

La Cosmologia

Negli ultimi anni la COSMOLOGIA sta vivendo un periodo di grande attività, grazie soprattutto a nuove ed accurate misure dei parametri cosmologici quali:

1. la densità totale dell'Universo
2. la velocità di espansione dell'Universo

Nonostante ciò alcuni “vecchi problemi” (1970) sono ancora irrisolti, tra questi

la MATERIA OSCURA

La teoria del Big Bang

La teoria del Big Bang -lo “standard model” della cosmologia – è basata sulla teoria della Relatività Generale e descrive l’evoluzione dell’Universo dalle prime frazioni di secondo fino ad adesso. La teoria prevede tre fatti fondamentali che sono in accordo coi risultati sperimentali:

1. l’espansione dell’Universo,
2. l’abbondanza degli elementi leggeri,
3. l’esistenza della radiazione di fondo.

La Relatività Generale si basa sul concetto per cui la geometria dello spazio-tempo è determinata dalla distribuzione di massa al suo interno.

Su piccola scala la distribuzione di materia è irregolare (galassie e cluster) ma su larga scala ($\gtrsim 10^8$ anni luce) si può assumere che sia omogenea. Assieme all’omogeneità si può assumere l’isotropia.

PRINCIPIO COSMOLOGICO: è possibile definire nello spazio tempo una famiglia di sezioni spaziali tali che su ciascuna di esse l’Universo abbia le stesse proprietà fisiche in tutti i punti ed in ogni direzione.

La teoria del Big Bang

La metrica che descrive l'Universo omogeneo ed isotropo è quella di **Robertson-Walker** :

$$d\tau^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]$$

la metria è macroscopicamente in quiete rispetto a queste coordinate.

- ✓ l'espansione dell'Universo è data dal fattore di scala $a(t)$ che dipende solo dal tempo
- ✓ il parametro k determina il tipo di curvatura spaziale (costante, cioè uguale in ogni punto dell'Universo)

Inoltre, dalle equazioni di Einstein, assumendo il principio cosmologico, si ottengono:

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2(t)} + \frac{\Lambda}{3}$$

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}$$

equazioni di Friedmann

ρ : densità di massa

p : pressione

Λ : COSTANTE COSMOLOGICA

(energia di vuoto della teoria di campo quantistico)

L'espansione dell'Universo

Nel **1929** Edwin Hubble osservò un “red-shift” negli spettri delle galassie distanti che indica che esse si stanno allontanando da noi con una velocità proporzionale alla distanza

⇒ espansione dell'Universo

Costante di Hubble: rate di espansione dell'Universo $H(t) \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$

valore attuale: $H_0 = 72 \pm 2 \pm 7 \text{ km/s Mpc}$

Legge di Hubble: $H_0 d = z$ la velocità di recessione ($v = z c$) è proporzionale alla distanza da noi

$$H_0 d = z + \frac{1}{2}(1 - q_0)z^2 + O(z^3)$$

q_0 : parametro di decelerazione

il secondo termine si misura grazie a supernovae molto brillanti e distanti ($z \approx 1$)

La densità critica dell'Universo

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2(t)} + \frac{\Lambda}{3}$$

La densità critica è definita come la densità con la quale, in assenza di costante cosmologica, si avrebbe un Universo piatto ($k = 0$):

$$\rho_C \equiv \frac{3}{8\pi G} H^2$$

valore attuale di densità critica:

$$\rho_{C0} = \frac{3}{8\pi G} H_0^2 = 1.88 h^2 \times 10^{-29} \text{ g/cm}^3 \approx 4 \text{ protoni/m}^3$$

La composizione dell'Universo

$$\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_c}$$

materia

$$\Omega_M \equiv \frac{8\pi G \rho_M}{3H_0^2}$$

costante cosmologica

$$\Omega_\Lambda \equiv \frac{\Lambda}{3H_0^2}$$

radiazione

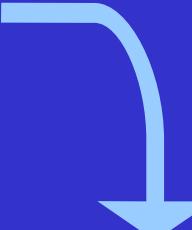
$$\Omega_R \equiv \frac{8\pi G \rho_R}{3H_0^2}$$

curvatura

$$\Omega_k \equiv -\frac{k}{a_0^2 H_0^2}$$

contributi alla
composizione
dell'Universo
ATTUALE

L'Universo attuale

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2(t)} + \frac{\Lambda}{3}$$


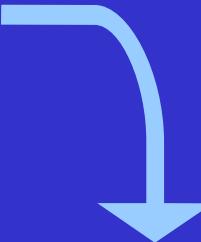
OGGI

$$1 = \Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_k$$

Ω_R ad oggi è trascurabile

Parametro di decelerazione

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}$$



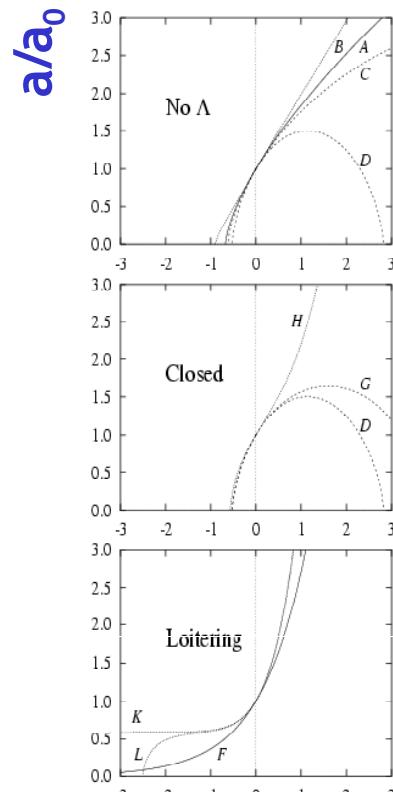
parametro di decelerazione cosmologica ad oggi

$$q_0 \equiv -\left. \frac{\ddot{a}}{aH^2} \right|_0 = \frac{1}{2}\Omega_M - \Omega_\Lambda$$

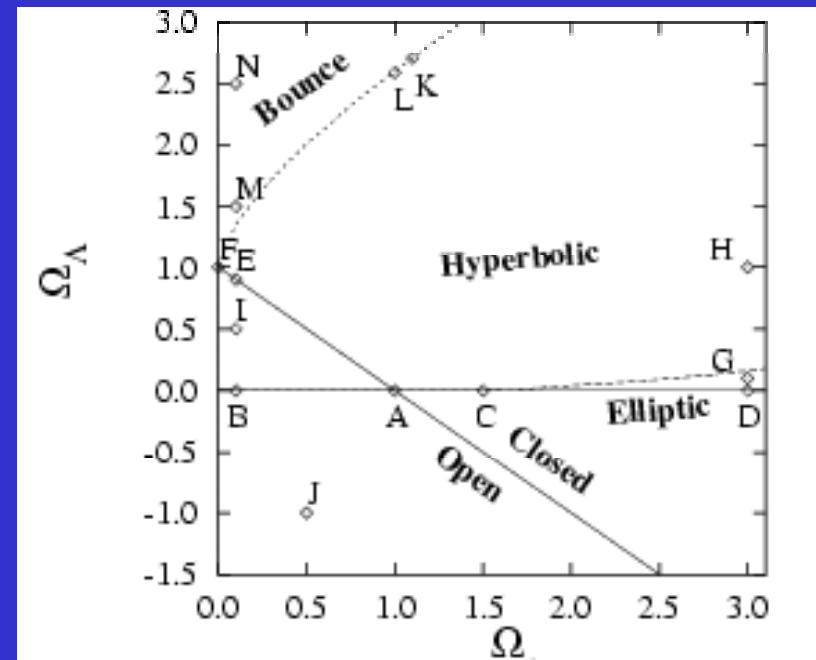
- $q_0 = 0$: espansione uniforme, $\Omega_M = 2\Omega_\Lambda$
- $q_0 < 0$: espansione accelerata, $\Omega_M < 2\Omega_\Lambda$
- $q_0 > 0$: espansione decelerata, $\Omega_M > 2\Omega_\Lambda$

In quale Universo viviamo?

scenari possibili



$H_0(t-t_0)$

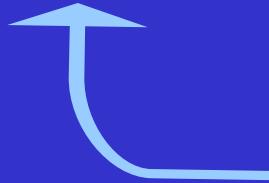


In quale Universo viviamo?

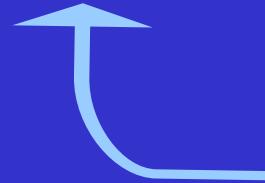
Per rispondere a questa domanda abbiamo bisogno di trovare delle quantità osservabili che dipendano dai parametri cosmologici e dobbiamo determinarne i valori.

Quali sono delle buone osservabili per i nostri scopi?

1. le anisotropie nel Cosmic Microwave Background (CMB)
2. le Supernovae di tipo 1a



esperimenti
a terra



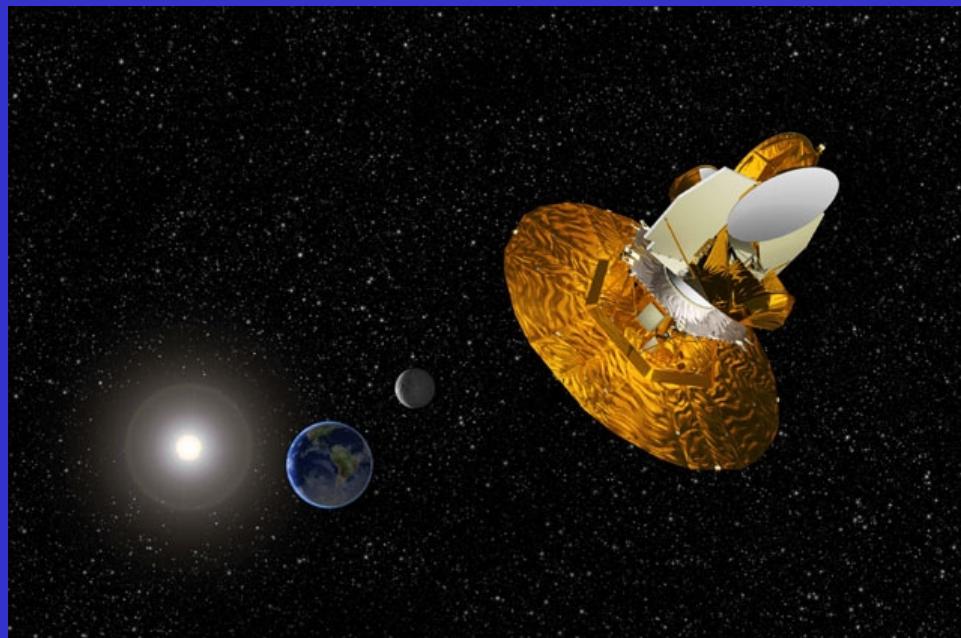
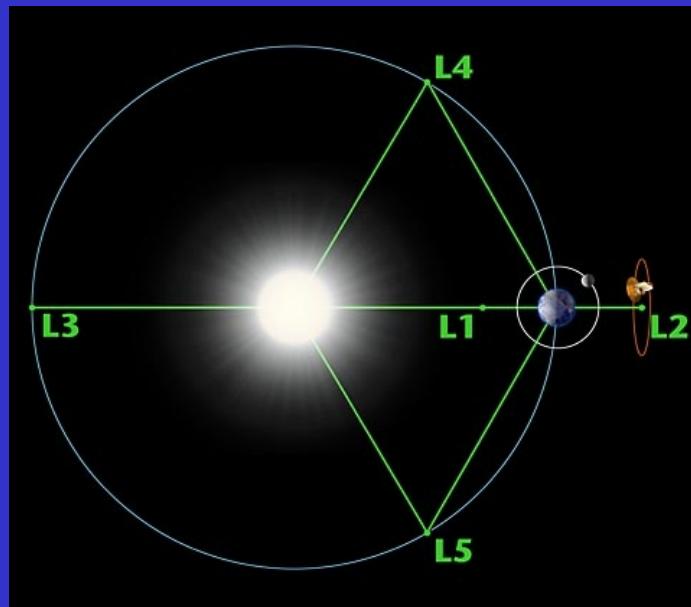
esperimenti su
pallone e satellite:
• BOOMERanG
• WMAP

BOOMERanG e WMAP

W M A P: Wilkinson M icrowave A nisotropy P robe

W M A P è costituito da un radiometro microonde differenziale e misura la differenza di temperatura tra due punti nel cielo con una sensibilità di $20\mu\text{K}$ per 0.3° square pixel ed una risoluzione angolare di alcuni minuti d'arco.

W M A P orbita a 1,5 milioni di kilometri dalla Terra nel secondo punto di Lagrange del sistema Terra-Sole.



Cosmic Microwave Background

CMB : emissione di corpo nero a 2.725 ± 0.002 K

Le fluttuazioni della temperatura della radiazione di fondo sono strettamente correlate alle fluttuazioni di densità dell'epoca della RICOMBINAZIONE (il momento in cui si formano i nuclei di idrogeno dal plasma iniziale e l'Universo diviene trasparente). Le fluttuazioni di densità sono legate alle strutture che osserviamo nell'Universo attuale (cluster, galassie ...).

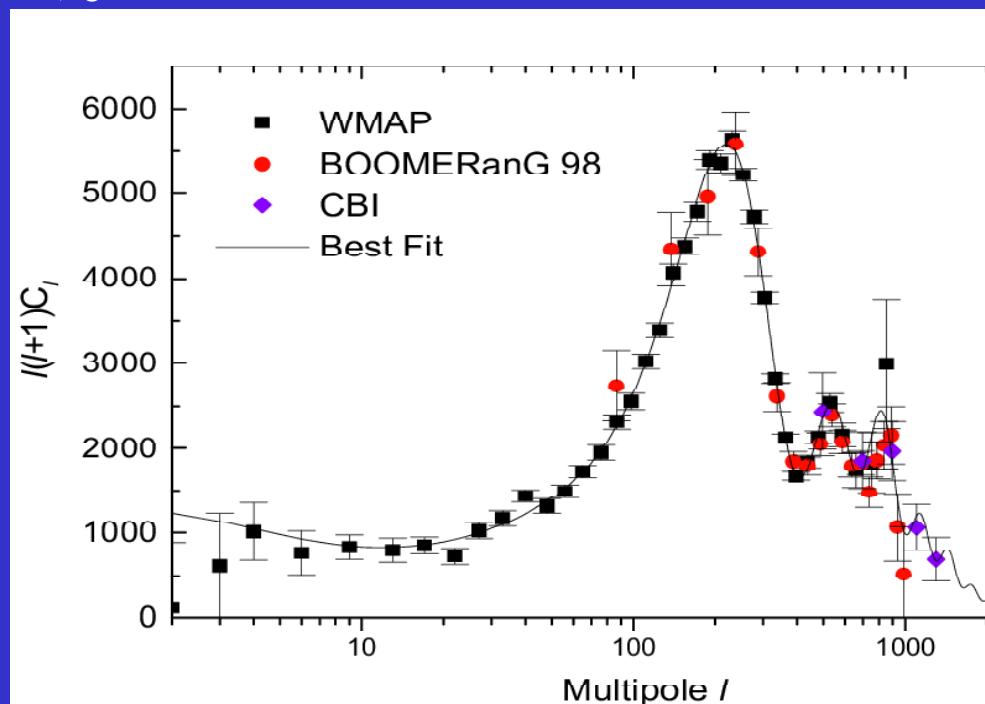
La dimensione delle fluttuazioni può essere ricavata dalle equazioni di Friedmann in funzione dei parametri cosmologici.

In particolare si ottiene che se avessimo

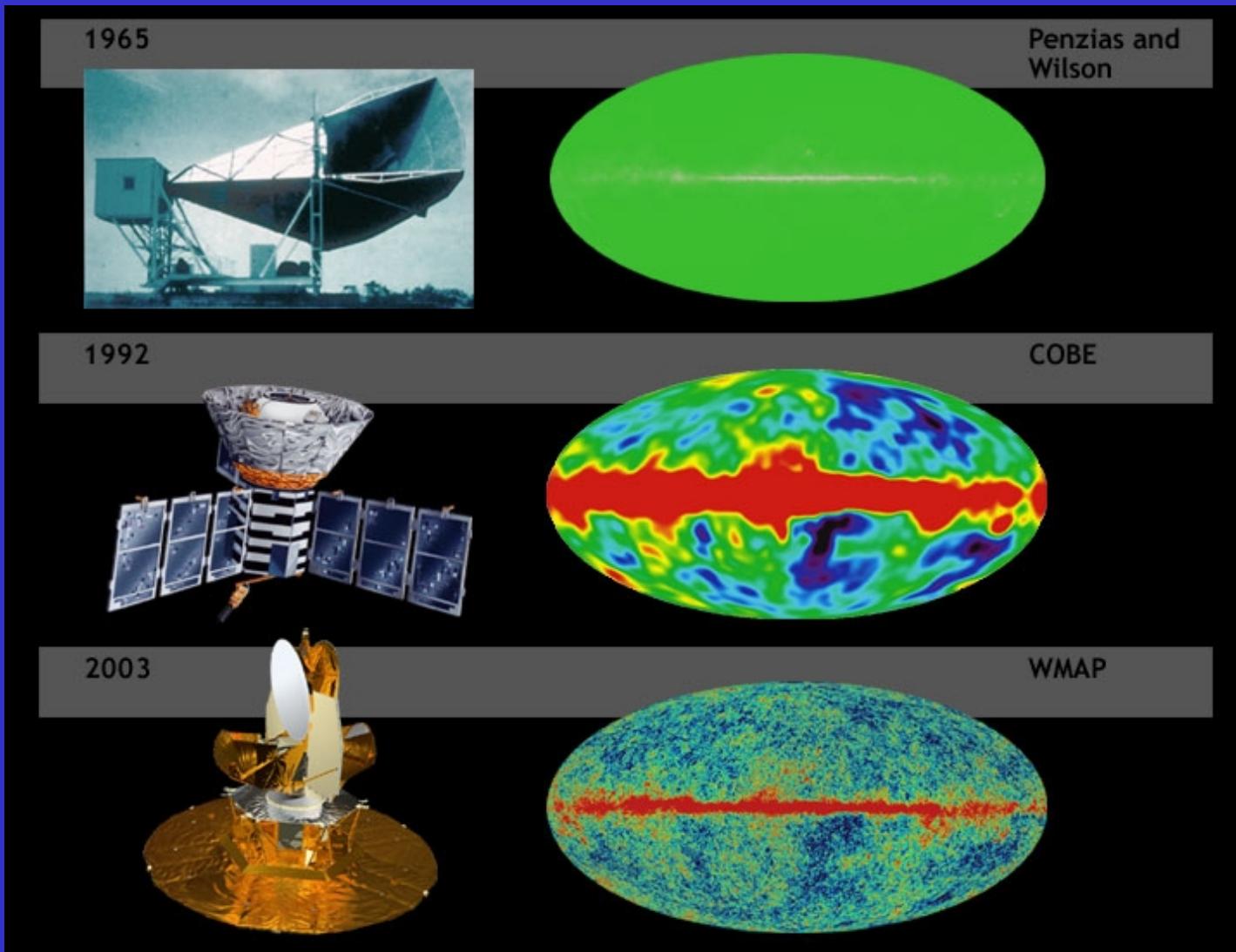
$$\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$$

le dimensioni tipiche dell'orizzonte acustico sarebbero $\Theta_h \simeq 0.85^\circ$ e questo produrrebbe un picco nello spettro di potenze in corrispondenza del primo multipolo pari a

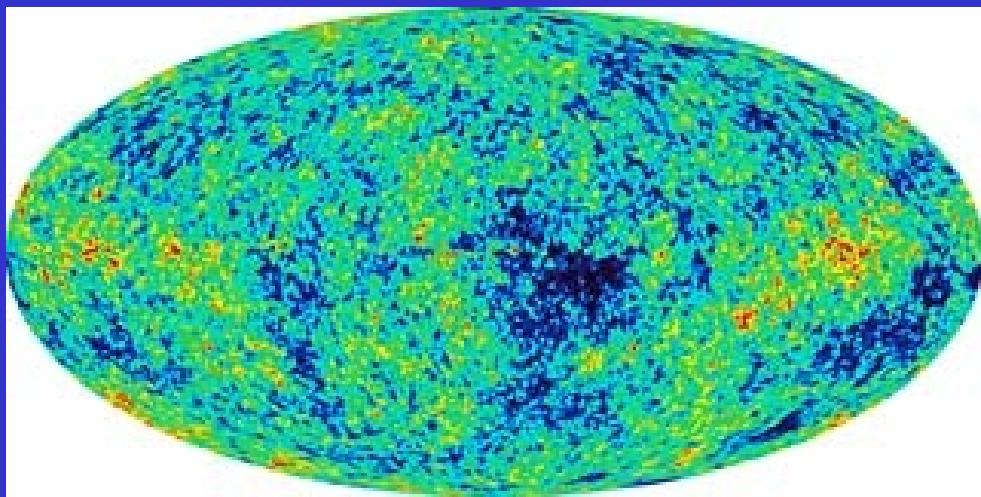
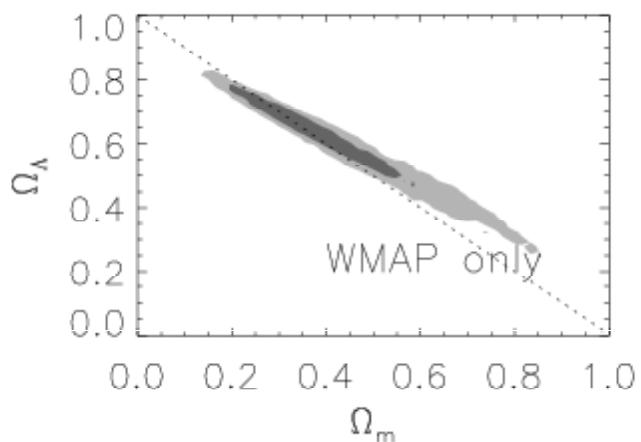
$$l_1 = \pi \Theta_h \simeq 210$$



Cosmic Microwave Background



Densita` totale dell'Universo



$$\Omega_{\text{tot}} = 1.02 \pm 0.02$$

$$\Rightarrow k = 0$$

la geometria dell'Universo e` Euclidea

Velocita` di espansione dell'Universo

$$H_0 d = z + \frac{1}{2}(1 - q_0)z^2 + O(z^3)$$

$$q_0 \equiv - \left. \frac{\ddot{a}}{aH^2} \right|_0 = \frac{1}{2}\Omega_M - \Omega_\Lambda$$

La distanza in funzione del red-shift dipende solo da H_0 per piccoli z ($z < 0.1$), mentre per alti z dipende anche da Ω_M e Ω_Λ .

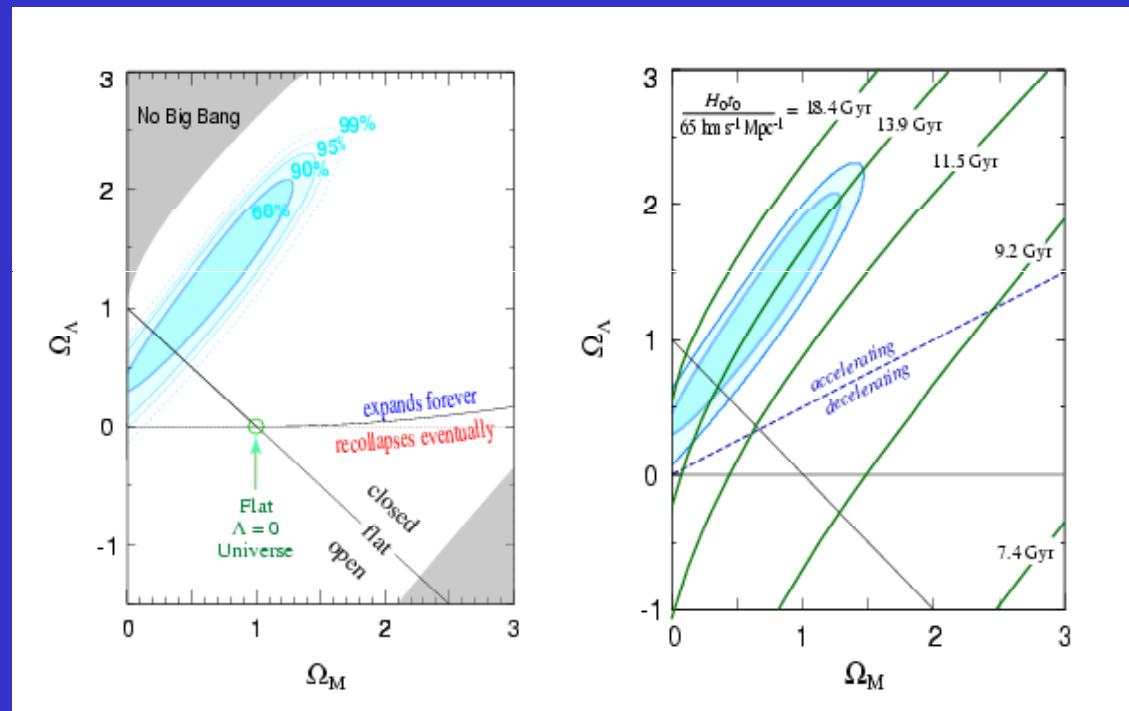
Le supernovae di tipo 1a si riconoscono grazie alla loro caratteristica variazione di intensità nel tempo, ed alla presenza delle linee dovute ad elementi pesanti (magnesio e silicio) nello spettro di emissione.

Si pensa che le supernovae di questo tipo si formino dall'unione di due nane bianche con masse molto vicine al limite di Chandrasekhar. \Rightarrow Dato che le masse coinvolte nell'esplosione sono sempre le stesse, si suppone che la luminosità intrinseca di queste supernovae sia sempre circa uguale.

\Rightarrow Misurando la luminosità apparente, si può stimare la distanza.

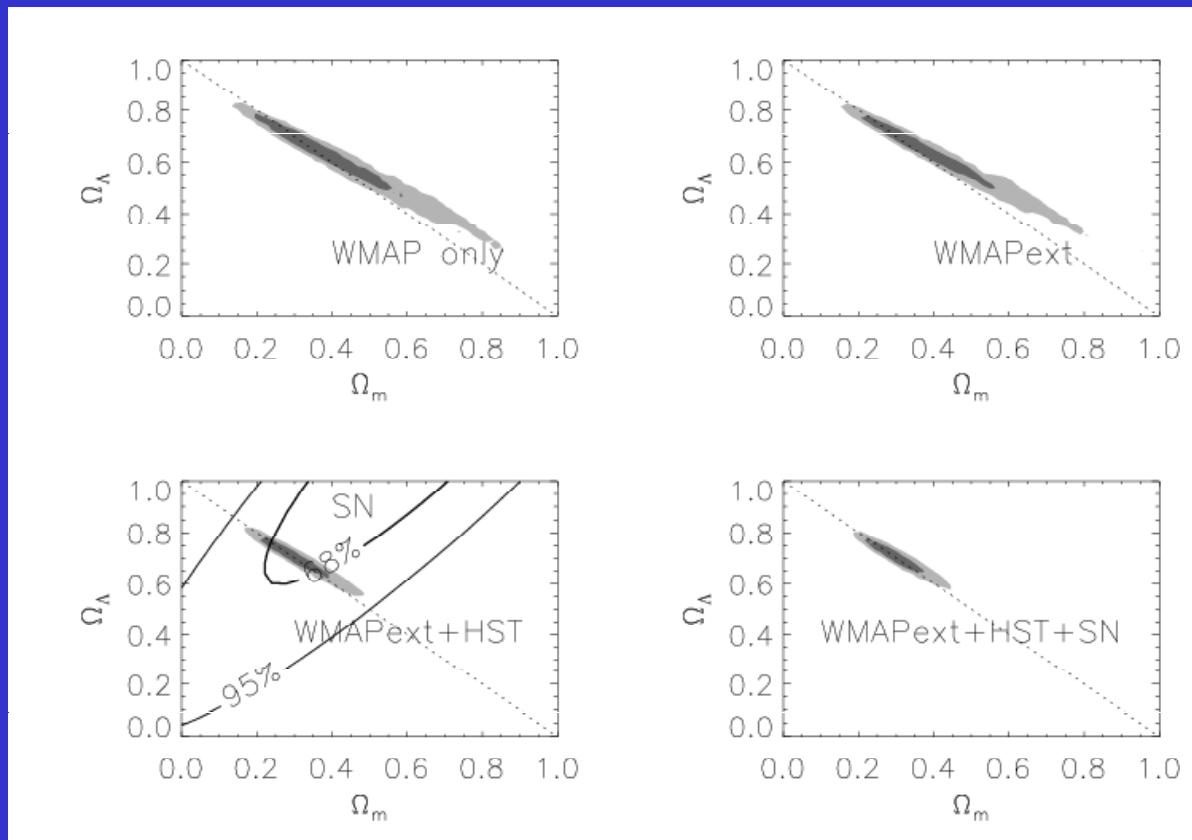
Velocita` di espansione dell'Universo

High-z Supernuvae Search Team: hanno scoperto ed osservato alcune nuove supernovae nell'intervallo di red-shift $z = 0.3 \div 1.2$ \Rightarrow l'espansione dell'Universo sta accelerando



In quale Universo viviamo?

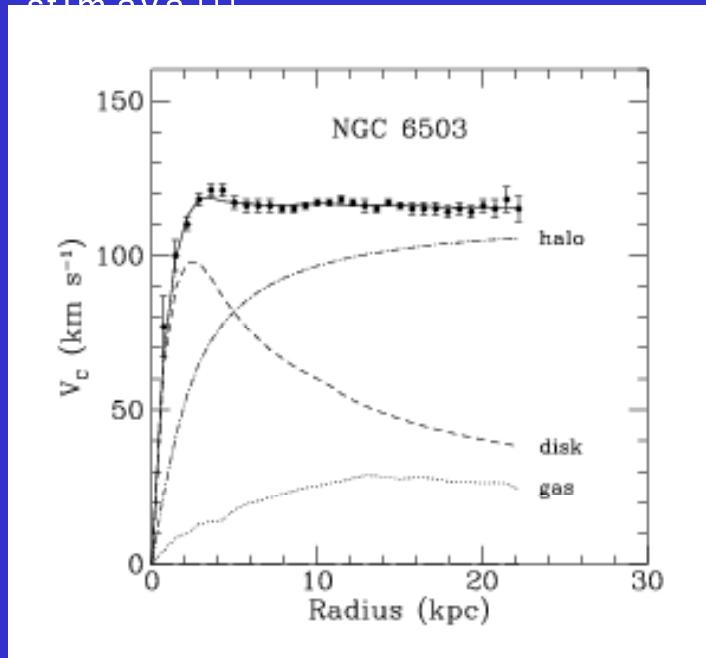
I due diversi risultati sperimentali sull'accelerazione dell'Universo e la sua curvatura sono in accordo tra loro: identificano due regioni nel piano dei valori possibili per Ω_m e Ω_Λ con una intersezione in comune.



Nella regione in comune
 $\Omega_m \simeq 0.3$
risultato in accordo con
le misure sulla velocità
di rotazione
dell'idrogeno nelle
galassie.

La Materia Oscura

1970 – Misurando la velocità di rotazione delle nuvole di gas nelle galassie si scopre che esse sono formate da una massa molto maggiore di quella che si stimava.



Se la massa totale della galassia fosse dovuta solamente alla materia visibile (stelle, ...), allora la velocità di rotazione fuori dal disco luminoso dovrebbe diminuire come $1/\sqrt{r}$. Dalle osservazioni si ricava invece che la distribuzione di massa deve essere $M(r) \propto r$. Questo tipo di distribuzione di massa è tipico di un gas isotermico autogravitante.



Una grossa frazione della massa della galassia è dovuta ad un invisibile alone (dark matter)

La Materia Oscura

Stima del contributo ad Ω_m dovuto alla materia visibile

$$\Omega_v \approx 0.01$$

Stima dei rapporti tra materia visibile ed oscura ottenuti dalle misure di velocità di rotazione:

- $3 < M_{dm}/M_{lm} < 5$ per le galassie a spirale
- $10 < M_{dm}/M_{lm}$ per le galassie ellittiche
- $M_{dm}/M_{lm} \approx 100$ per i cluster di galassie

$$\Omega_{dm} \approx 0.1 \quad \text{materia oscura all'interno delle galassie}$$

$$\Omega_{dm} \approx 0.3 \quad \text{materia oscura all'esterno delle galassie}$$

La Materia Oscura

Stima del contributo ad Ω_m dovuto alla radiazione:

$$\rho_R = \frac{\pi^2}{15} \frac{(kT_R)^2}{(\hbar c)^3} = 4.5 \times 10^{-34} \text{ g/cm}^3 \quad \Omega_R \equiv \frac{8\pi G \rho_R}{3H_0^2}$$



$$\Omega_R \simeq 0.00005$$

Analogamente si ottiene il contributo dovuto ai neutrini:

$$\Omega_\nu \simeq 0.68 \quad \Omega_R \simeq 0.00004$$



La Ω_m è dominata dal contributo di materia oscura

La Materia Oscura

La materia oscura è di tipo barionico?

La stima più precisa della quantità di materia “ordinaria” presente nell’Universo viene fatta considerando la formazione degli elementi leggeri durante la nucleosintesi del Big Bang (He, D, Li):

$$\Omega_B \simeq 0.04$$

→ La nostra migliore stima dell’abbondanza di materia ordinaria viene dallo studio dell’Universo in un’epoca in cui le stelle non si erano ancora formate!

I barioni nelle stelle costituiscono soltanto $\frac{1}{4}$ di tutti i barioni totali, il resto sono otticamente oscuri.

Per molti anni i MACHOs (Massive Astrophysical Compact Halo Objects) sono stati dei candidati per spiegare questo “mistero”, essi possono essere: buchi neri primordiali, nane marroni, nane bianche, stelle di neutroni e pianeti. A desso, grazie ad uno studio effettuato sfruttando il fenomeno delle “lenti gravitazionali” si è scoperto che il loro contributo è troppo piccolo.

La Materia Oscura

La materia oscura è di tipo non-barionico?

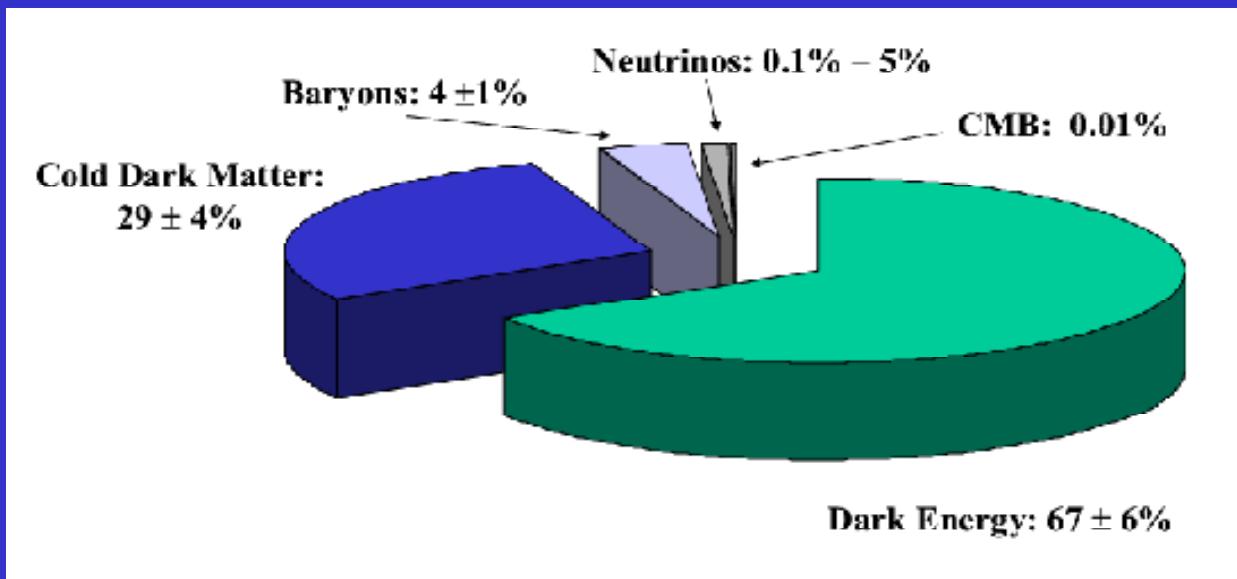
La materia oscura è distribuita in modo diffuso negli aloni esterni delle galassie, o in un “mare” nel quale si muovono i cluster di galassie.

⇒ Le particelle che costituiscono la materia oscura non interagiscono molto con la materia ordinaria ⇒ sono neutre ed hanno solo interazioni deboli

Se la materia oscura fosse “calda” (formata da particelle relativistiche), essendosi formata pochi istanti dopo il Big Bang, avrebbe eliminato le piccole fluttuazioni di densità, creando un Universo in cui si sono formate prima le grandi strutture, cluster di galassie, e poi le piccole. Questo è in netto contrasto con le osservazioni

⇒ le particelle che costituiscono la materia oscura sono fredde, cioè non relativistiche

La composizione dell'Universo



La Materia Oscura

Un buon candidato per essere il costituente della materia oscura viene dalla teoria supersimmetrica (SUSY), esso sarebbe la particella supersimmetrica più leggera: il **neutralino**.

Il neutralino χ dovrebbe essere una combinazione lineare dei partner supersimmetrici del fotone, dello Z e dei due bosoni di Higgs neutri previsti dalla teoria.

Nella teoria supersimmetrica, si conserva la R-parity: le particelle supersimmetriche hanno $R = -1$, mentre le altre hanno $R = 1$. Il neutralino, essendo la particella supersimmetrica più leggera, è quindi stabile! Il fatto che il neutrino sia stabile, significa che può essere presente nell'Universo come un “fossile” cosmologico.

Metodi di rivelazione del neutralino

A. Ricerca diretta:

- scattering elastico sui nuclei

C. Ricerca indiretta:

- annichilazione $\chi - \chi$ all'interno del Sole o della Terra
 - ✓ flusso di ν
- annichilazione $\chi - \chi$ nell'alone galattico
 - ✓ flusso di ν e $\bar{\nu}$ con alta densità direzionale
 - ✓ una linea nello spettro dei γ
 - ✓ maggiore abbondanza delle componenti rare (\bar{p} e e^+) nei raggi cosmici

Ricerca diretta di WIMP

WIMP: Weakly Interacting Massive Particle

Interazione di WIMP con la materia: scattering elastico sui nuclei !

- l'energia di rinculo dipende dalla massa e dalla velocità della WIMP e dalla massa dei nuclei della targhetta
- il numero di collisioni elastiche diminuisce esponenzialmente con l'energia di rinculo
- la massima energia trasferita si ha quando la WIMP ed i nuclei della targhetta hanno stessa massa

$$E_R = \frac{m^2 v^2}{m_N} (1 - \cos\theta) \quad m = \frac{m_W m_N}{m_W + m_N}$$

L'energia di rinculo può essere osservata in modi differenti a seconda della composizione della targhetta:

- aumento di temperatura (nei rivelatori criogenici)
- ionizzazione
- scintillazione

Ricerca diretta di WIMP

Caratteristiche del segnale.

- energia di rinculo $E_R \sim 10$ keV
- rate di eventi aspettati ~ 1 per giorno, per 10 kg di rivelatore

M illioni di eventi di fondo sono dovuti alla radioattività del rivelatore stesso e dell'ambiente circostante.

Requisiti discriminanti per una misura diretta di WIMPs:

- modulazione annuale del segnale
 - modulazione giornaliera del segnale
 - direzionalità di interazione
- 

velocità media delle WIMPs nell'alone galattico: 230 ± 50 km/s

La Terra è immersa in un “vento” di WIMPs; a causa della rotazione terrestre intorno al Sole il flusso di WIMPs che attraversa la Terra è massimo a Giugno e minimo a Dicembre.

L'energia di rinculo più probabile dipende dalla velocità della WIMP incidente.

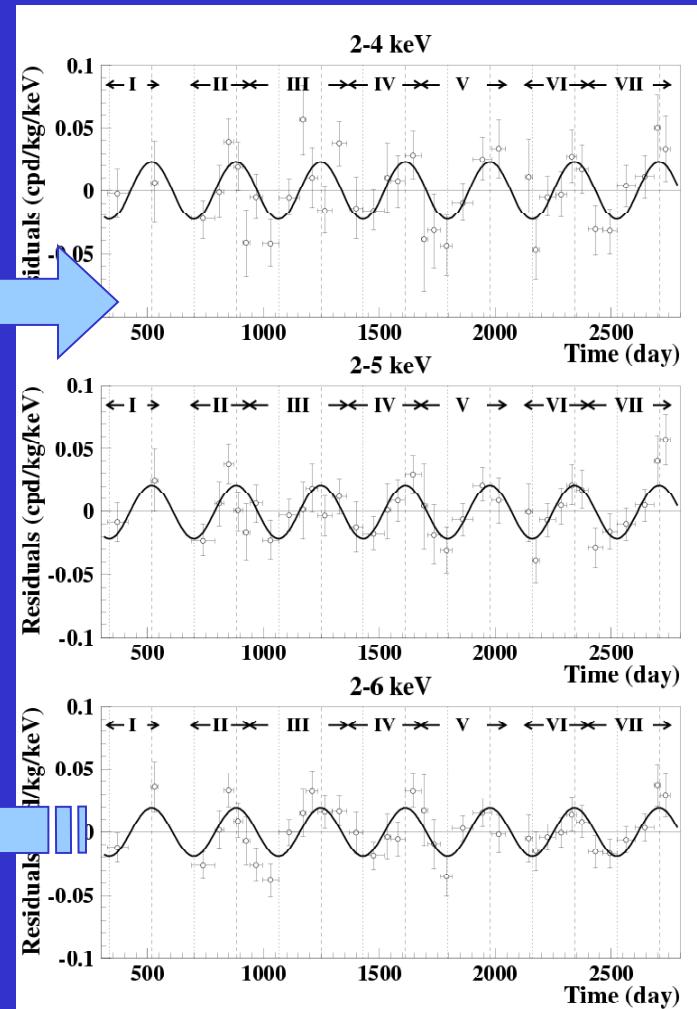
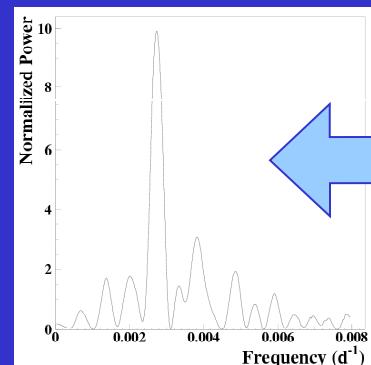
Risultati dell'esperimento DAMA

L'esperimento DAMA è sito nei Laboratori Nazionali del Gran Sasso ed il suo rivelatore è costituito da 100 kg di Ioduro di Sodio. La presa dati dura ormai da sette anni.

Rate residuale per gli eventi di singolo-hit (in vari intervalli di energia) in funzione del tempo su sette cicli annuali.

Le curve sovraimposte rappresentano l'andamento cosinusoidale atteso per il segnale delle WIMPs con periodo uguale ad 1 anno e fase al 2 Giugno; l'ampiezza della modulazione è ottenuta dal best fit.

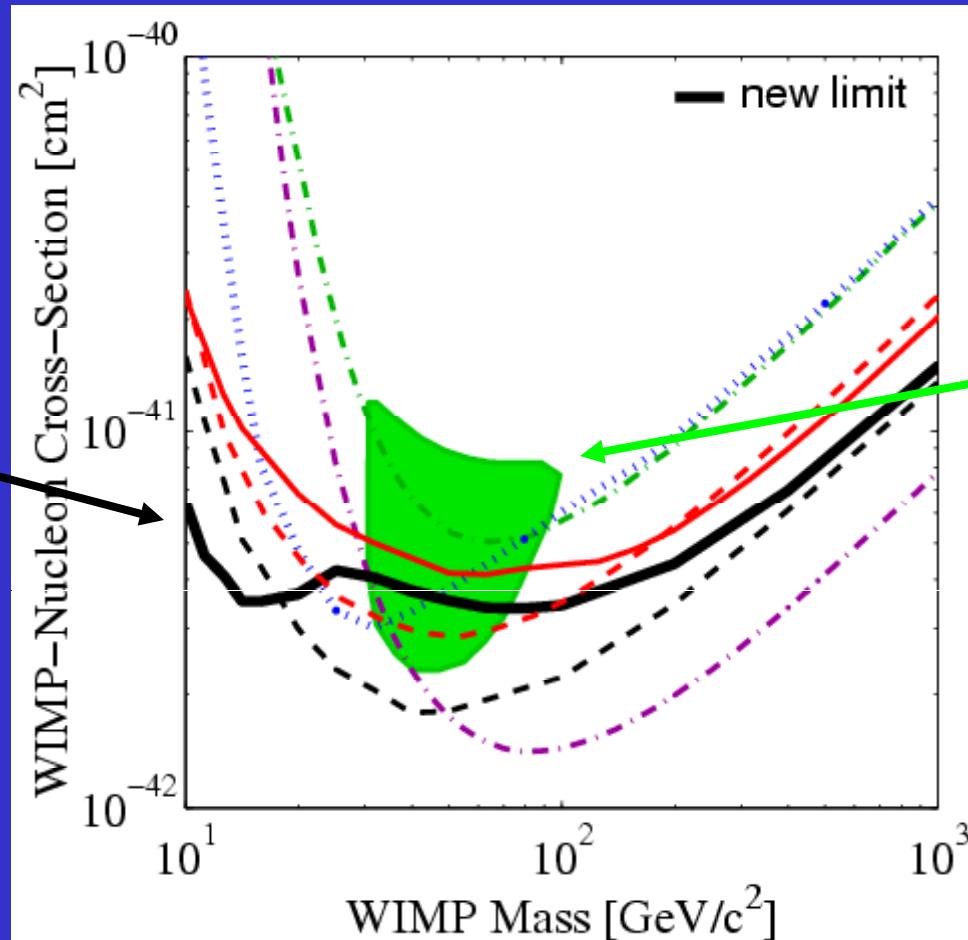
frequenza principale
 $2.737 \times 10^{-3} \text{ day}^{-1}$
□
periodo
365.36 days



Risultati a confronto

CDMS: esperimento che studia la rivelazione diretta di WIMPs misurando l'aumento di temperatura in cristalli di silicio e germanio (soglia in energia pari a 10 keV).

zona di esclusione al 90% C.L. dai risultati di **CDMS**



zona di valori permessi in accordo coi risultati di **DAMA** a 3 σ

Ricerca indiretta di neutralino

Il segnale di neutralino nel canale dei fotoni

$$\chi \chi \rightarrow \gamma \gamma \quad E_\gamma = m_\chi$$

$$\chi \chi \rightarrow Z \gamma \quad E_\gamma = m_\chi \left(1 - \frac{m_Z^2}{4m_\chi^2} \right)$$

Segnali di questo tipo nello spettro dei fotoni sarebbero facilmente riconoscibili, ma il rate di questi processi è difficilmente stimabile a livello teorico.

Inoltre si avrebbe anche uno spettro continuo di fotoni provenienti dall'alone galattico, distinguibile dal fondo che proviene solo dal disco galattico.

Ricerca indiretta di neutralino

Il segnale di neutralino nel canale dei neutrini

Nel caso dei neutrini la segnatura caratteristica, e facilmente riconoscibile del segnale, sarebbe la direzionalità.

I neutrini sarebbero infatti l'unico prodotto secondario delle annichilazioni dei neutrini all'interno del Sole o della Terra che potrebbero arrivare fino a noi.

Il segnale di neutralino nei flussi di particelle di antimateria dei raggi cosmici

Il segnale di neutralino nel canale dei positroni

canale di produzione (1) per
neutralino nello stato di puro
Higgsino

$$\begin{aligned}\chi\chi &\rightarrow W^+ W^- \\ W^+ &\rightarrow e^+ \nu \quad \text{B.R. } 11\% \\ \chi\chi &\rightarrow Z^0 Z^0 \\ Z^0 &\rightarrow e^+ e^- \quad \text{B.R. } 3\%\end{aligned}$$

velocità del neutralino nell'alone galattico $\approx 10^{-3} \text{ c}$
 \Rightarrow annichilazione a riposo

i positroni originati direttamente dal
decadimento dei bosoni hanno un'energia
media pari a metà della massa del neutralino
($m_\chi/2$)

\Rightarrow lo spettro di questi positroni ha una discesa
ripida al crescere dell'energia ed arriva a zero
in corrispondenza della massa del neutralino
 \Rightarrow il segnale apparirebbe come un picco nel
rapporto tra il flusso di positroni e la
combinazione dei flussi di positroni ed
elettroni

Il segnale di neutralino nel canale dei positroni

canale di produzione (2) per
neutralino nello stato di puro
Higgsino

$$\begin{aligned}\chi \chi \rightarrow W^+ W^- \\ W^+ \rightarrow \tau^+ \rightarrow e^+ \\ W^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow e^+ \\ W^+ \rightarrow (\text{quark b e c}) \rightarrow e^+ \\ W^+ \rightarrow (\text{quark b e c}) \rightarrow \pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow e^+\end{aligned}$$

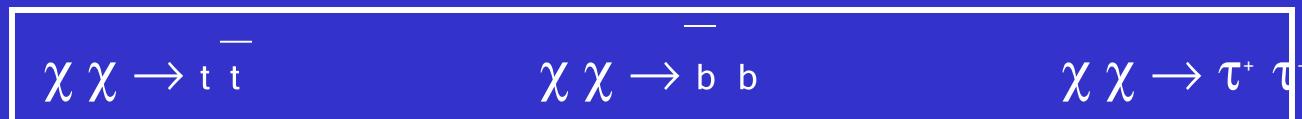
Questo secondo canale di produzione dei positroni contribuisce con una distribuzione nello spettro più larga e con un picco all'energia corrispondente ad un ventesimo della massa del neutralino ($m_\chi/20$)

i positroni prodotti in questo canale sono 10 volte più numerosi di quelli prodotti nei decadimenti dei bosoni di gauge, ma non possono nasconderne il segnale perché l'energia dei positroni è più bassa

Il segnale di neutralino nel canale dei positroni

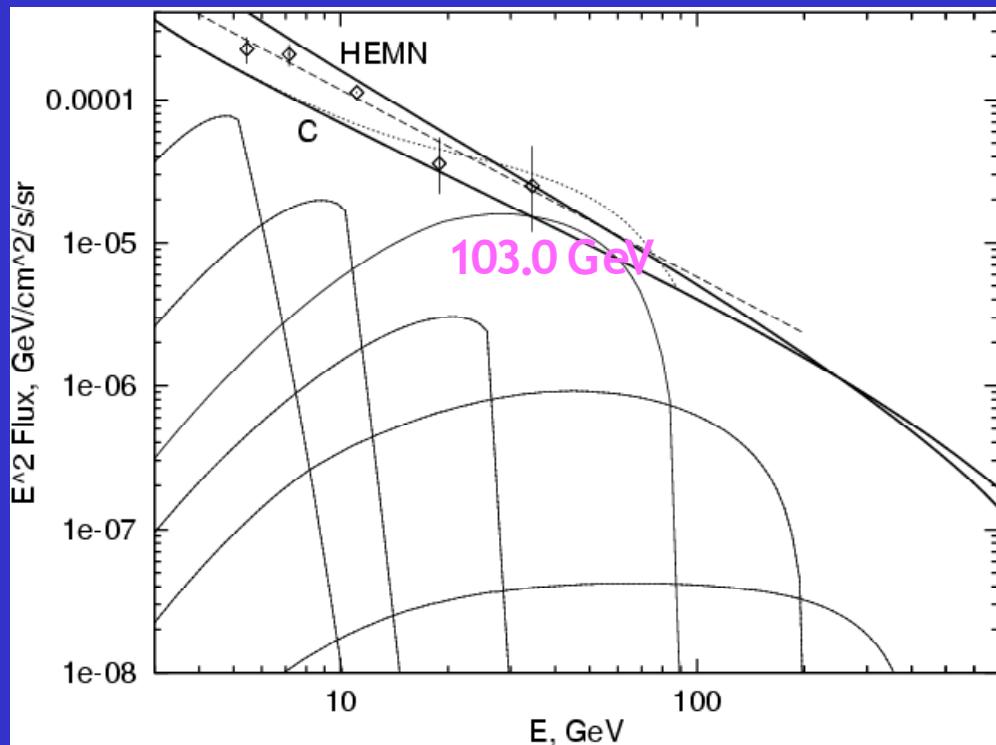
Nel caso in cui il neutralino non si trovi nello stato di puro Higgsino l'annichilazione nei bosoni vettori è sfavorita ed il contributo dominante è dato dai leptoni ed i quark più pesanti. La sezione d'urto di annichilazione dei neutralini in fermioni è infatti proporzionale alla loro massa:

$$\sigma \propto \left(\frac{m_f}{m_\chi} \right)^2$$



\Rightarrow i positroni prodotti secondariamente in questo caso hanno energia media più bassa di quelli che si originano dai decadimenti primari dei bosoni vettori (caso 1)

Il segnale di neutralino nel canale del positroni



canale di produzione (1) per
neutralino nello stato di puro
Higgsino

Frazione di positroni calcolata
usando la sezione d'urto per puro-
Higgsino.

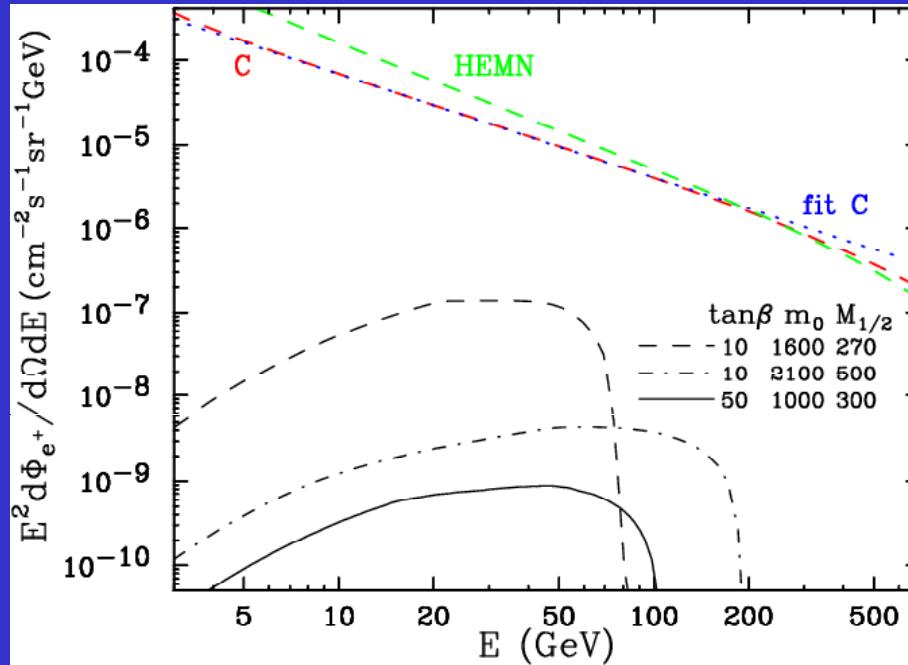
Il rapporto segnale/fondo ha un
massimo nel caso in cui $m_\chi \approx m_w$. Se
la massa del neutralino fosse
intorno ai 100 GeV, il segnale
sarebbe sperimentalmente
misurabile.

MA

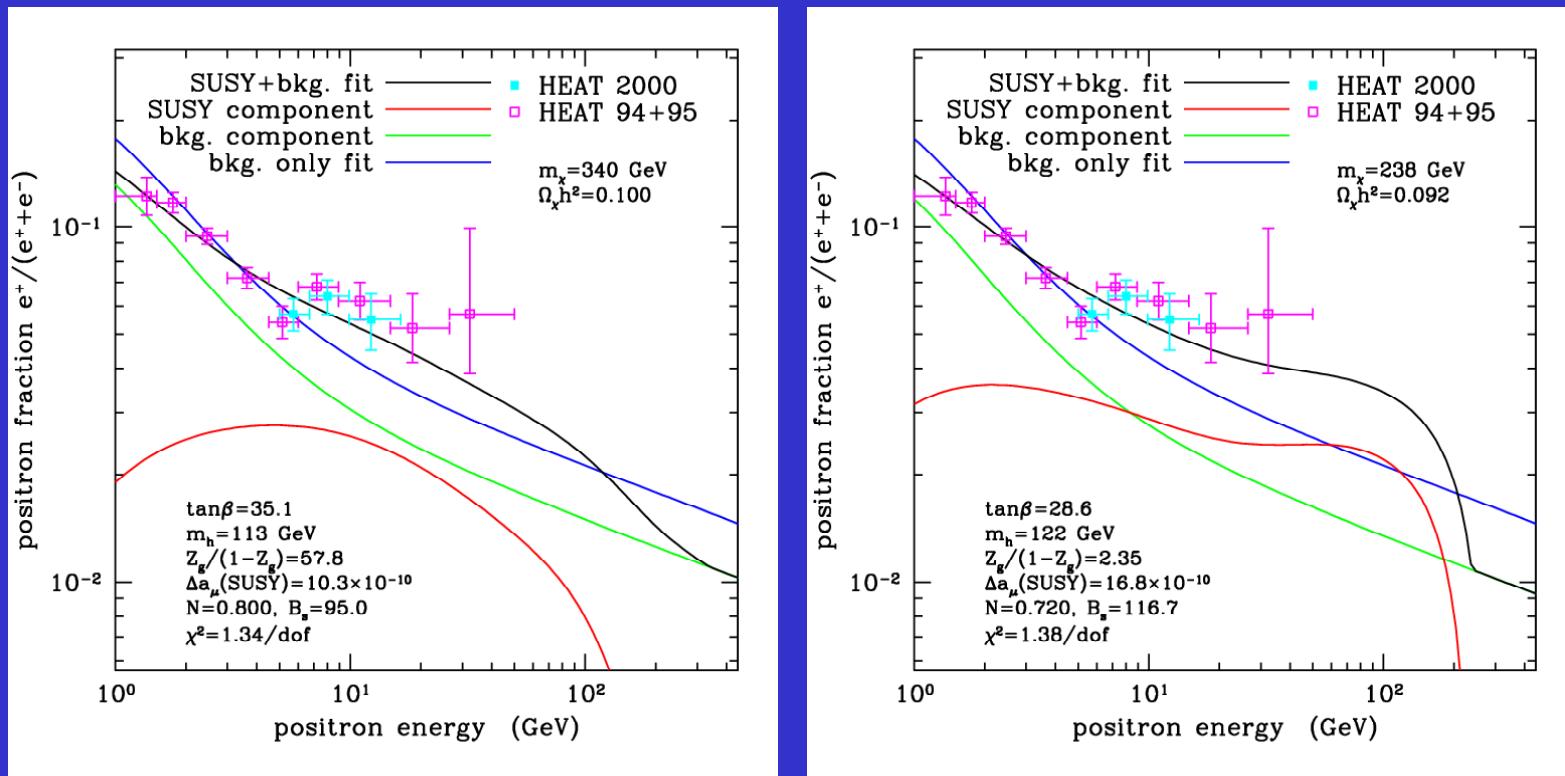
Un neutralino di tipo puro-Higgsino
avrebbe un'abbondanza fossile non
sufficiente a spiegare la materia
oscura.

Il segnale di neutralino nel canale dei positroni

Se imponiamo che l'abbondanza del neutralino sia sufficiente a spiegare la materia oscura, e quindi $\Omega_\chi \approx 0.3$, i rate dei segnali attesi sono notevolmente soppressi:



Il segnale di neutralino nel canale dei positroni



Questi risultati sperimentali potrebbero essere spiegati moltiplicando i segnali attesi per un fattore 30 (boost factor). Il fattore moltiplicativo è “legittimo” se la nostra galassia ha un “clumpy halo”.