è studiata in modo da "focalizzare" sull'asse del tubo gli elettroni provenienti dai diversi punti del catodo.

L'ultimo elettrodo presenta una foratura in corrispondenza al punto d'impatto degli elettroni che pertanto passano oltre e vanno ad attraversare una seconda regione del tubo. Quest'ultima termina con una parete rivestita di uno stato fluorescente (schermo) che emette luce in corrispondenza del punto di arrivo del fascio elettronico (punto luminoso visibile dall'esterno per trasparenza); inoltre tutta la sua superficie interna è conduttrice (tale è l'ultimo elettrodo acceleratore, lo schermo e la superficie laterale, che è allo scopo rivestita di grafite); pertanto l'intera regione è equipotenziale (ed in particolare al potenziale dell'ultimo elettrodo).



In questa regione sono disposte due coppie di placchette metalliche piane o deflettori XX e YY; attraverso di esse passa il fascio di elettroni. Quando ad una coppia di queste placchette, per es. YY, è applicata una d.d.p. V_y, durante l'attraversamento i singoli elettroni sentono l'azione del campo elettrico V_y/d (d è la separazione tra le placchette). Se V_y è costante durante il tempo di attraversamento degli elettroni, trascurando gli effetti di bordo, i singoli elettroni descrivono un arco di parabola nella zona tra le placchette e ne escono secondo la tangente alla parabola stessa.

La velocità d'ingresso degli elettroni nella zona delle placchette si deduce dall'energia cinetica acquistata nella zona di accelerazione e risulta quindi pari a $\sqrt{2eV/m}$, dove e ed m sono la carica e la massa dell'elettrone, V il potenziale acceleratore; il moto risulta uniforme con tale velocità v_{in} in una direzione

$$z = v_{in} t$$

e uniformemente accelerato in una direzione ortogonale

$$y = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \frac{V_y}{d} t^2$$

da cui

$$y = \frac{1}{4}\frac{V_y}{Vd}z^2$$

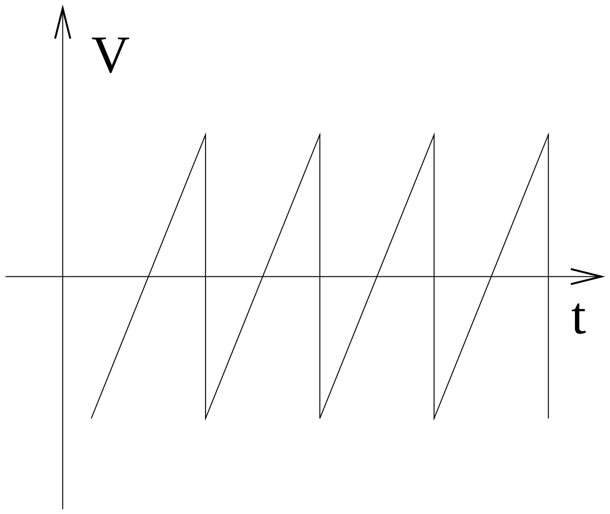
e la tangente dell'angolo di deflessione (dy/dz) risulta proporzionale alla d.d.p. deflettrice V_y ed in particolare non dipende dal rapporto e/m.

Ne segue che il punto luminoso si sposta di un tratto verticale proporzionale a V_y rispetto al centro dello schermo. Analogamente una tensione V_x applicata alle placchette XX fa spostare il punto luminoso di un tratto orizzontale proporzionale a V_x.

Dunque la posizione del punto luminoso dà una misura di V_x e di V_y contemporaneamente, con la sola limitazione che tali tensioni non varino apprezzabilmente (per es. non oltre 1%) durante il tempo di transito degli elettroni attraverso le placchette, che per tensioni acceleratrici dell'ordine del migliaio di Volts risulta dell'ordine del nanosecondo.

Un tubo oscillografico o oscilloscopico è corredato comunemente di diversi dispositivi. Dei partitori di tensione sono connessi alla griglia che influenza l'intensità degli elettroni emessi, agli elettrodi focalizzatori, alle placchette deflettrici, allo scopo rispettivamente di regolare la luminosità, la focalizzazione e la posizione di riferimento del punto sullo schermo. Due amplificatori sono spesso preposti alle placchette deflettrici per variare la sensibilità (cm/Volt) dello strumento alle tensioni $V_x V_y$.

Un dispositivo caratteristico è infine il generatore di segnali a forma di denti di sega, detto "sweep" o sparpagliatore:



Tale segnale può venire dato all'oscillografo come V_x per stabilire uno spazzamento dell'asse dello schermo, lineare nel tempo e con rapido ritorno all'origine e ciclico; la frequenza di ripetizione della "sweep" è comunemente regolabile entro ampi limiti, per es. da 10 a 1000000 Hz (e oltre).

Se V_y è un segnale di forma qualsiasi, periodico di frequenza multipla di quella della "sweep", il punto luminoso descrive sullo schermo l'andamento temporale del segnale V_y: lo strumento "visualizza" V_y.

Un'alternativa alla deflessione di tipo elettrico è ottenuta mediante campi magnetici, realizzati con due sistemi di bobine che si possono disporre esternamente al tubo. La cinematica dell'elettrone è diversa, ma si ottiene una conclusione analoga, cioè che la posizione del punto d'impatto degli elettroni sullo schermo è proporzionale alle due correnti nei sistemi di bobine deflettrici. Ovviamente si dispone di un analogo corredo di amplificatori, sweep, ecc.

Tra le moltissime applicazioni del tubo oscilloscopico molto familiare è quella del ricevitore televisivo (deflessione magnetica): una "sweep" spazza lo schermo a linee orizzontali alle diverse altezze, mentre la luminosità del punto viene variata durante la "sweep" stessa in modo da formare una matrice di punti più o meno luminosi che danno un'immagine.

16 Circuiti magnetici

I problemi di magnetismo sono ordinariamente trattati in termini dei vettori $\vec{B}$ (induzione magnetica), $\vec{H}$ (intensità del campo magnetico) e $\vec{M}$ (magnetizzazione del mezzo).

Mediante il vettore $\vec{B}$ vengono agevolmente descritti gli effetti del campo magnetico su correnti elettriche (forza di Laplace) e su particelle cariche in moto (forza di Lorentz) come pure i fenomeni dell'induzione elettromagnetica. Vale sempre

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

cioè le linee di forza del vettore $\vec{B}$ sono linee chiuse. Mediante il vettore $\vec{H}$ vengono agevolmente considerate le eventuali correnti che generano il campo magnetico. Vale

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I.$$

I è la somma algebrica delle correnti elettriche concatenate con la linea chiusa su cui viene fatta la circuitazione di $\vec{H}$.

Mediante il vettore $\vec{M}$ si descrive lo stato di magnetizzazione preesistente o indotto nel mezzo dalla presenza del campo magnetico. Il mezzo magnetizzato è esso stesso sorgente di campo magnetico.

I vettori considerati non sono indipendenti; sussiste la relazione

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}).$$

Nella maggior parte dei materiali $\vec{M}$ è parallelo e proporzionale ad $\vec{H}$:

$$\vec{M} = \chi \vec{H}$$

con χ, detto suscettività magnetica, negativo o positivo e in modulo molto minore di 1; ne segue

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

con $\mu_r = (1 + \chi)$ minore di 1 (diamagnetismo) o maggiore di 1 (paramagnetismo), ma comunque sempre dell'ordine di 1; esso è detto permeabilità magnetica relativa.

Per alcuni materiali (ferro, cobalto, nichel, loro leghe) detti ferromagnetici, la suscettività (e quindi anche la permeabilità magnetica relativa) ha valori anomali $(1000, 10000)$, anzi non è una costante in quanto $\vec{M}$ risulta una funzione complicata di $\vec{H}$.

Poiché le linee di forza del vettore $\vec{B}$ sono sempre chiuse, riesce opportuno definire in generale circuito magnetico un qualsiasi tubo di linee di forza del vettore $\vec{B}$.

Soltanto la soluzione analitica del sistema di equazioni scritte, che dipende anche dalle condizioni al contorno, determina i campi $\vec{B}, \vec{H}, \vec{M}$; si può comunque prevedere che in presenza di materiali ferromagnetici, le linee di forza di $\vec{B}$ vi si addensino, in quanto il materiale magnetizzato è esso stesso sorgente del campo $\vec{B}$. Segue che una catena chiusa o con una piccola interruzione (traferro) di materiali ferromagnetici diviene sede, con qualche dispersione, di un tubo di linee di forza del vettore $\vec{B}$ e può visualizzare la geometria di un circuito magnetico.

Indipendentemente dalla presenza di materiali ferromagnetici, riscriviamo la proprietà (teorema della circuitazione)

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = I$$

con riferimento ad un circuito magnetico, assumendo come linea di circuitazione una linea di forza di $\vec{B}$ e facendo l'ipotesi semplificativa che il tubo o circuito magnetico si possa suddividere in tratti a $\vec{B}$ uniforme, a sezione e permeabilità costanti:

$$\sum_j \frac{\Phi(B) L_j}{T_j \mu_{jr}} = \mu_0 I$$

dove μ_{jr}, L_j, T_j sono la permeabilità, la lunghezza e la sezione del j-esimo tratto (elemento o ramo) di circuito magnetico. Lungo il circuito magnetico il flusso $\Phi(B)$ dell'induzione magnetica è costante (il circuito magnetico è un tubo di linee di forza di $\vec{B}$) e pertanto non dipende dall'indice j del ramo:

$$\Phi(B) \sum_j R_j = I.$$

Le $R_j = L_j/(T_j \mu_{jr} \mu_0)$ sono dette le riluttanze dei vari elementi del circuito magnetico. La corrente I concatenata con il circuito magnetico si dice forza magnetomotrice e la relazione dedotta prende il nome di *legge di Hopckinson*.

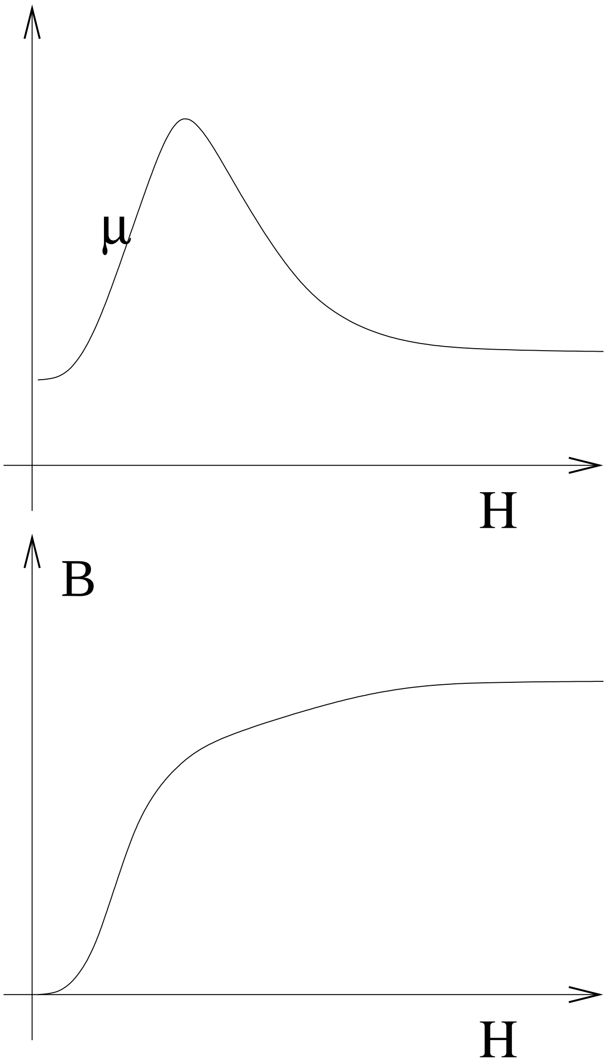
È stringente l'analogia con i circuiti elettrici: $\Phi(B)$ è analogo alla corrente ($\vec{B}$ alla densità di corrente), le R_j sono analoghe alle resistenze, le μ_{jr} sono analoghe alle conducibilità, I è analoga alla forza elettromotrice.

Inoltre $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ garantisce che il flusso $\Phi(B)$ attraverso una superfice chiusa è nullo; quindi alla confluenza di più tubi di flusso (circuiti magnetici) il flusso entrante eguaglia quello uscente. Sono dunque formalmente valide le leggi fondamentali dei circuiti elettrici anche per i circuiti magnetici; infine la dipendenza della riluttanza dalla geometria dell'elemento di circuito è analoga a quella della resistenza dalla geometria dell'elemento conduttore. La trattazione dei circuiti magnetici presenta dunque notevoli analogie con quella dei circuiti elettrici; in particolare le riluttanze si compongono in serie ed in parallelo con le stesse regole delle resistenze elettriche.

Nota bene, però, che tale analogia ha dei limiti; per esempio, la permeabilità di un elemento ferromagnetico è funzione del campo H (o B) e quindi anche la riluttanza ne è funzione per cui, in presenza di ferromagneti, la relazione di Hopckinson tra il flusso dell'induzione magnetica e la forza magnetomotrice non è lineare.

17 Isteresi magnetica

Durante la prima magnetizzazione di un ferromagnete, la sua permeabilità relativa μ_r varia, per es. in funzione di H, secondo l'andamento di figura (curva di permeabilità) in cui si evidenziano il valore iniziale (ottenibile per estrapolazione) ed il valore massimo. Analoghe informazioni si rappresentano riportando l'andamento di B in funzione di H: al massimo della curva di permeabilità corrisponde un flesso (non facilmente localizzabile), mentre si evidenzia, per valori di H sufficientemente alti, un andamento asintotico di B.

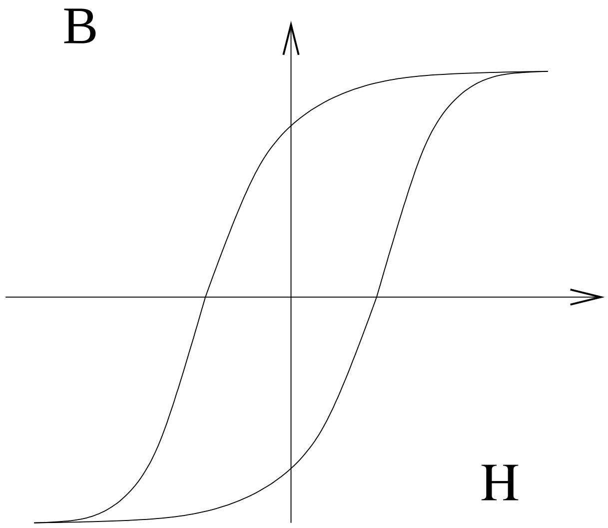


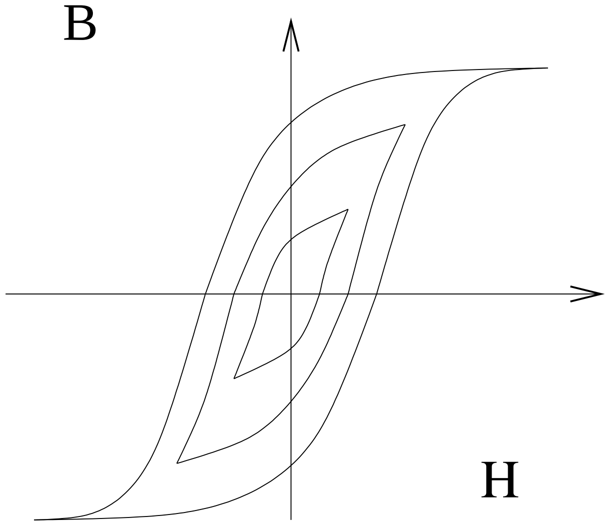
Invero, fino al valore di saturazione M_{max}, M è molto grande rispetto ad H e quindi rappresenta anche B conferendogli il suo caratteristico andamento asintotico.

Facendo diminuire il valore di H fino ad invertirsi completamente e poi facendolo risalire al valore iniziale, l'andamento di B è indicato in figura e viene riportato come ciclo di isteresi magnetica del materiale. Ovviamente il ciclo di isteresi dipende dal massimo valore raggiunto da H.

Figura 45

Figura 46





Si osservi che il punto rappresentativo (H, B) può trovarsi anche nel secondo e nel quarto quadrante, nel qual caso $\vec{B}$ è antiparallelo ad $\vec{H}$, ossia la permeabilità magnetica relativa è negativa.

Nel grafico dell'isteresi le intercette della curva superiore con l'asse B e con l'asse H prendono il nome rispettivamente di magnetismo residuo e di forza coercitiva ed il tratto compreso si dice curva di demagnetizzazione. Le curve di permeabilità e quelle B, H di prima magnetizzazione e di isteresi sono ordinariamente ricavate in modo empirico e sono disponibili in forma grafica.

18 Effetti dispersivi

Si dimostra che l'area racchiusa dal ciclo di isteresi è proporzionale all'energia trasformatasi in calore durante il ciclo, per uno sbilancio tra l'energia assorbita dal ferromagnete nella magnetizzazione e quella resa nella smagnetizzazione.

Nei nuclei ferromagnetici sottoposti a campi alternati (trasformatori, motori, ecc.) tale effetto provoca una potenza dissipata che è proporzionale alla frequenza delle oscillazioni e che dipende dal valore massimo raggiunto B_{max}. Acquistano allora rilevante interesse quei materiali caratterizzati da un ciclo di isteresi molto stretto, denominati "ferro dolce", che consentono inoltre, in molte applicazioni pratiche, per B_{max} ben al di sotto della zona di saturazione, di assumere μ_r costante, per cui la legge di Hopckinson si traduce anche per essi, come per i dia- e para-magneti, in una legge lineare.

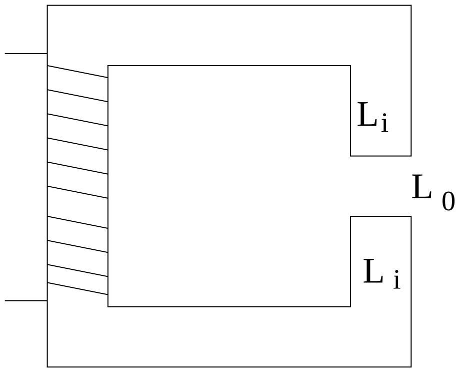
I nuclei ferromagnetici (che sono conduttori elettrici), sottoposti a campi alternati, presentano le correnti di Foucault, che vengono contrastate con la laminazione (le lamine del materiale sono separate da strati isolanti): tale ulteriore effetto dispersivo dipende dalla frequenza delle oscillazioni, da B_{max} e dallo spessore dei lamierini. A titolo di esempio, a 50 hertz, B_{max} circa 1 Tesla, con lamierini di 0.5 mm, le due dissipazioni sono paragonabili, ciascuna dell'ordine di 1.5 watt/kilogrammo di materiale.

Sono disponibili anche materiali ferromagnetici di tipo ceramico (ferriti) a bassa conducibilità elettrica, che presentano però maggiori difficoltà di lavorazione meccanica ed una geometria piuttosto "larga" del ciclo di isteresi. Essi sono adoperati per campi alternati a frequenze superiori al Kilohertz.

19 Risoluzione di circuiti magnetici

Risolvere un circuito magnetico consiste spesso nel trovare quale corrente deve alimentare il sistema per avere un richiesto valore di B in un dato tratto di circuito (che generalmente è il traferro).

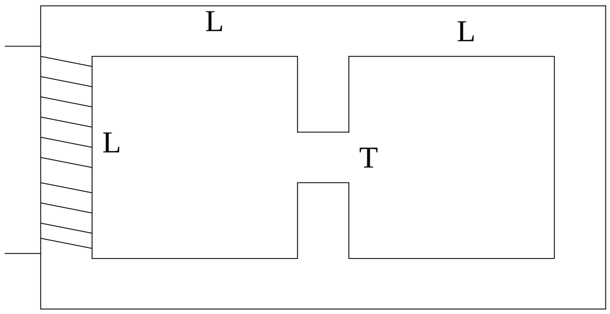
Esempio: sia richiesto un valore B_0 nel traferro del nucleo di figura.



Supponendo di procedere alla prima magnetizzazione del materiale, dalla relativa curva di magnetizzazione in corrispondenza a B_0 si ricava il valore del campo H_i che si vuole nel nucleo mentre il valore H_e nel traferro è dato da B_0/μ_0; si ricordi che B è lo stesso sia nel nucleo che nel traferro. Tornando al teorema della circuitazione

$$B_0 \frac{L_e}{\mu_0} + H_i L_i = NI$$

Esempio: Sia richiesto un valore B_0 nel traferro del nucleo di fig.



Supponendo di procedere alla prima magnetizzazione del materiale, dalla relativa curva di magnetizzazione si ricava il valore H_c corrispondente a B_0 che si vuole nella parte centrale del nucleo.

Il valore di H_d nell'elemento di nucleo sulla destra deve essere tale che:

$$H_d 3L - H_c(L-T) - \frac{B_0 T}{\mu_0} = 0$$

da cui si ricava H_d. Tornando alla curva di magnetizzazione si ricava B_d corrispondente ad H_d. Poiché per l'elemento a sinistra si ha

$$B_s = B_d + B_0$$

si può determinare anche H_s ricorrendo ancora alla curva. Finalmente

$$H_s 3L + H_d 3L = IN.$$

20 Magneti permanenti

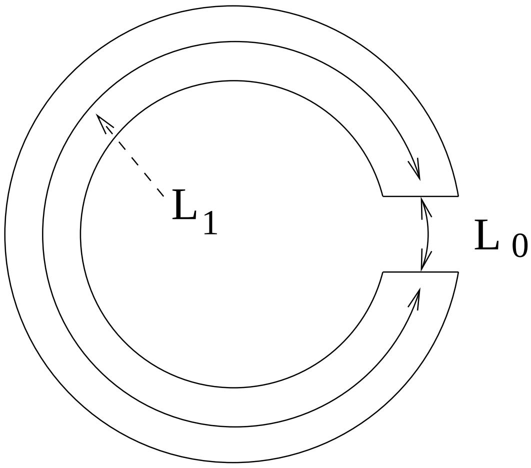
Sono disponibili in natura materiali (FeO e altri) che generano nello spazio circostante un campo magnetico. Si tratta di ferromagneti che, per processi naturali o per trattamento di laboratorio, in assenza di forze magnetomotrici concatenate, si trovano nella curva di demagnetizzazione (tratto del ciclo di isteresi situato nel secondo quadrante del piano $B \times H$).

In tal caso, per ogni linea chiusa

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = 0$$

Nota bene che questa condizione non implica $H = 0$.

Se un tale magnete permanente ha una forma ad anello con un piccolo traferro



è chiaro cosa si intende per circuito magnetico associato.

Con riferimento alla figura

$$H_i L_i + H_e L_e = 0$$

da cui segue che il campo interno H_i è di segno discorde con il campo esterno H_e

$$H_i = -H_e \frac{L_e}{L_i}.$$

D'altro lato, assumendo costante la sezione del circuito magnetico, per conservazione del suo flusso, B, supposto uniforme, è lo stesso all'interno del magnete e nel traferro

$$B = \mu_0 H_e = \mu_0 \mu_r H_i = -\mu_0 \mu_r H_e \frac{L_e}{L_i}$$

da cui

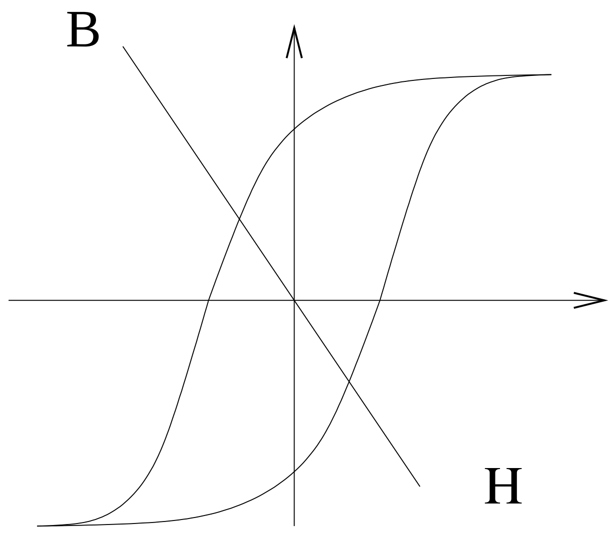
$$\mu_r = -\frac{L_i}{L_e}.$$

Dalla misura di B si ricavano i valori

$$H_e = \frac{B}{\mu_0}; \qquad H_i = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}; \qquad M = (\mu_r - 1) H_i.$$

Viceversa se del materiale è nota la curva di demagnetizzazione, allora si possono determinare B ed H graficamente intersecando tale curva con la retta

$$B = -\mu_0 H \frac{L_i}{L_e}.$$



Il prodotto delle coordinate H, B di tale intercetta rappresenta un'area interna al ciclo di isteresi; il massimo valore $(HB)_{max}$ che si può ottenere con un ferromagnete dà una valutazione dell'entità del fenomeno di isteresi; esso prende il nome di prodotto di energia, ed è interpretato come un parametro di qualità del materiale.

21 Circuiti magnetici associati ad elementi induttivi

La relazione usata per definire un componente di circuito induttivo (avvolgimento o bobina): $d.d.p. = L\,di/dt + Ri$ altro non è che la legge dell'induzione elettromagnetica avendo indicato con Li il flusso, attraverso la superficie efficace dell'avvolgimento, del vettore $\vec{B}$, induzione magnetica generata dalla corrente che attraversa l'avvolgimento stesso. Si fa l'ipotesi che L sia costante nel tempo, cioè che non dipenda dalla corrente i, ovvero che il campo $\vec{B}$ dipenda linearmente dalla corrente che lo genera.

Assumendo che tutte le linee di forza di $\vec{B}$ siano concatenate con le N spire dell'avvolgimento, dalla legge di Hopckinson si ha

$$\frac{LiR}{N} = Ni$$

ossia

$$L = N^2/R.$$

Consideriamo un sistema formato da due bobine (1) e (2) con avvolgimenti di N_1 e N_2 spire, di cui solo la (1) sia percorsa da una corrente, i_1, che genera il campo $\vec{B}_1$. Per il flusso che attraversa la singola spira della bobina (1) possiamo distinguere il contributo dato dalle linee di forza che sono concatenate solo con la bobina (1) ed il contributo dato dalle eventuali linee di forza che sono concatenate anche con la bobina (2): queste ultime definiscono un circuito magnetico, di riluttanza R_{12}, al quale possiamo applicare la legge di Hopckinson; ottenendo che il loro flusso è dato dalla forza magnetomotrice $N_1 i_1$ diviso per la riluttanza R_{12} e che quindi la bobina (2) è concatenata con un flusso del campo $\vec{B}_1$ generato dalla bobina (1) pari a:

$$\frac{N_1 N_2 i_1}{R_{12}}.$$

Una variazione della corrente i_1 induce quindi una forza elettromotrice anche nella bobina (2) pari a

$$M_{12}\frac{di_1}{dt} \quad \text{avendo posto} \quad M_{12} = \frac{N_1 N_2}{R_{12}}.$$

Analogamente una corrente i_2 che percorre la bobina (2) genera un campo di induzione $\vec{B}_2$ di cui alcune linee di forza possono essere concatenate anche con la bobina (1), definendo un circuito magnetico di riluttanza R_{21}. Una variazione della i_2 induce quindi anche nella bobina (1) una forza elettromotrice pari a

$$M_{21}\frac{di_2}{dt} \quad \text{avendo posto} \quad M_{21} = \frac{N_1 N_2}{R_{21}}.$$

Si può dimostrare che i coefficienti di accoppiamento M_{12} e M_{21} sono uguali e prendono pertanto il nome di coefficiente di mutua induzione.

I casi limite per l'accoppiamento si hanno evidentemente quando non ci sono linee di forza concatenate con entrambe le bobine o quando tutte le linee di forza sono concatenate con entrambe le bobine; in quest'ultimo caso si ha un solo circuito magnetico di riluttanza R:

$$L_1 = N_1^2/R$$
$$L_2 = N_2^2/R$$
$$M_{max} = N_1 N_2/R = \sqrt{L_1 L_2}.$$

In presenza delle correnti i_1 e i_2 i contributi dell'autoinduzione e della mutua induzione al flusso totale attraverso una singola bobina possono essere concordi o discordi; ne segue che M va considerato rispettivamente positivo o negativo.

È interessante notare che disponendo le due bobine in serie $i_1 = i_2 = i$, il coefficiente di autoinduzione del sistema L_{12} si ottiene dalla definizione di flusso totale del vettore $\vec{B}$ concatenato con l'insieme delle due bobine, pari a:

$$L_{12}i = L_1 i_1 + M i_2 + L_2 i_2 + M i_1 = (L_1 + 2M + L_2)i$$

da cui, per M positivo, risultano i limiti:

$$L_1 + L_2 < L_{12} < L_1 L_2 + 2\sqrt{L_1 L_2}$$

cioè L_{12} si ottiene come $L_1 + L_2$ per completo disaccoppiamento e sommando i numeri delle spire per completo accoppiamento, come si verifica tenendo conto delle espressioni di L_1 e di L_2 quando i rispettivi avvolgimenti sono concatenati con lo stesso circuito magnetico.

Analogamente, per M negativo, risultano i limiti:

$$L_1 L_2 - 2\sqrt{L_1 L_2} < L_{12} < L_1 + L_2$$

per cui il valore minimo può tendere a zero: elemento antiinduttivo, che si realizza sovrapponendo due avvolgimenti uguali che vengono percorsi dalla stessa corrente secondo versi opposti l'uno all'altro.

22 Sistemi di unità di misura

L'estensione dei sistemi MKS (metro, kilogrammo-massa, secondo) e CGS (centimetro, grammo-massa, secondo) alle grandezze elettriche e magnetiche si può ottenere stabilendo opportune convenzioni sulle costanti che compaiono nelle espressioni

- della forza di interazione F tra due cariche q_1 e q_2, distanti r, e

- della tensione T_i (forza per unità di lunghezza) tra due fili paralleli, distanti r, percorsi dalle correnti i_1 e i_2:

$$
\begin{aligned}
F &= K_q \frac{q_1 q_2}{r^2}; \\
T_i &= 2K_i \frac{i_1 i_2}{r}.
\end{aligned}
$$

Il fattore 2 evidenziato nell'espressione di T_i è giustificato dal raffronto con l'espressione dell'analoga tensione T_q tra due fili paralleli, distanti r, con densità lineare di carica s_1 e s_2:

$$T_q = 2K_q \frac{s_1 s_2}{r}.$$

Si noti che il rapporto K_q/K_i ha le dimensioni di una velocità al quadrato ed è pertanto indipendente dalle unità delle grandezze elettriche e magnetiche; il suo valore risulta c^2.

23 Altri sistemi di unità di misura

Altri sistemi di unità di misura sono il c.g.s. elettrostatico ed il c.g.s. elettromagnetico. Essi non aggiungono unità fondamentali bensì assumono nelle formule di interazione tra cariche e tra correnti elettriche rispettivamente:

- **c.g.s. elettrostatico:**
  adimensionale ed eguale a 1 la costante K_q di interazione tra cariche: due cariche unitarie alla distanza di un centimetro interagiscono con la forza di una dine. Ciò equivale a porre

$$
\begin{aligned}
\epsilon_0 &= 1/4\pi \quad \text{(adimensionale);} \\
\mu_0 &= 4\pi/c^2 \quad (c^2 \text{ in unità CGS}).
\end{aligned}
$$

- **c.g.s. elettromagnetico:**
  adimensionale ed eguale a 1 la costante K_i di interazione tra correnti: due correnti unitarie che percorrono fili paralleli alla distanza di un centimetro provocano una tensione meccanica tra i fili di 2 dine al centimetro. Ciò equivale a porre

$$
\begin{aligned}
\mu_0 &= 4\pi \quad \text{(adimensionale);} \\
\epsilon_0 &= 1/(4\pi c^2) \quad (c^2 \text{ in unità CGS}).
\end{aligned}
$$

- **Un altro sistema, detto di Gauss,**
  usa le unità c.g.s. elettrostatiche per le grandezze di tipo elettrico e le

unità c.g.s. elettromagnetiche per le grandezze di tipo magnetico. Tale sistema misto richiede opportune convenzioni nelle relazioni tra grandezze elettriche e grandezze magnetiche, come esposto più avanti, a proposito delle equazioni di Maxwell. Alcuni autori usano il sistema di Gauss senza fare menzione esplicita del c.g.s. elettromagnetico e delle complicazioni del sistema misto, bensì adattando in modo opportuno le definizioni che introducono i vettori magnetici.

24 Grandezze elettriche e magnetiche nei sistemi di unità MKSQ, CGS elettrostatico e CGS elettromagnetico

Indichiamo con

$\vec{E}$	$\vec{B}$	i vettori intensità elettrica e induzione magnetica
$\vec{P}$	$\vec{M}$	i vettori polarizzazione dielettrica e magnetizzazione cioè i momenti di dipolo elettrico e magnetico dell'unità di volume
$\vec{D}$	$\vec{H}$	i vettori spostamento dielettrico e intensità magnetica
K_e	K_m	la suscettività elettrica e la suscettività magnetica
ϵ_0	μ_0	la costante dielettrica e la permeabilità magnetica del vuoto
ϵ_r	μ_r	la costante dielettrica e la permeabilità magnetica relative del mezzo materiale

Nelle trattazioni dell'elettromagnetismo che usano i sistemi MKSQ e CGS si riportano, sotto alcune ipotesi, le seguenti relazioni.

- **Per le grandezze elettriche:**
  MKSQ

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon_0\vec{E} + \vec{P} \\ \vec{P} &= \epsilon_0 K_e \vec{E} \\ \epsilon_r &= 1 + K_e \\ \vec{D} &= \epsilon_0\epsilon_r\vec{E} \end{aligned}$$

  CGS elettrostatico

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \vec{E} + 4\pi\vec{P} \\ \vec{P} &= K_e\vec{E} \\ \epsilon_r &= 1 + 4\pi K_e \\ \vec{D} &= \epsilon_r\vec{E} \end{aligned}$$

  Nota: Trasformando ϵ_0 in $1/4\pi$ per passare da MKSQ a CGS elettrostatico le definizioni di $\vec{D}$ e di K_e nella trattazione CGS portano a due grandezze che differiscono di un fattore 4π e $1/4\pi$ rispetto alle corrispondenti della trattazione MKSQ.

- **Per le grandezze magnetiche**
  MKSQ

$$\begin{aligned}
\vec{H} &= \vec{B}/\mu_0 - \vec{M} \\
\vec{M} &= K_m \vec{H} \\
\mu_r &= 1 + K_m \\
\vec{B} &= \mu_0 \mu_r \vec{H}
\end{aligned}$$

CGS elettrostatico

$$\begin{aligned}
\vec{H} &= \vec{B} - 4\pi \vec{M} \\
\vec{M} &= K_m \vec{H} \\
\mu_r &= 1 + 4\pi K_m \\
\vec{B} &= \mu_r \vec{H}
\end{aligned}$$

Nota: Trasformando μ_0 in 4π per passare da MKSQ a CGS elettromagnetico le definizioni di $\vec{H}$ e di K_m nella trattazione CGS portano a due grandezze che differiscono di un fattore 4π e $1/4\pi$ rispetto alle corrispondenti della trattazione MKSQ.

Costante dielettrica e permeabilità magnetica relative rimangono (opportunamente) invariate.

25 Fattori di ragguaglio tra unità MKSQ e unità CGS

Dimesioni e denominazione M.K.S.Q.		Unità equivalente c.g.s. el		Unità equivalente c.g.s. em
CARICA ELETTRICA				
$[\ ,\ ,\ , Q^1]$ coulomb	=	$10^{-1}c$	=	10^{-1}
CORRENTE ELETTRICA				
$[\ ,\ , T^{-1}, Q^1]$ ampere	=	$10^{-1}c$	=	10^{-1}
FORZA ELETTROMOTRICE				
$[M^1, L^2, T^{-2}, Q^{-1}]$ volt	=	$10^8/c$	=	10^8
CAMPO ELETTRICO				
$[M^1, L^1, T^{-2}, Q^{-1}]$ volt/metro	=	$10^6/c$	=	10^6
POLARIZZAZIONE ELETTRICA				
$[\ , L^{-2},\ , Q^1]$ coulomb/metroquad	=	$10^{-5}c$	=	10^{-5}
INDUZIONE O SPOSTAMENTO ELETTRICO				
$[\ , L^{-2},\ , Q^1]$ coulomb/metroquad	=	$4\pi 10^{-5}c$	=	$4\pi 10^{-5}$
MOMENTO DI DIPOLO ELETTRICO				
$[\ , L^1,\ , Q^1]$ coulomb metro	=	$10^1 c$	=	10^1
CAPACITÀ ELETTRICA				
$[M^{-1}, L^{-2}, T^2, Q^2]$ farad	=	$10^{-9}c$	=	10^{-9}
RESISTENZA ELETTRICA				
$[M^1, L^2, T^{-1}, Q^{-2}]$ ohm	=	$10^9/c^2$	=	10^9
AUTO E MUTUA INDUZIONE				
$[M^1, L^2,\ , Q^{-2}]$ henry	=	$10^9/c^2$	=	10^9
FORZA MAGNETOMOTRICE				
$[\ ,\ , T^{-1}, Q^1]$ amperespira	=	$10^{-1}c$	=	10^{-1}
FLUSSO DI INDUZIONE MAGNETICA				
$[M^1, L^2, T^{-1}, Q^{-1}]$ weber	=	$10^8/c$	=	10^8
INDUZIONE MAGNETICA				
[induzione magnetica] tesla	=	$10^4/c$	=	10^4
INTENSITÀ DI CAMPO MAGNETICO				
$[\ , L^{-1}, T^{-1}, Q^1]$ amperespira/metro	=	$4\pi 10^{-3}c$	=	$4\pi 10^{-3}$
MAGNETIZZAZIONE				
$[\ , L^{-1}, T^{-1}, Q^1]$ amperespira/metro	=	$10^{-3}c$	=	10^{-3}
MOMENTO DI DIPOLO MAGNETICO				
$[\ , L^2, T^{-1}, Q^1]$ amperemetroquadro	=	$10^3 c$	=	10^3
RILUTTANZA				
$[M^{-1}, L^{-2},\ , Q^2]$ inverso henry	=	$10^{-9}c^2$	=	10^{-9}
COSTANTE DIELETTRICA DEL VUOTO				
$[M^{-1}, L^{-3}, T^2, Q^2]$ farad/metro	=	$10^{-11}c^2$	=	10^{-11}
PERMEABILITÀ MAGNETICA DEL VUOTO				
$[M^1, L^1,\ , Q^{-2}]$ henry/metro	=	$10^7/c^2$	=	10^7

In questa tabella i valori numerici di c e c^2 sono quelli in unità CGS: $2.998 \cdot 10^{10}$ e $8.988 \cdot 10^{20}$.

Uso della tabella: il valore di una grandezza in unità MKSQ moltiplicato per il fattore riportato dà il valore in unità CGS.

Esempio: carica dell'elettrone	$= 1.602 \cdot 10^{-19}$ coulomb;	corrisponde a
$1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-1} \cdot 2.998 \cdot 10^{10}$	$= 4.803 \cdot 10^{-10}$ franklin	e a
$1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-1}$	$= 1.602 \cdot 10^{-20}$ ab-coulomb.	

25.1 Note sui sistemi CGS

Solo alcune unità CGS hanno una denominazione: franklin per la carica nel CGS el; biot, maxwell o linea, gauss ed oersted per la corrente elettrica, il flusso d'induzione magnetica, l'induzione e l'intensità magnetica nel CGS em.

Alcuni autori usano per le unità CGS lo stesso nome delle MKSQ con il prefisso stat per le unità CGS el. e ab per le unità CGS em. (per es. stat-coulomb, stat-volt, stat-ohm; ab-coulomb, ab-farad, ab-henry)

Le dimensioni nei sistemi CGS si ricavano da quelle MKSQ sostituendo $[Q]$ con $\begin{cases} [M^{1/2}, L^{3/2}, T^{-1}] & \text{nell'elettrostatico e} \\ [M^{1/2}, L^{1/2},] & \text{nell'elettromagnetico.} \end{cases}$

Il ragguaglio tra unità CGS elettrostatiche e unità CGS elettromagnetica si ottiene con la potenza $-k$ della grandezza c, dove k è la dimensione in $[Q]$ della grandezza nel sistema MKSQ. es. carica elettrica ($k = 1$): 1 franklin $= c^{-1} = 1/(2.988 \cdot 10^{10})$ ab-coulomb

26 Equazioni di Maxwell nei sistemi MKSQ e Gauss

Indicando con ρ e $\vec{j}$ le densità di carica e di corrente, $\vec{E}$ e $\vec{D}$ i vettori intensità e spostamento elettrico, $\vec{B}$ e $\vec{H}$ i vettori induzione e intensità magnetica, le equazioni di Maxwell, che compendiano le leggi dell'elettromagnetismo, si scrivono rispettivamente in MKSQ e Gauss:

$$
\text{(MKSQ)} \quad \begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} & = & \rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} & = & 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} & = & \vec{j} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} & = & -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{cases}
$$

$$
\text{(Gauss)} \quad \begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} & = & 4\pi\rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} & = & 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} & = & \dfrac{4\pi}{c}\vec{j} + \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} & = & -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{cases}
$$

infatti le diverse definizioni di $\vec{D}$ e $\vec{H}$ nelle trattazioni che usano i sistemi MKSQ e CGS comportano i fattori 4π, mentre i fattori $1/c$ compensano l'uso "misto" delle unità CGS elettrostatiche per $\rho, \vec{j}, \vec{E}, \vec{D}$ e delle unità CGS elettromagnetiche per $\vec{B}$ e $\vec{H}$ (è stato osservato infatti che per riportare a unità elettrostatiche i valori di H e di B misurati in unità elettromagnetiche occorre moltiplicare il primo e dividere il secondo per c).

In base alle relazioni

$$
\vec{D} = \epsilon_0\epsilon_r\vec{E}; \quad \vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H} \qquad \text{(MKSQ)}
$$

$$
\vec{D} = \epsilon_r\vec{E}; \qquad \vec{B} = \mu_r\vec{H} \qquad \text{(Gauss)}
$$

le equazioni di Maxwell si riscrivono evidenziando, oltre alle caratteristiche ϵ_r e μ_r del mezzo materiale interessato, le due costanti ϵ_0 e μ_0 nella scrittura MKSQ e la costante c nella scrittura di Gauss.

L'uso del sistema MKSQ permette di collocare immediatamente i parametri ϵ_r e μ_r, che risultano fattori moltiplicativi di ϵ_0 e di μ_0, e di valutare, tramite appunto ϵ_0 e μ_0 , gli ordini di grandezza nei problemi di elettricità e di magnetismo, per es. nelle espressioni della capacità di un condensatore o del coefficiente di autoinduzione di una bobina in funzione della geometria dei componenti. Però, ϵ_0 e μ_0 non hanno un significato fisico immediato, se non nella combinazione

$$
\epsilon_0\mu_0 = 1/c^2.
$$

L'uso del sistema di Gauss individua viceversa nella costante c , di significato immediato, l'unico parametro fondamentale delle leggi dell'elettromagnetismo.

27 Prefissi moltiplicativi

I seguenti prefissi moltiplicativi sono di uso frequente in circuiteria elettrica e magnetica

milli-	10^{-3}	(m)		kilo-	10^3	(k)
micro-	10^{-6}	(μ)		mega-	10^6	(M)
nano-	10^{-9}	(n)		giga-	10^9	(G)
pico-	10^{-12}	(p)		tera-	10^{12}	(T)

Esempi: picofarad, nanosecondo, microampere, milliampere, kilogauss, megaohm, gigahertz, teraelettronvolt.

28 Scale non lineari

Per alcune grandezze (energie, potenze, flussi, ecc.) si usa valutare la quantità, che si dice espressa in decibel (db),

$$R = 10 \log \frac{A}{A_0} \tag{1}$$

dove A è la grandezza interessata, A_0 un suo opportuno valore di riferimento e log è il logaritmo in base 10.

Nel caso della circuiteria elettrica tale definizione si può applicare alla potenza W_{out} di un segnale d'uscita con riferimento alla potenza W_{in} del segnale di ingresso, esprimendo in tal modo l'amplificazione o l'attenuazione in potenza.

Comunemente riesce più pratico usare le ampiezze dei segnali (V_{out}, V_{in}); se i segnali sono disponibili su impedenze eguali, il rapporto W_{out}/W_{in} è pari al quadrato del rapporto V_{out}/V_{in} Per cui conviene definire anche la quantità

$$R = 20 \log \frac{V_{out}}{V_{in}} \tag{2}$$

in tal modo l'amplificazione o attenuazione R è data dallo stesso numero, se si conviene di usare la definizione (1) quando espressa tramite le potenze e di usare la definizione (2) quando espressa tramite le ampiezze dei segnali (disponibili su impedenze eguali)

$$R = 10 \log \frac{W_{out}}{W_{in}} = 20 \log \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

29 Caratteristiche meccaniche dei misuratori di corrente

29.1 Misure balistiche

Gli apparecchi per la misura di correnti elettriche si classificano sia in base ai principi di funzionamento che ai dettagli costruttivi. Per una vasta categoria di questi apparecchi il passaggio della corrente i provoca la rotazione di una parte dello strumento, detta equipaggio mobile, che risulta sottoposta ad una coppia di forze di momento $M(i)$. Per il moto di questo equipaggio si può scrivere l'equazione:

$$IG'' + bG' + CG = M(i)$$

G è l'angolo di deflessione, G' la sua derivata prima e G'' la sua derivata seconda rispetto al tempo; I è il momento d'inerzia dell'equipaggio mobile; b è il coefficiente di smorzamento; C è la costante di richiamo elastico.

Nel caso in cui i sia costante l'equazione ammette tre tipi di soluzione a secondo che $b - 4IC$ sia negativo nullo o positivo; nel primo caso la soluzione è di tipo oscillatorio smorzato, negli altri due di tipo aperiodico.

Il valore asintotico della soluzione è comunque sempre l'angolo $G(0) = M/C$ al quale tende l'equipaggio mobile, oscillandovi intorno o avvicinandovici progressivamente da una stessa parte.

Se la corrente non è continua, bensì consiste di un impulso di durata τ molto breve rispetto al periodo proprio $T(0)$ delle oscillazioni dell'equipaggio mobile, integrando direttamente l'equazione di moto, nell'ipotesi $M(i) = ki(t)$ si ha

$$\int_0^\tau IG''dt + \int_0^\tau bG'dt + \int_0^\tau CGdt = \int_0^\tau ki(t)dt$$

Poiché τ è molto minore di $T(0)$ si può assumere che durante l'impulso di corrente l'equipaggio mobile non si sia praticamente mosso e che quindi la funzione $G(t)$ sia nulla dall'inizio all'istante τ.

Ne consegue che il secondo integrale che ammette la funzione $G(t)$ come primitiva ed il terzo che ha la funzione $G(t)$ come integrando sono nulli. Segue:

$$IG'(\tau) - IG'(0) = kQ$$

dove Q è la carica totale che ha attraversato l'apparecchio. Assumnendo $G'(0) = 0$ si ha che dopo l'impulso di corrente, peraltro di forma arbitraria, l'equipaggio mobile è ancora nella posizione iniziale, ma con velocità proporzionale alla carica Q.

In analogia al caso del pendolo si dice che l'apparecchio è adoperato in modo balistico.

Risolvendo l'equazione del moto dell'equipaggio mobile scritta all'inizio con $M(i) = 0$ e con la condizione iniziale

$$G'(0) \text{ proporzionale a } Q \qquad \text{e} \qquad G(0) = 0,$$

i diversi tipi di soluzioni danno funzioni $G(t)$ i cui valori massimi risultano proporzionali a Q. L'apparecchio è quindi disponibile, previa taratura, per misure di carica.

30 Alcuni dettagli su elementi di circuito attivi

30.1 Generatori di tensione continua

Un generatore di tensione ha la funzione di stabilire una differenza di potenziale tra i suoi estremi.

I generatori ideali sono intesi garantire tale tensione qualunque sia il carico (elemento passivo), per esempio una resistenza R, a cui sono connessi i suoi estremi.

I generatori reali, cioè quelli effettivamente disponibili, danno una tensione ai loro estremi che varia con il carico, per esempio:

$$V_R = V_a \frac{R}{(R+r)}$$

dove V_a è la tensione in assenza di carico, cioè a circuito aperto, detta forza elettromotrice o valore nominale e r è un parametro detto resistenza interna; il calo di tensione è tanto più modesto quanto più è piccolo r rispetto ad R.

La corrente erogata dal generatore è

$$I = \frac{V_a}{R+r} = V_R/R;$$

la potenza spesa è

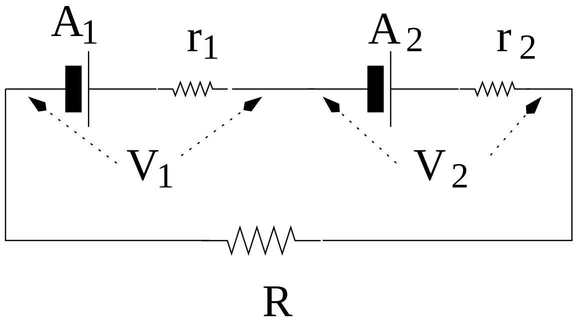
$$V_a I = \frac{V_a^2}{R+r} = (R+r)I^2$$

mentre quella utilizzata è

$$V_R I = V_R^2/R = RI^2.$$

Da un punto di vista analitico il generatore reale equivale ad un generatore ideale di pari forza elettromotrice con in serie la resistenza interna del generatore reale.

Se più generatori reali sono connessi alla stessa rete, il carico visto da ciascuno non è più puramente passivo ed è comodo ricorrere all'equivalenza con i generatori ideali



Per la corrente

$$I = \frac{A_1 + A_2}{R + r_1 + r_2}$$

per le tensioni ai capi dei generatori:

$$\begin{aligned} V_1 &= A_1 - Ir_1 \\ V_2 &= A_2 - Ir_2 \end{aligned}$$

Nota che scambiando le polarità del generatore 2 se in modulo V_1 è maggiore di V_2 si ha che I ha lo stesso segno di A_1:

$$\begin{aligned} A_1 I &> 0 && \text{(il generatore 1 fa lavoro);} \\ A_2 I &< 0 && \text{(il generatore 2 assorbe lavoro);} \\ |V_2| &> |A_2| \,. \end{aligned}$$

A carico fisso (compreso il caso di circuito aperto) la tensione ai capi di un generatore reale può fluttuare nel tempo: il rapporto tra l'ampiezza delle oscillazioni ed il valore medio della tensione dà la "stabilità" del generatore di solito espressa in unità per cento. Inoltre esiste sempre un limite alla corrente erogabile.

I generatori di tensione continua si possono realizzare mediante elementi galvanici (pila o accumulatore) oppure mediante raddrizzamento e livellamento di una tensione alternata:

- **Negli elementi galvanici** l'erogazione della corrente comporta reazioni chimiche e l'energia erogata si ottiene per trasformazione dell'energia interna dell'elemento; quando tutto il processo è reversibile, facendo passare la corrente nel verso contrario a quello della tensione data dall'elemento, quest'ultimo si ricarica.

  La forza elettromotrice degli elementi galvanici presenta notevole stabilità; alcune pile, per es. la Weston, hanno una stabilità fino alla quinta cifra significativa e sono usate come pile campione, cioè come riferimento per tarature di tensioni elettriche. Inoltre la f.e.m. è una funzione decrescente dell'energia già erogata, fino ad un valore limite (circa 10% al di sotto del valore iniziale): a tale limite, la pila che è costituita da elementi non ricaricabili è esaurita; l'accumulatore che è costituito da elementi ricaricabili va sottoposto a ricarica. Dunque un elemento galvanico può erogare una determinata carica massima, espressa in ampere-ora e detta capacità (da non confondere con quanto definito per i condensatori). La batteria di un automobile ha capacità dell'ordine di 50 ampere-ora; per usi industriali si hanno accumulatori con capacità fino a migliaia di ampere-ora con notevoli problemi di peso e ingombro, per cui il parametro caratteristico è la capacità specifica per kilogrammo o per decimetro cubo.

- **Nei generatori di tensione continua** ottenuti dalla tensione alternata gli elementi base sono: il trasformatore di ampiezza (per ottenere un valore massimo della tensione alternata intorno al valore della tensione continua voluta), il sistema di diodi di potenza (per ottenere il raddrizzamento), il condensatore di alta capacità (per ottenere il livellamento).

  Le specifiche interessanti sono come per gli accumulatori: la f.e.m. (tensione nominale) che può ottenersi di vari ordini di grandezza e regolabile, la stabilità (limitata al percento), la resistenza interna (in genere più alta rispetto a quella degli accumulatori), la massima corrente erogabile (in genere più bassa). Ovviamente non c'è limite di "capacità". Il peso e l'ingombro sono dati essenzialmente dal trasformatore.

30.2 Generatori di tensione alternata

Ricorrono, con ovvie generalizzazioni, gli stessi concetti di generatori ideali e reali, f.e.m., stabilità,impedenza interna, corrente massima. Altra specifica è la frequenza.

I generatori di tensione alternata a 50 hertz possono utilizzare la rete di distribuzione nazionale ed essere quindi costituiti da semplici trasformatori di ampiezza, mentre i generatori di tensione alternata ad altra frequenza hanno come elemento base un sistema oscillante. Si realizzano comunemente generatori a f.e.m. e frequenza regolabili.

30.3 Generatori di funzioni

Sono generatori di tensioni periodiche, comunemente onde rettangolari e onde triangolari, ad ampiezza e frequenza regolabili.

31 Alcuni dettagli su elementi di circuito passivi

31.1 Resistenze

I più comuni elementi resistivi sono fatti di grafite mescolata a sostanze refrattarie; il valore della resistenza, conosciuto per costruzione al 5 o al 10%, è poco stabile nel tempo e si altera apprezzabilmente se, per effetto Joule, deve dissipare una potenza superiore a 1/4 o 1/2 watt.

Elementi resistivi stabili vengono realizzati con fili metallici avvolti su supporti isolanti; il valore della resistenza è proporzionale direttamente alla lunghezza del filo ed inversamente alla sua sezione; il coefficiente di proporzionalità (detto resistività) ovvero il suo inverso (detto conducibilità) è una caratteristica del materiale conduttore ed è, in genere, funzione della temperatura, spesso di tipo lineare in un intervallo di alcune decine di gradi.

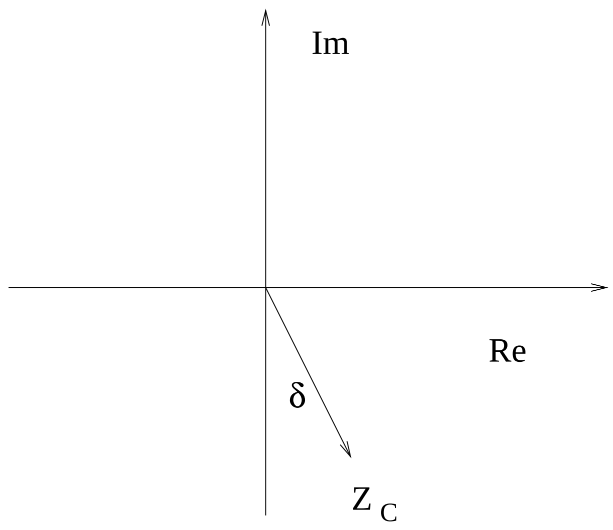
Le resistenze a filo hanno wattaggi superiori a quelle a grafite e realizzando opportune leghe si può ottenere un coefficiente termico alquanto alto o alquanto basso. Inoltre, l'avvolgimento sul supporto può essere fatto in modo antiinduttivo formando alcune spire percorse dalla corrente in un verso e altre in verso opposto.

31.2 Condensatori

I più semplici elementi capacitivi si ottengono arrotolando a spirale due lunghe e sottili strisce di stagnola o alluminio separate da carta. Si ottengono capacità fino a qualche microfarad, con tolleranze del 10 - 20%.

Capacità superiori si ottengono con un altro tipo di condensatori, detti elettrolitici, costituiti da sottili nastri di alluminio immersi in un opportuno conduttore semiliquido. Al passaggio della corrente si forma, per deposito elettrolitico, su uno dei due fogli di alluminio uno strato isolante spesso pochi micron: di conseguenza il sistema diventa un condensatore di alta capacità (alcune decine di microfarad, con tolleranze del 30 - 50%). Il sistema non è simmetrico rispetto all'inversione della tensione, per cui il condensatore elettrolitico può funzionare solo con polarità definite.

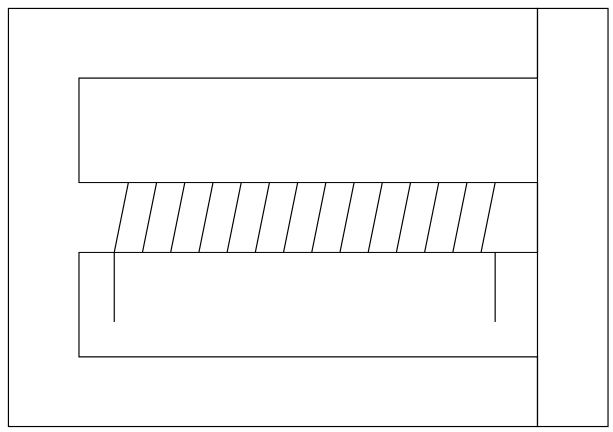
Oltre all'indicazione delle polarità sugli elettrolitici, sui condensatori si leggono anche i valori del potenziale di punta che il sistema può tenere per breve tempo e del potenziale di lavoro che gli può essere applicato a lungo. Infine, un elemento capacitivo presenta delle resistenze parassite, una in serie, inevitabile ai contatti, e una in parallelo, dovuta a una più o meno lenta diffusione delle cariche da un'armatura all'altra. Usando il metodo complesso per rappresentare la sua impedenza, si ha allora che questa non è più un numero immaginario puro ma ha una componente reale, vedi fig., nella quale risulta definito un angolo detto angolo di perdita, che è un'ulteriore specifica dell'elemento.

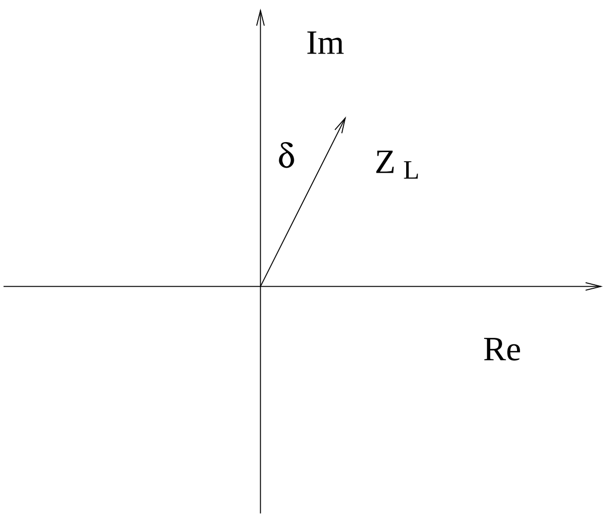


31.3 Induttanze

Gli elementi induttivi sono fatti avvolgendo un sottile filo di rame a forma di solenoide a più strati, separati da carta. Per elevare il valore del coefficiente di autoinduzione dell'elemento si dispone un nucleo di materiale ferromagnetico sagomato in modo da formare un circuito magnetico (a due maglie) di bassa riluttanza. Il nucleo è formato da molte lamine sottili di ferro a superfici isolanti per ridurre le correnti di Foucault nel caso di correnti variabili.

L'impedenza di un elemento induttivo tiene conto dell'inevitabile resistenza del filo della bobina che nella rappresentazione grafica porta alla definizione di un angolo detto angolo di perdita dell'elemento; la sua cotangente è anche riferita come fattore di merito.





32 Sicurezze

I biotessuti sono permeabili alla corrente elettrica, che produce in essi effetti di vario tipo; alcuni sono appena percettibili, altri hanno durata transitoria, altri hanno conseguenze gravi, anche fatali, dall'ustione alla folgorazione. L'entità di questi effetti e la loro eventuale pericolosità dipende dalla natura del biotessuto, dalla estensione della zona di contatto, e dalle caratteristiche della corrente (durata, intensità, valore di picco, forma d'onda, frequenza).

Orientativamente, risulta che correnti dell'ordine del milliampere

- 2 mA in continua
- 0.5mA in alternata

sono appena percettibili, mentre altre correnti fino a

- 25 mA in continua
- 10 mA in alternata

possono essere tollerate anche per tempi dell'ordine del secondo.

I problemi di protezione possono essere espressi più significativamente in termini di tensione elettrica, che è la grandezza comunemente definita per i componenti ed i sistemi di tipo elettrico con i quali si può venire accidentalmente in contatto. Per ricondursi alla grandezza corrente va studiata l'impedenza equivalente del corpo umano; questa dipende ovviamente dal percorso della corrente (mano-mano, mano-piede, mano-torace), dalle caratteristiche della tensione e dalle condizioni del contatto (in particolare l'umidità dello strato più esterno del tessuto interessato e la pressione su di esso esercitata dal conduttore). A parità di condizioni, tale impedenza varia anche da individuo a individuo. Come ordine di grandezza si può assumere che la resistenza mano-piede è di qualche kilo-ohm.

Complessivamente sono ritenuti al di sotto di ogni pericolosità contatti occasionali con

- tensioni continue fino a 60 volts
- tensioni alternate (50 hertz) fino a 25 volts
- condensatori con energia fino a circa 1 millijoule, per esempio, 1 microfarad caricato a 50 volts

---

Finito di impaginare il 15 Maggio 1996 alle 12:47.
Revisione n. 1 del 21 Maggio 1996.

LaTeXnician: TONI GIORGINO (toni@cibs.sns.it).

Grazie agli amici che mi hanno aiutato!...

ALESSANDRO DUCI	(duci@cibs.sns.it)
ENRICO CAMPAGNA	(campagna@cibs.sns.it)
ALBERTO NICOLIS	(nicolis@cibs.sns.it)
GIOVANNI SIGNORELLI	(signorel@cibs.sns.it)
ERMANNO STREPPAROLA	(streppa@cibs.sns.it)

E un saluto a tutti i normalisti (anche gli ex-...): del II anno 1995/96!

Intel Outside! Nessun albero è stato piantato nel giardino di Bill Gates per produrre questo documento. Impaginato su Amiga e RS6000 con LaTeX e GNU Emacs.

DATI NUMERICI SU CARATTERISTICHE DI CONDUTTORI ED ISOLANTI		
	resistività ohm · metro	coeff. termico 1/gradi
argento	$1.6 \cdot 10^{-8}$	0.0038
rame	$1.7 \cdot 10^{-8}$	0.0039
alluminio	$2.8 \cdot 10^{-8}$	0.0040
costantana (60% Cu, 40% Ni)	$5. \cdot 10^{-7}$	0.00001
lega per lamiere (98% Fe, 2% Si)	$5. \cdot 10^{-7}$	0.0065
mercurio	$1. \cdot 10^{-6}$	0.0009
grafiti	10^{-5}–10^{-6}	
carbone amorfo	10^{-5}	
cristalli di germanio	10^{-1}	
soluzione di KCl (1 mole/litro)	10^{-1}	
liquidi biologici	10^{0}	
tessuti biologici	10^{1}	

	resistività	rigidità (Kvolt/cm)	ϵ_r
carta deumidificata	10^{7}	60	1.6
celluloide	10^{8}	100	2
olio per trasformatori	10^{11}	100	2
porcellane	10^{12}	100	4–6
vetri	10^{11}–10^{14}	100–400	4–9
gomme	10^{12}–10^{14}	100–400	4–6
carta paraffinata	10^{14}	400–500	2–4
mica	10^{11}–10^{15}	600–1800	5–6
acqua bidistillata	10^{4}	50	80
aria deumidificata	10^{14}	20	1

DATI NUMERICI SU CARATTERISTICHE DI DIAMAGNETI E PARAMAGNETI		
	suscettività	permeabilità
bismuto	$-2 \cdot 10^{-4}$	.9998
grafite	$-5 \cdot 10^{-5}$	.99995
mercurio	$-3 \cdot 10^{-5}$	.99997
vetro	$-2 \cdot 10^{-5}$	.99998
acqua	$-1 \cdot 10^{-5}$	.99999
rame	$-1 \cdot 10^{-5}$	.99999
silicio	$-3 \cdot 10^{-6}$	.999997
azoto	-10^{-8}	.9999999
elio	-10^{-9}	.99999999
idrogeno	-10^{-9}	.99999999
aria	$3 \cdot 10^{-7}$	1.0000003
ossigeno	$2 \cdot 10^{-6}$	1.000002
ebanite	$2 \cdot 10^{-5}$	1.00002
alluminio	$2 \cdot 10^{-5}$	1.00002
titanio	$2 \cdot 10^{-4}$	1.0002
manganese	$1 \cdot 10^{-3}$	1.001

DATI NUMERICI SU CARATTERISTICHE DI FERROMAGNETI	
Elementi ferromagnetici	magnetizzazione di saturazione (tesla)
Ferro	2.2
Cobalto	1.8
Nichel	0.6

Materiali per nuclei o schermi		m.s.	max permeab.
acciaio ai siliconi	Fe+1%Si	2.0	$.6 \cdot 10^5$
supermendur	Fe+Co+V	2.4	$.6 \cdot 10^5$
hypernik	Fe+Ni	1.6	$.7 \cdot 10^5$
mu-metal	Fe+Ni+Cu+Cr	.8	$1. \cdot 10^5$
supermalloy	Fe+Ni+Mo	.8	$1. \cdot 10^6$

Materiali per magneti permanenti		campo coercitivo (ampere/m)	magnetismo residuo (tesla)
Alnico	Fe+Al+Ni+Co+Cu	$.6 \cdot 10^5$	1.3
Ferro-Platino	Fe+Pt	$5. \cdot 10^5$	.2
Cobalto-Platino	Co+Pt	$3. \cdot 10^5$	.6
Cobalto-terre rare	CO+Sm	$.7 \cdot 10^6$	1.
Ferriti			
Ferroxdur	$BaO \cdot Fe_2O_3$	$2. \cdot 10^5$	.4

Sigle e vocaboli tipici della circuiteria elettrica e magnetica

Il significato dei termini sottoelencati, se non illustrato nei precedenti paragrafi, viene acquisito nello svolgimento delle attività pratiche; è buon esercizio verificarne la conoscenza.

```
A (strumento di misura)  misuratore di corrente
V (strumento di misura) misuratore di tensione
A.T.  o  A.V.  o  H.T.  o  H.V.   alta tensione
A.C. (oscilloscopio) componente continua esclusa
D.C. (oscilloscopio) segnale diretto o completo,
      componente continua non esclusa
C.R.T. cathode ray tube = oscilloscopio
db    decibel

accoppiamento magnetico
accumulatore o batteria
alimentatore
alternatore
ammettenza
amperaggio
angolo di perdita (di un elemento capacitivo o induttivo)
anodo
armatura (di un condensatore)
armonica fondamentale (di una grandezza periodica)
armonica superiore (di una grandezza periodica)
assorbimento (di potenza)
autoinduzione
avvolgimento primario (trasformatore)
avvolgimento secondario (trasformatore)
balistica (misura)
base (di un transistor)
bobina
boccola (semplice, BNC, LEMO)
caduta (di potenziale)
capacita' (di un condensatore)
capacita' (di un accumulatore)
catodo
cavo
cavo schermato
cercafase
chassis
ciclo di isteresi
circuito amplificatore
circuito a ponte
circuito derivatore
circuito integratore
circuito raddrizzatore
codice colori
collettore (di un transistor)
commutatore o seletore
componente alternata (di un segnale)
componente continua (di un segnale)
condensatore
condensatore elettrolitico
conduttanza
conduttore
connettore (BNC, LEMO)
contatto
contatto strisciante (a cursore)
```

cortocircuito
costante tempo (di un circuito)
curve caratteristiche (di diodi o transistors)
curve di magnetizzazione (prima magnetizzazione e isteresi)
deviatore
dinodi focalizzatori (oscilloscopio)
diodo
disposizione in serie
disposizione in parallelo
elemento attivo
elemento passivo
elipot (potenziometri multigiri)
emettitore (di un transistor)
equipaggio mobile (misuratore di corrente)
ferromagnete
filamenti (valvola termoionica)
filtro (di frequenze)
flusso (di induzione magnetica)
flusso concatenato
flusso disperso
flussometro
forma d'onda
forza elettromotrice
forza magnetomotrice
frequenza
fusibile
galvanometro
generatore di corrente
generatore di tensione
generatore ideale
generatore reale
giunzione n-p
griglia
guaina (isolante)
impedenza
impulsatore
induttanza
interruttore o switch
invertitore
isolante
maglia
magnete permanente
massa
mutua induzione
nodo
nucleo (solenoide)
nucleo laminato
oscillazioni persistenti
oscillazioni smorzate
oscilloscopio
partitore
placca
pila
polo o polarita' elettrica (positiva-negativa)
polo o polarita' magnetica (nord-sud)
potenziale (rispetto terra)
potenziometro
power off (alimentazione spenta)
power on (alimentazione accesa)
presa (di tensione)
puntali (tester)
punto di lavoro
reattanza
regime periodico
regime sinusoidale

regime stazionario
relais
resistenza
resistenza interna
retta di carico (amplificatore)
riluttanza
ripple
rumore
schermo elettrostatico
schermo magnetico
segnale
semiconduttore
sezione (di un cavo)
sfasamento
shunt
soglia (trigger oscilloscopio)
solenoide
spia luminosa
spinotto
spira
stabilita'
superficie efficace (solenoide)
suscettanza
sweep
tempo di discesa
tempo di salita
tempo di smorzamento
tensione
tensione di lavoro (condensatore)
tensione massima (condensatore)
terminali (di un elemento di circuito)
terra
tester
tolleranza
traferro
transiente
transistor
trasformatore
trigger
triodo
trimmer (potenziometro miniaturizzato)
tubo termoionico
tubo di linee di forza
valori effettivi
valori efficaci (grandezze alternate)
valori nominali
valvola termoionica
voltaggio
wattaggio
zoccolo (valvola termoionica)

Indice analitico

accumulatore, 54
alimentatore, 9
alternatore, 29
ammettenza, 20
angolo di perdita, 55, 56
armatura, 55
armonica fondamentale, 28
assorbimento, 30
autoinduzione, 11, 12, 42, 49, 56

bobina, 12, 14, 25, 41, 42, 49, 56

catodo, 31, 32
ciclo di isteresi, 37, 38, 40, 41
circuito a ponte, 28
circuito derivatore, 26
circuito integratore, 26
collettore, 31
condensatore, 6–10, 12–14, 21, 25–27, 29, 49, 54, 55
conduttanza, 20
conduttore, 1, 36, 55, 57
contatto, 10, 12, 56, 57
costante tempo, 8

diodo, 31
disposizione in parallelo, 2, 10
disposizione in serie, 2, 10, 28

elemento attivo, 28
elemento passivo, 29, 30, 52
emettitore, 31, 32
equipaggio mobile, 51, 52

ferromagnete, 37, 38, 41
filtro, 25–27
flusso, 36, 37, 40–42, 47, 48
forma d'onda, 56
forza elettromotrice, 29, 36, 42, 47, 52, 53
forza magnetomotrice, 36, 37, 42, 47
frequenza, 20, 28, 31, 34, 38, 54, 56

generatore di tensione, 3, 14, 28, 29, 52
generatore ideale, 52
generatore reale, 52, 53
griglia, 32, 34

impedenza, 20–23, 25, 30, 54–57
induttanza, 21, 30
isolante, 6, 55

maglia, 3, 6
magnete permanente, 40
massa, 33, 43
mutua induzione, 42, 47

nodo, 1, 20
nucleo, 11, 38, 39, 56

oscillazioni smorzate, 13
oscilloscopio, 32

partitore, 25
pila, 28, 29, 53
placca, 31, 32
potenziale, 1, 2, 5, 10, 19, 23, 29, 31–33, 52, 55

reattanza, 20
resistenza, 1–3, 5, 6, 9, 11, 12, 14, 21, 25–29, 32, 36, 47, 52, 54–57
riluttanza, 36, 42, 47, 56

segnale, 34, 50
sezione, 11, 36, 40, 55
sfasamento, 15, 21, 29, 30
soglia, 31
solenoide, 11, 56
spira, 41
superficie efficace, 41
suscettanza, 20
sweep, 34

tensione, 1–3, 5, 6, 8, 9, 15, 20, 21, 25–30, 32–34, 43, 44, 52–57
terminali, 1, 28
tester, 6
traferro, 36, 38–40
transiente, 14, 28
trasformatore, 54
triodo, 32
tubo di linee di forza, 35, 36

valori efficaci, 29
valvola termoionica, 32