

# Sorgenti di $\gamma$

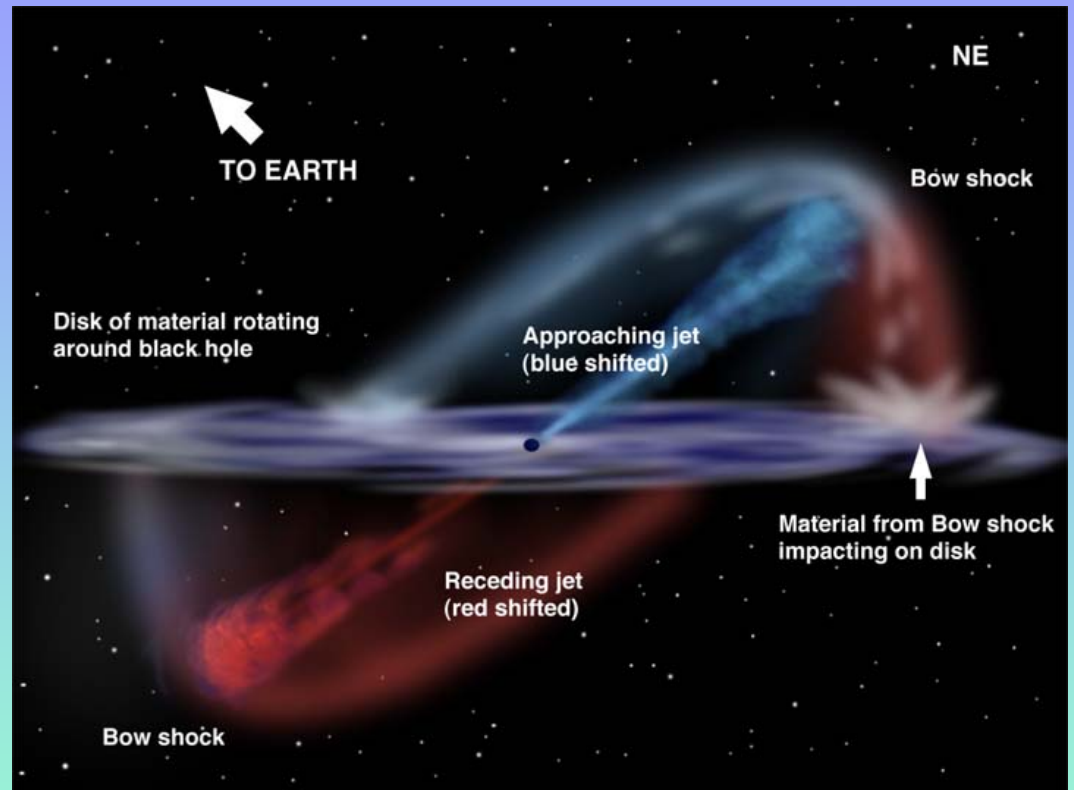
**AGN**

**Blazars**

**Gamma ray bursts**

**Pulsars**

**Supernovae**



**NGC 1068**

# *Supernovae nella nostra galassia*

## **Supernovae con “record storici”**

*SN del 1006*

*SN del 1054 → CRAB Nebula.*

*Registrata dagli astronomi cinesi: “guest star”*

*SN del 1572 → Supernova di Tycho*

*SN del 1604 → Supernova di Keplero*

## **Supernovae non viste**

*Cassiopeia → Supernova remnant Cassiopeia A (~ 250 anni fa)*

*Oscurata dalla polvere galattica e troppo debole anche se “vicina” (2.8 kpc)*

## **Supernovae viste in galassie vicine**

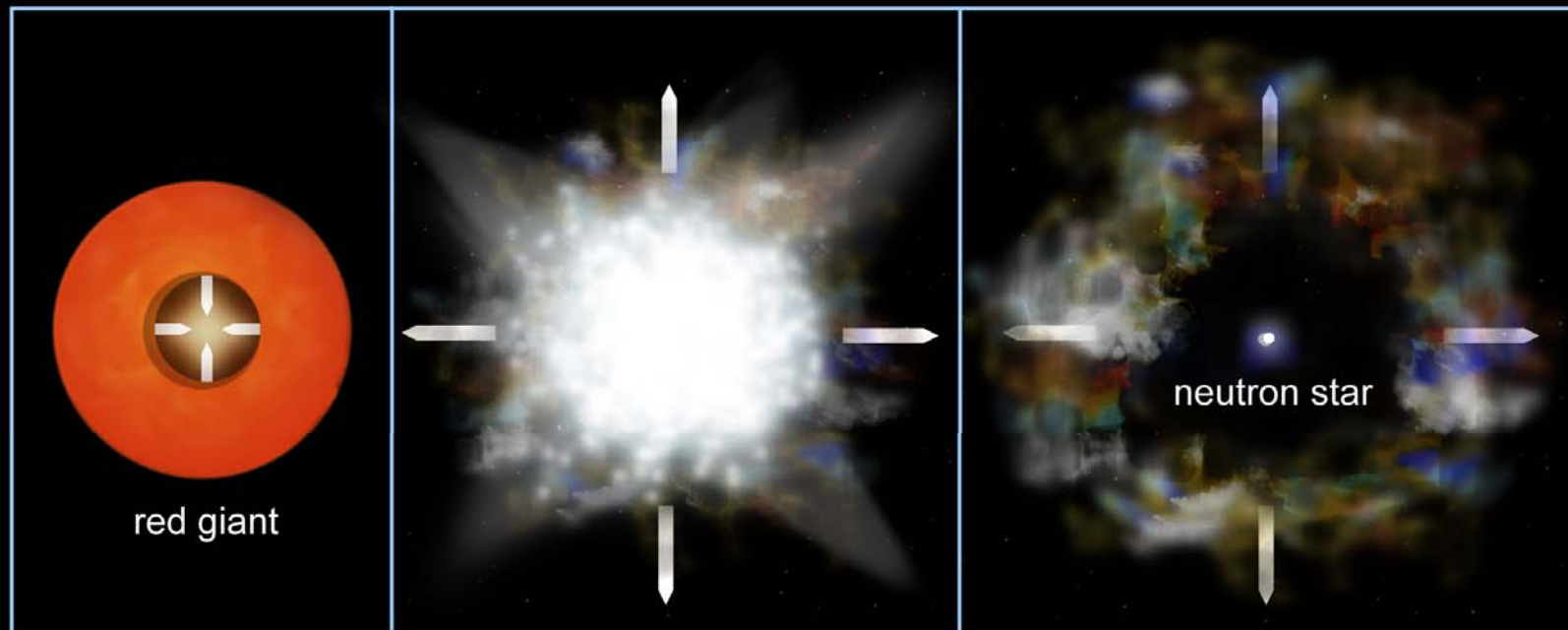
*SN 1987A nelle nubi di Magellano (distanza 50 kpc)*

*Supernova di tipo II*

# *Supernovae*

## Birth of a Neutron Star and Supernova Remnant

(not to scale)



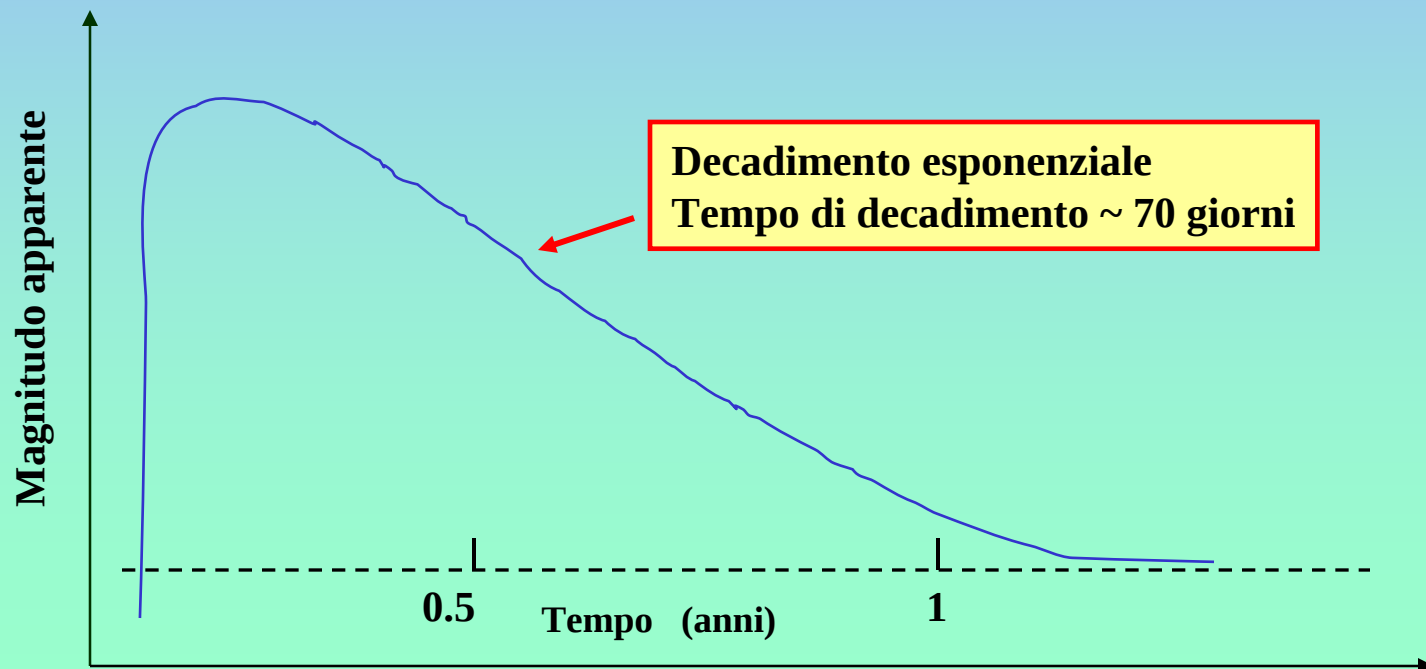
Core Implosion → Supernova Explosion → Supernova Remnant

# *Tipi di Supernovae*

## **Supernovae di tipo I**

*Proprietà' singolarmente simili per le diverse supernovae di tipo I:*

- Curve di luce (andamento temporale dell'emissione) identiche*
- Assenza, negli spettri ottici, delle righe dell'idrogeno*
- Righe di emissione alquanto larghe →  
allargamento Doppler con  $v \sim 1000-3000$  km/s*
- Luminosità' assolute identiche*



# *Supernovae di tipo I*

## **Possibile modello**

*Collasso di una nana bianca che assorbe materia da una stella "compagna" in un sistema binario.*

*Quando la massa raggiunge la massa critica per una nana bianca, si ha il collasso*

*→ formazione di una stella di neutroni e liberazione di circa  $10^{46}$  Joule.*

*Massa: quella tipica per una nana bianca al limite della stabilità*

*Cio' spiega le proprietà simili*

## *Supernovae di tipo II*

*Proprietà differenziate tra SN diverse*

*Variazione di luminosità irregolare*

*Presenza di righe dell'idrogeno*

*Righe molto allargate (Doppler)  $\rightarrow v \sim 7000 \text{ km/s}$*

*Collasso di una stella di almeno  $8 M_{\odot}$*

*Curve di luce compatibili con l'espulsione di circa  $10^{46} \text{ J}$  in un guscio esterno di "gigante rossa"*

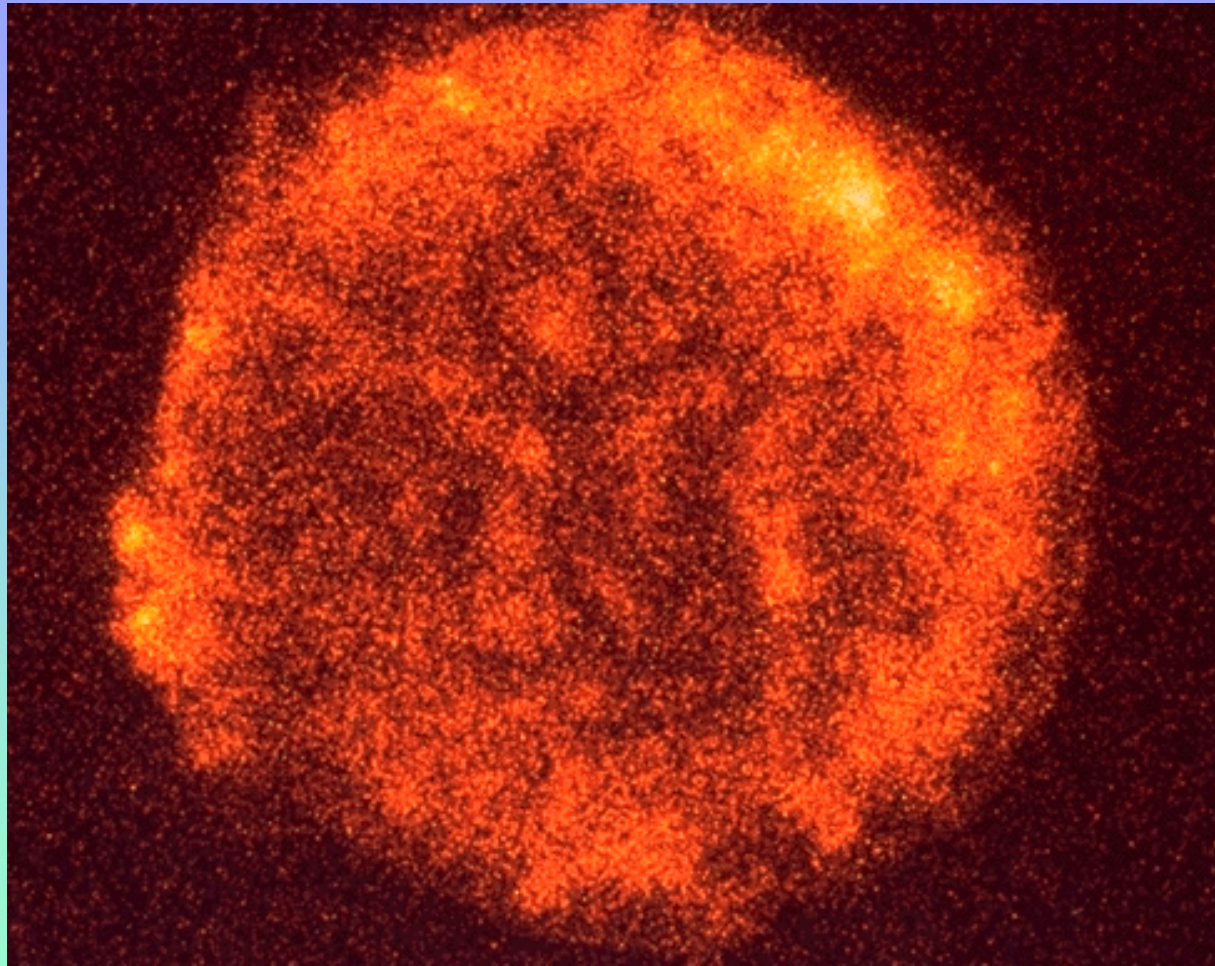
# Supernovae

*In tutte le SN remnants si osserva emissione di radiazione che va dalle onde radio, all'infrarosso, al visibile, ai raggi X e  $\gamma$*

*In tutte le SN remnants e' presente un nucleo (stella di neutroni o BH).  
Spesso la stella di neutroni e' in rapida rotazione ed emette radiazione in modo periodico (Pulsar)  
esempio: CRAB  $\rightarrow T=33.2$  ms*

*La remnant di una SN continua ad espandersi con altissima velocita', per centinaia o migliaia di anni.*

# Supernova di Tycho del 1572



Visibile ora negli X come una nube in espansione

# *Emissione di fotoni dalle Supernovae*

*Radiazione di sincrotrone*

*Bremsstrahlung*

*Scattering Compton inverso*

**Esempio → CRAB Nebula**





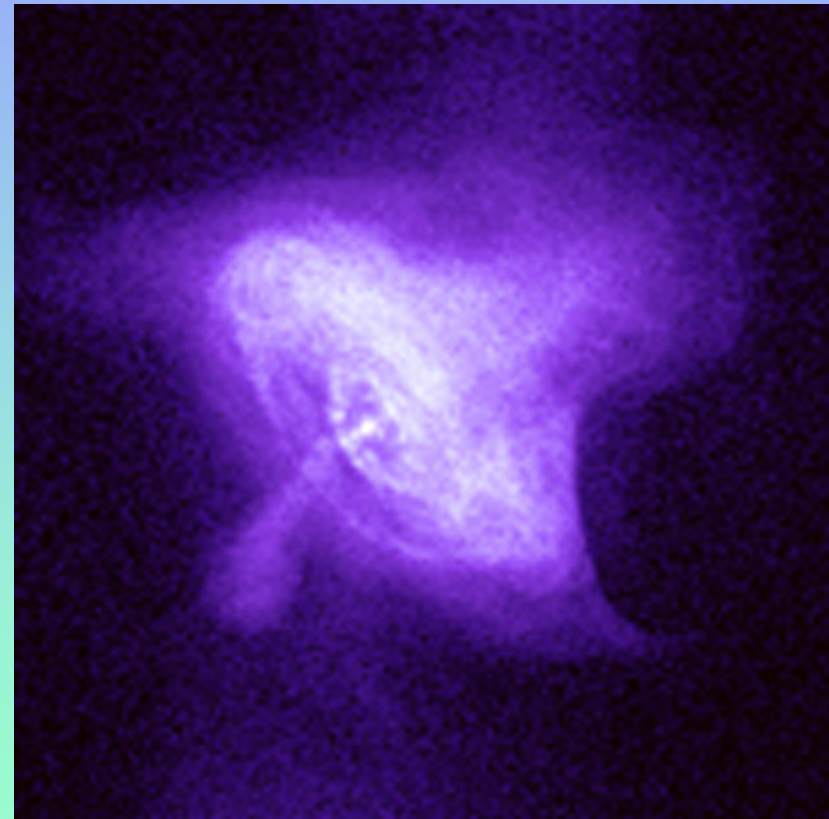
*La CRAB*

SN di tipo I ?

*Al centro della CRAB → Pulsar (T=33.2 ms)*



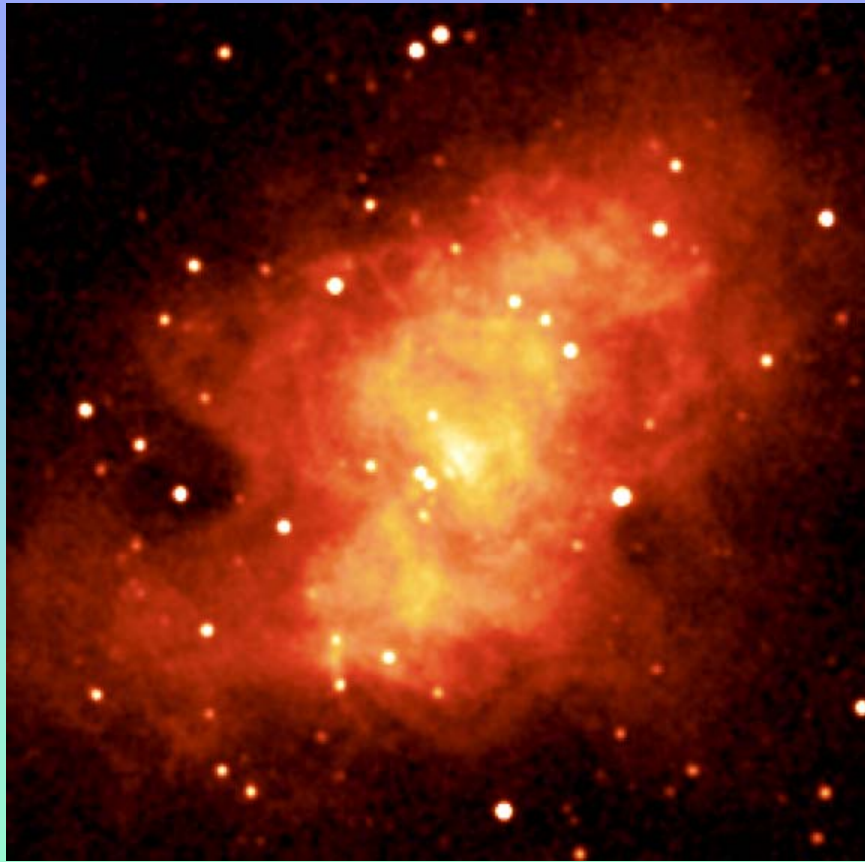
*La CRAB nel visibile*



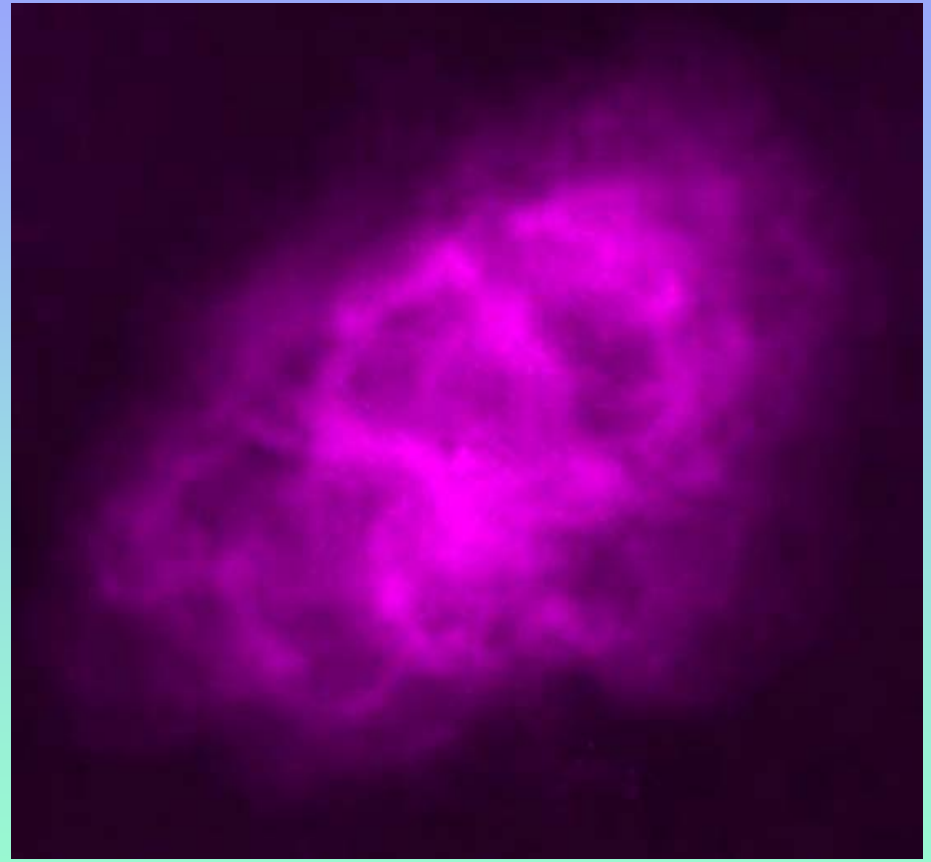
*La CRAB nei raggi X*



## *La CRAB*



*La CRAB nell'infrarosso*



*La CRAB nelle onde radio*



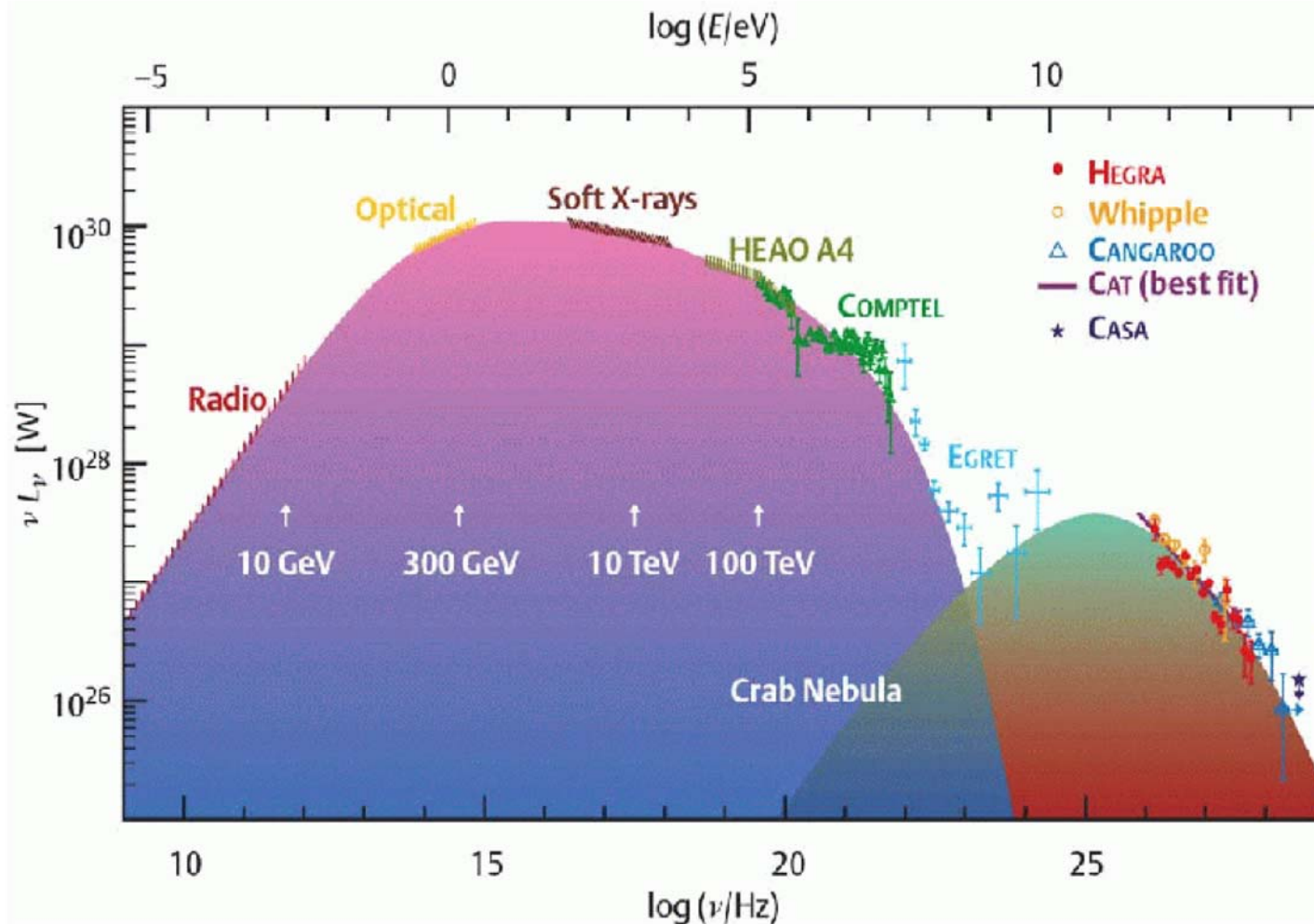
## *La CRAB*

***Le dimensioni della CRAB nel visibile sono circa l'80% di quelle nelle onde radio. Negli X sono circa il 40% di quelle nel visibile.***

***Cio' riflette il fatto che elettroni di maggiore energia emettono preferenzialmente negli X; quelli di minore energia nel visibile e nelle onde radio. Gli elettroni perdono energia via via che si muovono verso le zone esterne della SN.***

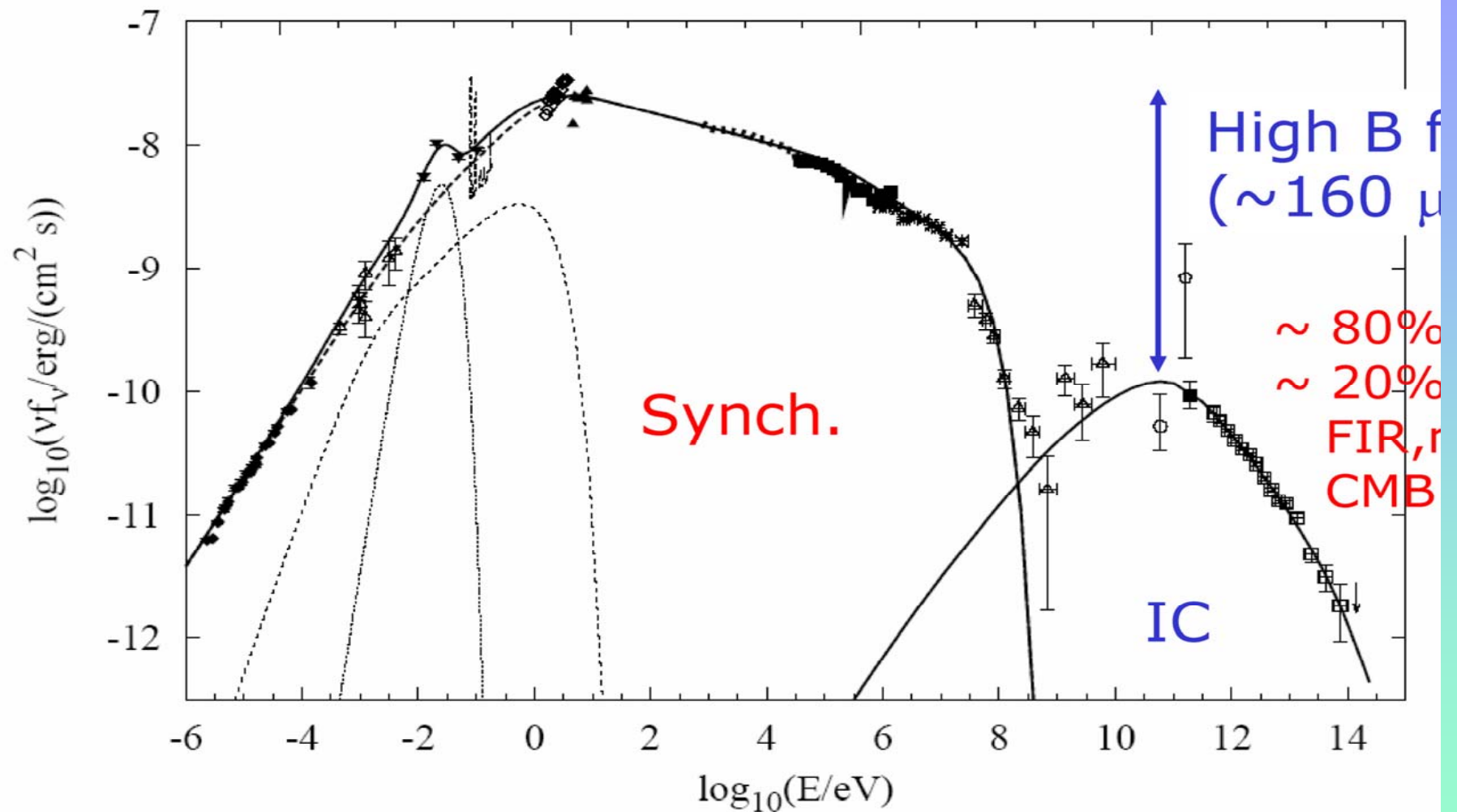
***E' dalle zone piu' interne che possiamo quindi osservare radiazione di energia piu' elevata.***

# Photon spectrum



**Fig. 11.** Spectral energy distribution of the emission from the Crab Nebula. The electron energies producing the dominant synchrotron peak at lower energies are indicated by the arrows. The CGRO  $\gamma$ -telescopes COMPTEL and EGRET determine the synchrotron fall-off and the transition to the Inverse Compton peak expected at some tens of GeV, and indicated by the Cherenkov telescope measurements. (Adapted from Aharonian and Atoyan (1998); Courtesy "Sterne und Weltraum".)

# Photon spectrum



# 1 Radiazione da una carica accelerata

Campo elettrico:

$$\vec{E} = \frac{q}{(R - \vec{R} \cdot \vec{v}/c)^3} \left[ \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \left(\vec{R} - \frac{R\vec{v}}{c}\right) + \frac{\vec{R}}{c^2} \times \left[ \left(\vec{R} - \frac{R\vec{v}}{c}\right) \times \dot{\vec{v}} \right] \right]$$

Campo B:

$$\vec{B} = \hat{R} \times \vec{E}$$

A grandi distanze  $\Rightarrow$  solo secondo termine:

Ponendo:

$$\vec{R} = \hat{k}x$$

$$n = 1 - \hat{k} \cdot \vec{v}/c$$

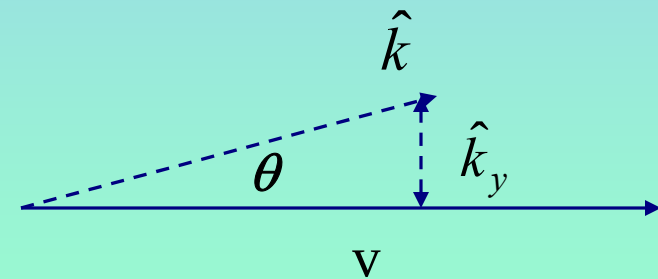
$$\vec{E} = \frac{q}{xc^2n^3} \left\{ \hat{k} \times \left[ \left( \hat{k} - \frac{\vec{v}}{c} \right) \times \dot{\vec{v}} \right] \right\}$$

$$\vec{B} = x\hat{k} \times \vec{E}$$

Per  $v/c \ll 1 \Rightarrow |\vec{E}| = (q|\dot{\vec{v}}| \sin \theta)/xc^2$ .

Per  $v/c \approx 1 \Rightarrow n = 1 - (\hat{k} \cdot \vec{v})/c \approx 1 - \cos \theta$

$\Rightarrow$  Beaming relativistico



**campo elettrico massimo per  $\theta = 0$**

# Radiazione da una carica accelerata[2]

Distribuzione angolare della radiazione:

$$\frac{dP}{d\Omega} = x^2 \times |\vec{S}| = \frac{c}{4\pi} (x |\vec{E}|)^2$$

Poniamo:

$$\vec{g} = \frac{1}{n^3} \left\{ \hat{k} \times \left[ \left( \hat{k} - \frac{\vec{v}}{c} \right) \times \dot{\vec{v}} \right] \right\}$$

Con che:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{q^2 |\vec{g}|^2}{4\pi c^3}$$

Usiamo ora la relazione:

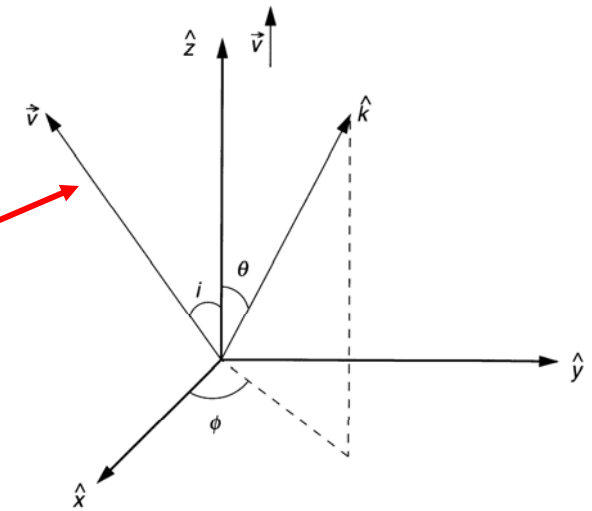
$$\vec{A} \times [\vec{B} \times \vec{C}] = \vec{B} (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C} (\vec{A} \cdot \vec{B})$$

per trasformare la  $\vec{g}$ :

$$\begin{aligned} \vec{g} &= \frac{1}{n^3} \left\{ \left( \hat{k} - \frac{\vec{v}}{c} \right) (\hat{k} \cdot \dot{\vec{v}}) - \dot{\vec{v}} \left[ \hat{k} \cdot \left( \hat{k} - \frac{\vec{v}}{c} \right) \right] \right\} = \\ &= \frac{1}{n^3} \left\{ \left( \hat{k} - \frac{\vec{v}}{c} \right) (\hat{k} \cdot \dot{\vec{v}}) - \dot{\vec{v}} \left[ 1 - \left( \hat{k} \cdot \frac{\vec{v}}{c} \right) \right] \right\} = \frac{1}{n^3} \left\{ \left( \hat{k} - \frac{\vec{v}}{c} \right) (\hat{k} \cdot \dot{\vec{v}}) - \dot{\vec{v}} \cdot n \right\} \end{aligned}$$

# Radiazione da una carica accelerata[3]

***e' nel piano x-z***



Calcoliamo ora  $\vec{g} \cdot \vec{g}$ :

$$\begin{aligned} \vec{g} \cdot \vec{g} &= \frac{1}{n^6} \left\{ (\hat{k} \cdot \dot{\vec{v}})^2 + \frac{v^2}{c^2} (\hat{k} \cdot \dot{\vec{v}})^2 + n^2 \dot{v} - 2 \frac{\hat{k} \cdot \vec{v}}{c} (\hat{k} \cdot \dot{\vec{v}})^2 - 2 (\hat{k} \cdot \dot{\vec{v}})^2 n + 2 \frac{n}{c} (\vec{v} \cdot \dot{\vec{v}}) (\hat{k} \cdot \dot{\vec{v}}) \right\} = \\ &= \frac{1}{n^6} \left[ n^2 |\dot{\vec{v}}|^2 + 2 \frac{n}{c} (\vec{v} \cdot \dot{\vec{v}}) (\hat{k} \cdot \dot{\vec{v}}) - (\hat{k} \cdot \dot{\vec{v}})^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \right] \end{aligned}$$

Si noti che è:

$$\hat{k} \cdot \frac{\vec{v}}{c} = \frac{v}{c} \cos \theta$$

$$\hat{k} \cdot \dot{\vec{v}} = |\hat{k}| |\dot{\vec{v}}| [\sin \theta \cos \phi \sin i + \cos \theta \cos i]$$

$$\dot{\vec{v}} \cdot \frac{\vec{v}}{c} = |\dot{\vec{v}}| \frac{v}{c} \cos i$$

# Radiazione da una carica accelerata[4]

Distinguiamo ora i due casi in cui sia:

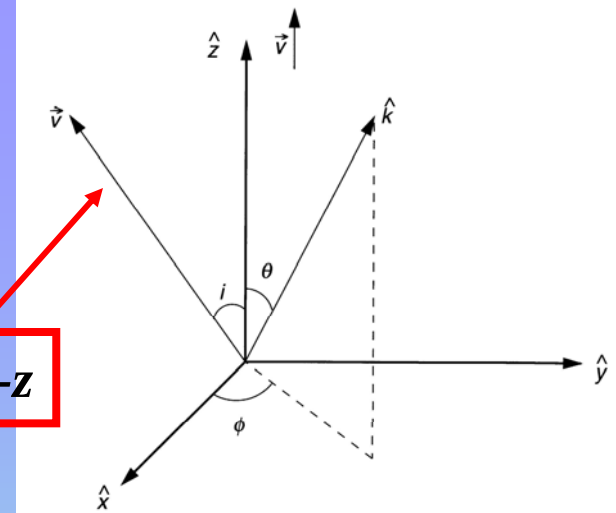
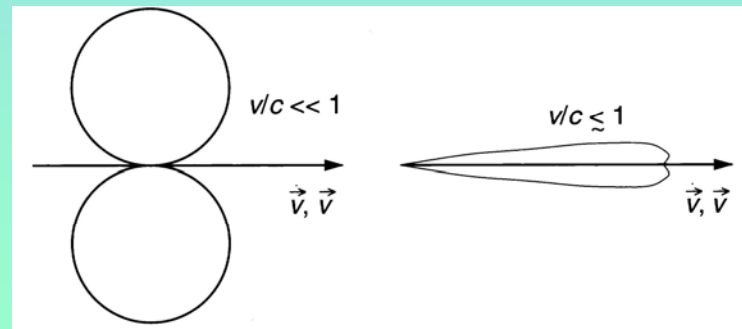
1.  $i = 0$ , cioè  $\vec{v} \parallel \dot{\vec{v}}$
2.  $i = 90^\circ$ , cioè  $\vec{v} \perp \dot{\vec{v}}$

Caso  $i = 0$

In tal caso  $|\vec{g}|^2$  diventa:

$$|\vec{g}|^2 = \frac{|\dot{\vec{v}}|^2}{\left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta\right)^6} \sin^2 \theta$$

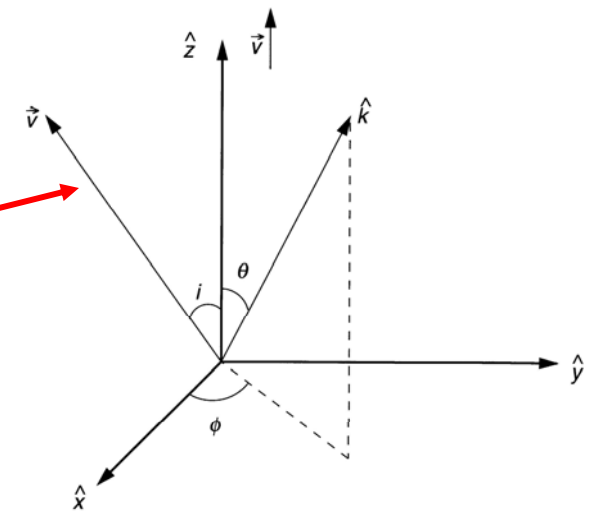
***Radiazione nel caso  $i=0$***



***e' nel piano x-z***

# Radiazione da una carica accelerata[5]

***$e'$  nel piano x-z***

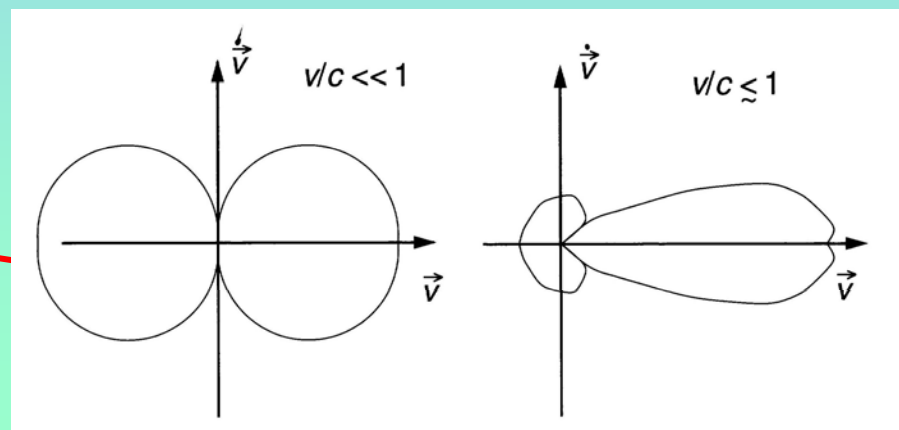


Caso  $i = 90^\circ$

In tal caso  $|\vec{g}|^2$  diventa:

$$|\vec{g}|^2 = \frac{|\dot{\vec{v}}|^2}{\left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta\right)^4} - \frac{|\dot{\vec{v}}|^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta\right)^6} \sin^2 \theta \cos^2 \phi$$

***Radiazione nel caso  $i=90^\circ$***



# Radiazione da una carica accelerata[6]

Radiazione di sincrotrone (particella in campo magnetico).

Forza di Lorentz:

$$\frac{d}{d\tau}(\gamma m \vec{v}) = e \left( \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}_0 \right)$$

da cui:

$$\frac{d\vec{v}}{d\tau} = \frac{e}{\gamma m} \left( \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}_0 \right) = \vec{v} \times \hat{z} \frac{eB_0}{\gamma mc} = \vec{v} \times \hat{z} \omega_B$$

con:  $\omega_B = \frac{eB_0}{\gamma mc}$

Equazioni differenziali del moto:

$$\frac{dv_x}{d\tau} = v_y \omega_B$$

$$\frac{dv_y}{d\tau} = -v_x \omega_B$$

$$\frac{dv_z}{d\tau} = 0$$

Segue dalle equazioni precedenti:

$$x = \frac{v_{xy}}{\omega_B} \sin \omega_B \tau$$

$$y = \frac{v_{xy}}{\omega_B} \cos \omega_B \tau$$

$$z = v_z \tau = \frac{\vec{v} \cdot \vec{B}_0}{B_0} \tau$$

con:

$$v_{xy} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{1 - \left( \frac{\vec{v} \cdot \vec{B}_0}{B_0} \right)^2}$$

Ponendo:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{v} \cdot \vec{B}_0}{v B_0} \Rightarrow R^2 = x^2 + y^2 = \frac{v_{xy}^2}{\omega_B^2} = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{\omega_B^2}$$

# Radiazione da una carica accelerata[7]

Potenza totale irraggiata:

$$P = \frac{2e^2}{3c^2} \gamma^6 \left[ |\dot{\vec{v}}|^2 - |\dot{\vec{v}} \times \frac{\vec{v}}{c}|^2 \right]$$

Cioè:

$$P_{em} = \frac{2e^2}{3c^2} \gamma^4 [a_{\perp}^2 + \gamma^2 a_{\parallel}^2]$$

$a_{\perp} = \omega_B v \sin \alpha$  ed  $a_{\parallel} = 0$  sono le accelerazioni risp. perpendicolare e parallela a  $\vec{B}$

$$P_{em} = \frac{2e^2}{3c^2} \gamma^2 \frac{e^2 B_0^2}{m^2 c^2} v^2 \sin^2 \alpha$$

Può esser riscritta come:

$$P_{em} = 2\beta^2 \gamma^2 c \sigma_T U_B \sin^2 \alpha$$

$\sigma_T$  è la *sezione d'urto Thomson*.  $U_B$  è la densità d'energia magnetica. Se  $\alpha$  ha una distribuzione isotropa  $\Rightarrow \langle \sin^2 \alpha \rangle = 2/3$ . Segue:

$$\langle P_{em} \rangle = \frac{4}{3} \beta^2 \gamma^2 c \sigma_T U_B$$

Che vale anche per una distribuzione di molte particelle.

# Radiazione di sincrotrone[1]

*Emissione della radiazione di sincrotrone: elettrone in campo B*

**Sistema MKS !!**

Frequenza angolare:

$$\nu_r = \frac{eB}{2\pi\gamma m_e} = \frac{eB}{2\pi m_e} \frac{1}{\gamma} = \nu_g \frac{1}{\gamma} ; \text{ con : } \frac{eB}{2\pi m_e} = 2.8 \cdot 10^{10} = 28 \text{ GHz} \quad (B = 1T)$$

Energia irradiata (non relativ.):

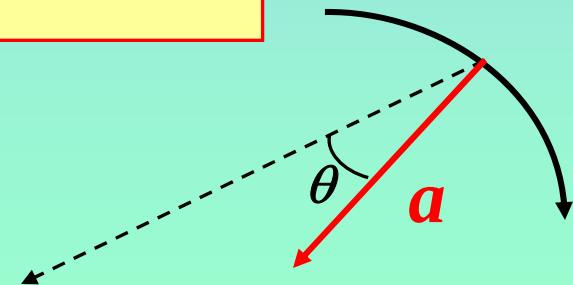
$$-\frac{dE}{dt} = \frac{e^2 |\vec{a}|^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \rightarrow_{\text{relativ.}} \frac{\gamma^4 e^2 |\vec{a}|^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \quad (\text{nel laboratorio})$$

Radiazione dipolare  $\rightarrow \theta =$  angolo tra  $\vec{a}$  e direzione di osservazione :

$E \approx \sin \theta \Rightarrow$  Potenza/unita' di angolo solido  $\approx \sin^2 \theta$

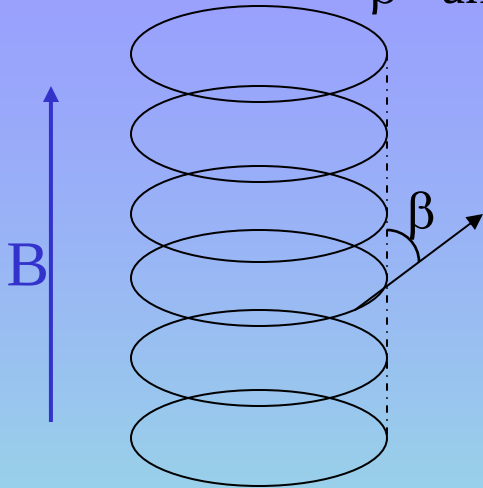
Radiazione polarizzata con  $\vec{E} // \vec{a}$

**Vedi: M.S. Longair, Vol. II, Cap. 18**



# Radiazione di sincrotrone[2]

$\beta$  = angolo della tangente all'elica rispetto a B (B parallelo all'asse dell'elica)



Moto lungo l'elica  $\Rightarrow a_{\parallel}$  si annulla

$$a_{\perp} = \frac{v^2}{R} \sin \beta; \text{ con } R = \frac{v}{2\pi\nu_r} \Rightarrow a_{\perp} = \frac{v^2}{v} 2\pi\nu_r \sin \beta = 2\pi\nu_r v \sin \beta =$$

$$= 2\pi \frac{eB}{2\pi\gamma m_e} v \sin \beta \Rightarrow a_{\perp}^2 = \frac{e^2 B^2}{\gamma^2 m_e^2} v^2 \sin^2 \beta$$

Energia irradiata:

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{\gamma^4 e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} a_{\perp}^2 = \frac{\gamma^4 e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \frac{e^2 B^2}{\gamma^2 m_e^2} v^2 \sin^2 \beta = \frac{e^4 B^2}{6\pi\epsilon_0 c m_e^2} \frac{v^2}{c^2} \gamma^2 \sin^2 \beta$$

Riscriviamola come:

$$-\frac{dE}{dt} = 2 \frac{e^4}{6\pi\epsilon_0 c^4 m_e^2} \left(\frac{v}{c}\right)^2 c \frac{B^2}{2\mu_0} \gamma^2 \sin^2 \beta$$

dove:

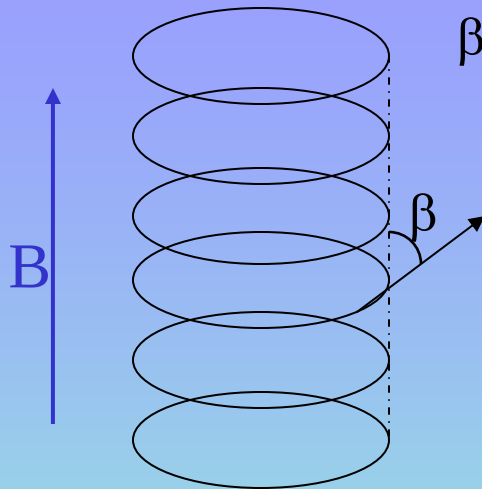
$$\frac{e^4}{6\pi\epsilon_0 c^4 m_e^2} = \sigma_T \text{ (Sezione d'urto Thomson)}$$

$$\frac{B^2}{2\mu_0} = U_{mag} \text{ (densita' di energia magnetica)} \Rightarrow$$

$$-\frac{dE}{dt} = 2\sigma_T c \left(\frac{v}{c}\right)^2 \gamma^2 U_{mag} \sin^2 \beta$$

scattering  $\gamma e^-$

# Radiazione di sincrotrone[3]



$\beta$  = angolo della tangente all'elica rispetto a B (pitch angle)

$$-\frac{dE}{dt} = 2\sigma_T c \left(\frac{v}{c}\right)^2 \gamma^2 U_{mag} \sin^2 \beta$$

Limite ultrarelativistico ( $v \cong c$ ):

$$-\frac{dE}{dt} = 2\sigma_T c \gamma^2 U_{mag} \sin^2 \beta$$

Se la distribuzione di  $\beta$  e' isotropa ( $P(\beta)d\beta = \frac{1}{2} \sin \beta d\beta$ )  $\Rightarrow$

$$-\frac{dE}{dt} = 2\sigma_T c \gamma^2 \left(\frac{v}{c}\right)^2 U_{mag} \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin^3 \beta d\beta = \frac{4}{3} \sigma_T c U_{mag} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \gamma^2$$

Limite nonrelativistico ( $v \ll c$ ;  $\gamma \cong 1$ ):

$$-\frac{dE}{dt} = 2\sigma_T c U_{mag} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \sin^2 \beta$$

e la radiazione e' emessa alla frequenza  $\nu_g = \frac{eB}{2\pi m_e}$

# Radiazione di sincrotrone[4]

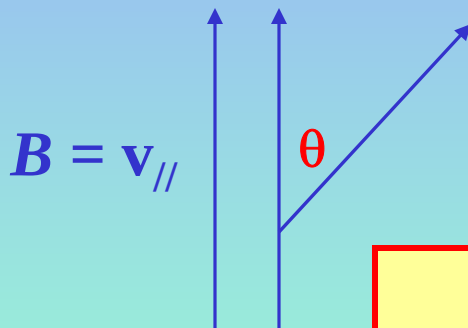
## ***Polarizzazione della radiazione emessa (Caso non relativ.)***

- Osservando da una direzione perp. a B  $\rightarrow$  *polarizzazione lineare (nel piano perpendicolare a B)*  
*Vettore accelerazione esegue moto armonico in tale piano.*  
*Intensita' varia sinusoidalmente alla frequenza  $\nu_g$*
- Osservando da una direzione parall. a B  $\rightarrow$  *vettore accelerazione ( $\parallel$  ad E) ruota  $\rightarrow$  Polarizzazione circolare.*
- Osservando da una direzione generica  $\rightarrow$  *polarizzazione ellittica.*  
*Eccentricita' dell'ellisse dipendente da  $\theta$  (angolo d'osservazione)*  
*(rapporto dei semiassi dell'ellisse =  $\cos \theta$ )*

# Radiazione di sincrotrone[5]

## **Caso semirelativistico**

- Occorre tener conto di:
  - a) shift Doppler dovuto alla componente di  $v_{||}$  proiettata sulla linea di vista: fattore  $1/[1-(v_{||}/c) \cos \theta]$

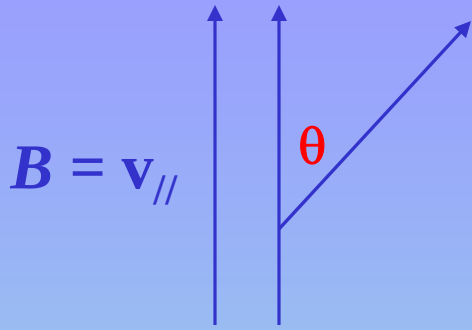


## **Caso relativistico**

- b) Aberrazione relativistica  $\rightarrow$  radiazione non monocromatica  $\rightarrow$  Somma di infiniti termini dipolari:

$$v_l = v_r \text{ con } (v_r = v_g/\gamma)$$

# Radiazione di sincrotrone[6]



## **Caso relativistico**

*b) Aberrazione relativistica → radiazione non monocromatica → Somma di infiniti termini dipolari:*

$$v_l = l v_r \text{ con } (v_r = v_g/\gamma)$$

$$v_l = \frac{l v_r}{1 - \left( \frac{v_{\parallel}}{c} \right) \cos \theta} \quad (l = 1, 2, 3, \dots) \text{ e } (dE/dt) \text{ funzione di } l$$

Per  $\frac{v}{c} \ll \frac{1}{l}$  si dimostra che :

$$\frac{(dE/dt)_{l+1}}{(dE/dt)_l} \cong \left( \frac{v}{c} \right)^2 \Rightarrow \text{per particelle non relat. potenza per armoniche elevate}$$

e' piccola.

Per particelle relativistiche tale potenza non e' trascurabile & picchi si allargano

⇒ Spettro praticamente continuo

# Radiazione di sincrotrone[7]

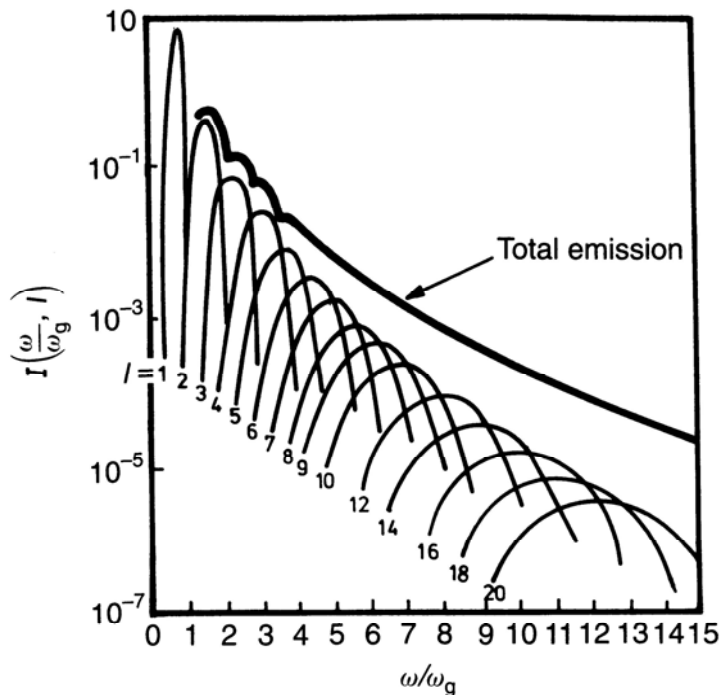


Figure 18.3. The spectrum of emission of the first 20 harmonics of mildly relativistic cyclotron radiation. The electron has  $v = 0.4c$ . (After G. Bekefi (1966). *Radiation processes in plasmas*, p. 203. New York: John Wiley and Sons, Inc.)

**Caso semirelativistico**

$$v/c=0.4$$

$$\gamma=1.1$$

*Armoniche polarizzate  
ellitticamente.*

*Da misure della polariz. possibile determ.  
orientazione di B rispetto alla linea di vista*

**Esempio: AM Herculis Binaries**

$$\lambda=5 \cdot 10^{-6} \text{ m.} \rightarrow \nu = 6 \cdot 10^{13} \text{ Hz} = 6 \cdot 10^4 \text{ GHz} = (28/\gamma) B.$$

$$\text{Per } \gamma=1 \rightarrow B = (6/28) \cdot 10^4 \text{ T} = 2142 \text{ T}$$

# Radiazione di sincrotrone[8]

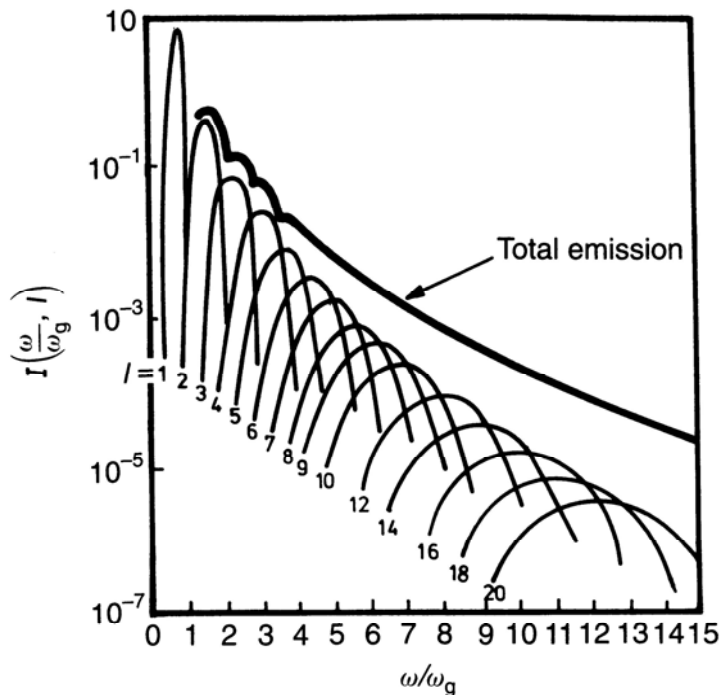
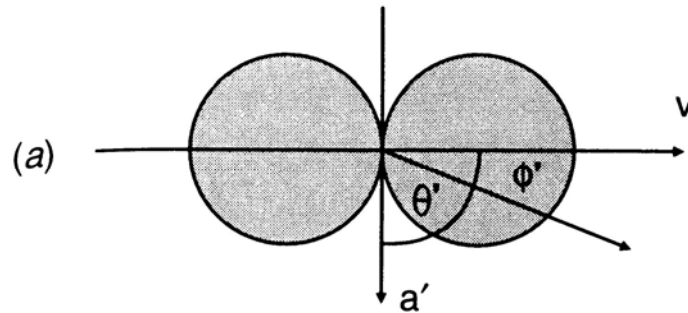


Figure 18.3. The spectrum of emission of the first 20 harmonics of mildly relativistic cyclotron radiation. The electron has  $v = 0.4c$ . (After G. Bekefi (1966). *Radiation processes in plasmas*, p. 203. New York: John Wiley and Sons, Inc.)

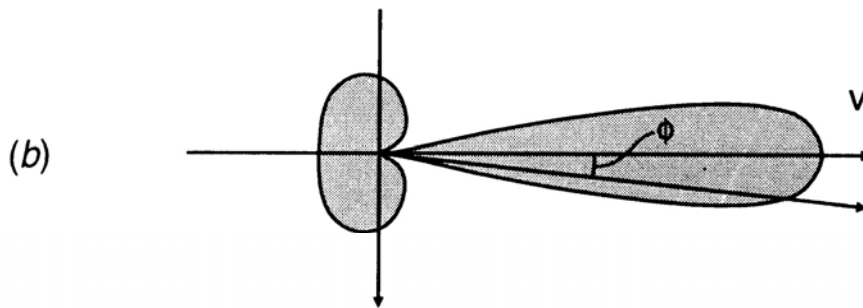
**Il caso relativistico puo' esser trattato come il limite di quello semirelativistico di figura → le armoniche sono molto numerose e tendono a “fondersi” dando uno spettro continuo.**

***Armoniche polarizzate ellitticamente. Se possibile misurare la polarizzazione delle singole armoniche → informazioni dettagliate sull'intensita' del campo B.  
In alcuni casi si riesce a distinguere le singole armoniche.***

# Distribuzione spettrale[1]



To centre of particle's orbit



To centre of particle's orbit

*Particella che ruota ortogonalmente attorno a B ( $\beta=90^\circ$ ). Radiazione di dipolo (non relativistico)*

*Sistema del laboratorio:*

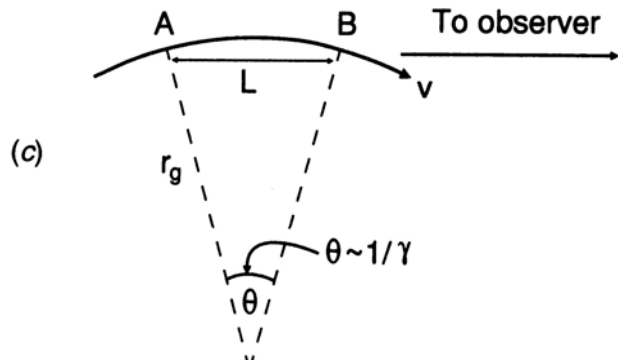
$$\sin \varphi = \frac{1}{\gamma} \frac{\sin \varphi'}{1 + \frac{v}{c} \cos \varphi'}; \quad \cos \varphi = \frac{\cos \varphi' + \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c} \cos \varphi'}$$

*e.g. per  $\varphi' = \pi/4 \rightarrow$  intensita' dimezzata nel sistema di riposo  
 $\rightarrow$  nel laboratorio:  $\sin \varphi \sim \varphi \sim 1/\gamma$*

*Solo quando lo stretto fronte d'emissione spazza la posizione occupata dall'osservatore  $\rightarrow$  apprezzabile intensita' rivelata.*

*Grosso impulso di radiazione ogni volta che la velocita' dell'elettrone giace entro un angolo  $\sim 1/\gamma$  rispetto alla linea di vista*

# Distribuzione spettrale[2]



Durata dell'impulso visto dall'osservatore molto minore di : Periodo dell'orbita/ $\gamma$ .

Infatti :

Radiazione dal punto A raggiunge l'osservatore al tempo :  $R/c$

Radiazione dal punto B, emessa dopo un tempo :  $L/v$

Impiega un tempo  $(R-L)/c$  a raggiungere l'osservatore  $\Rightarrow$

$$\Delta t = \left( \frac{L}{v} + \frac{R-L}{c} \right) - \frac{R}{c} = \frac{L}{v} \left( 1 - \frac{v}{c} \right)$$

Solo per  $c = \infty$  troveremmo  $\Delta t = \frac{L}{v}$

Forma alternativa :

$$\frac{L}{v} = \frac{r_g \mathcal{G}}{v} = \frac{r_g \mathcal{G}}{\omega_r r_g}; \text{ con : } \mathcal{G} \cong \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \frac{L}{v} = \frac{1}{\gamma \omega_r} = \frac{1}{\omega_g}$$

Inoltre :

$$1 - \frac{v}{c} = \frac{(1 - v/c)(1 + v/c)}{(1 + v/c)} = \frac{(1 - v^2/c^2)}{(1 + v/c)} \approx \frac{1}{2\gamma^2} \text{ (poiche' } v \cong c)$$

$$\Delta t = 1/(2\gamma^2 \omega_g) \ll 1/\omega_g$$

Massima componente di

Fourier:

$$v \sim \Delta t^{-1} \sim \gamma^2 v_g$$

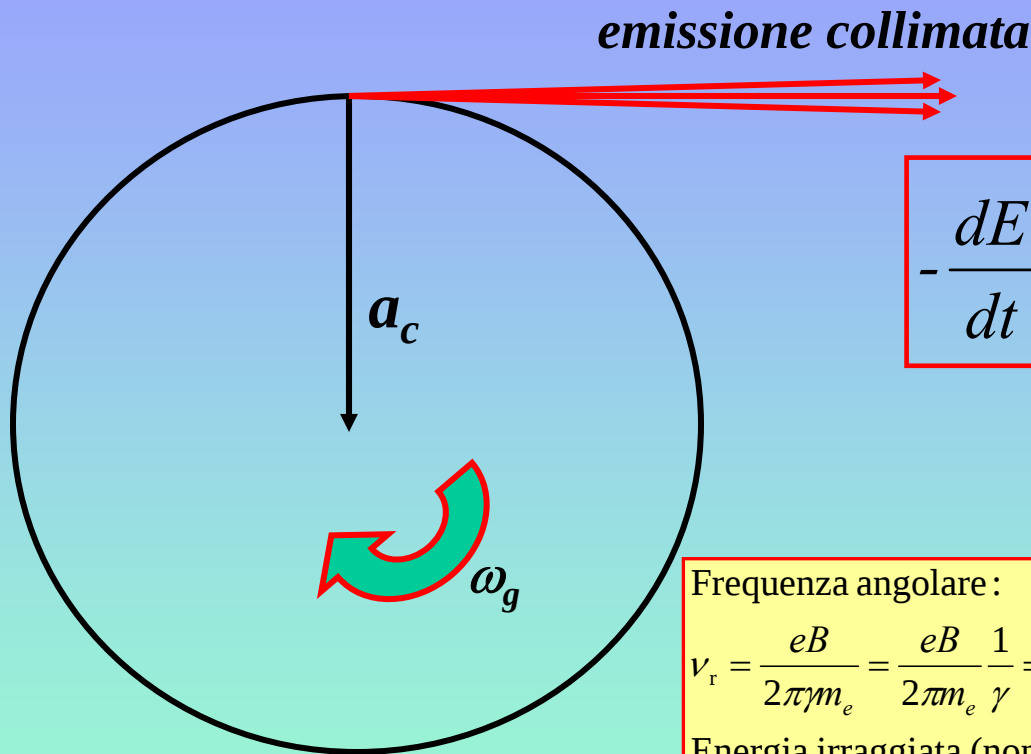
Se  $\beta \neq 90^\circ \rightarrow$

$$v = \gamma^2 v_g \sin \beta$$

E' anche:

$$v \sim \gamma^2 v_g = \gamma^2 v/(2\pi r_g) = \gamma^3 v_r$$

# Distribuzione spettrale[3]



$$-\frac{dE}{dt} = \frac{4}{3} \sigma_T c U_{mag} \left( \frac{v}{c} \right)^2 \gamma^2$$

Frequenza angolare:

$$\nu_r = \frac{eB}{2\pi\gamma m_e} = \frac{eB}{2\pi m_e} \frac{1}{\gamma} = \nu_g \frac{1}{\gamma} ; \text{ con : } \frac{eB}{2\pi m_e} = 2.8 \cdot 10^{10} = 28 \text{ GHz } (B = 1T)$$

Energia irradiata (non relativ.):

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{e^2 |\vec{a}|^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \rightarrow_{\text{relativ.}} \frac{\gamma^4 e^2 |\vec{a}|^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \text{ (nel laboratorio)}$$

Radiazione dipolare  $\rightarrow \theta$  = angolo tra  $\vec{a}$  e direzione di osservazione :

$$E \approx \sin \theta \Rightarrow \text{Potenza/unita' di angolo solido} \approx \sin^2 \theta$$

Radiazione polarizzata con  $\vec{E} // \vec{a}$

# Distribuzione spettrale[4]

Massima componente di Fourier:  $v \sim \Delta t^{-1} \sim \gamma^2 v_g = \gamma^3 v_r = \gamma^3 v / (2\pi r_g)$

Se  $\beta \neq 90^\circ \rightarrow v = \gamma^2 v_g \sin\beta$

Per valutazioni di ordini di grandezza e' sufficiente far uso di queste relazioni per valutare le frequenze dominanti, e della  $\rightarrow$

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{4}{3} \sigma_T c U_{mag} \left( \frac{v}{c} \right)^2 \gamma^2$$

per valutare l'energia irradiata per unita' di tempo

Per calcoli piu' dettagliati e' necessario ricorrere ad una procedura di maggiore complessita', partendo dai potenziali di Lienard-Weickert

# Distribuzione spettrale[5]

La perdita d'energia e' ancora data da:

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{4}{3} \sigma_T c U_{mag} \left( \frac{v}{c} \right)^2 \gamma^2$$

La distribuzione spettrale e':

$$J(\omega) = \frac{\sqrt{3} e^3 B \sin \beta}{8\pi^2 \epsilon_0 c m_e} F(x); \quad \text{dove: } x = \frac{\omega}{\omega_c}$$

e dove la frequenza critica  $\omega_c = \frac{3c\gamma^3}{2a}$ ; con  $a$  il raggio dell'elica descritta dall'elettrone

La funzione  $F(x)$  e':  $F(x) = x \int_x^\infty K_{5/3}(z) dz$

e  $K_{5/3}(z)$  la funzione di Bessel modificata di ordine  $5/3$

$$\text{Notiamo che } \nu_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{3c\gamma^3}{4\pi a} \text{ con: } a = \frac{v}{\omega_r \sin \beta} \Rightarrow \nu_c = \frac{3c\gamma^3 \omega_r \sin \beta}{4\pi v} = \frac{3}{2} \left( \frac{c}{v} \right) \frac{\gamma^3 \omega_r \sin \beta}{2\pi}$$

Al limite per  $v \rightarrow c$ , questa diventa:

$$\frac{3}{2} \frac{\gamma^3 \omega_r \sin \beta}{2\pi} = \frac{3}{2} \gamma^3 \nu_r \sin \beta; \text{ con } \nu_r = \nu_g / \gamma \Rightarrow \nu_c = \frac{3}{2} \gamma^2 \nu_g \sin \beta, \text{ molto simile al valore: } \gamma^2 \nu_g$$

corrispondente alla frequenza che caratterizza il massimo dell'emissione.

# Distribuzione spettrale[6]

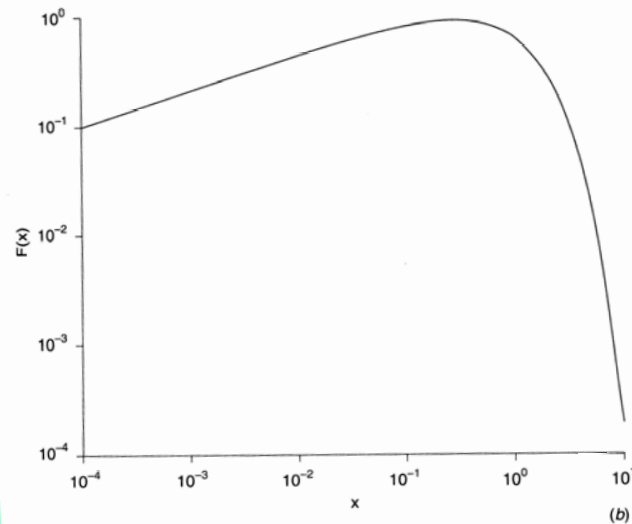
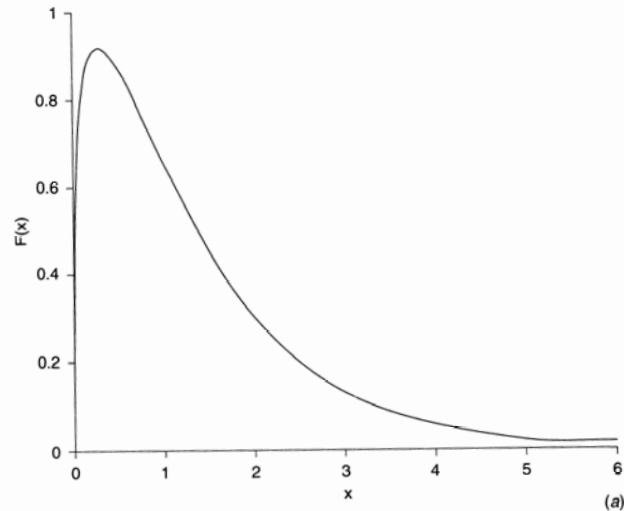


Figure 18.8. The intensity spectrum of the synchrotron radiation of a single electron shown (a) with linear axes and (b) with logarithmic axes. The function is plotted in terms of  $x = \omega/\omega_c = v/v_c$ , where  $\omega_c$  is the critical angular frequency,  $\omega_c = 2\pi\nu_c = \frac{3}{2} \left(\frac{c}{v}\right) \gamma^3 \omega_r \sin \alpha$ .

| x                   | F(x)                 |
|---------------------|----------------------|
| $1.0 \cdot 10^{-4}$ | 0.0996               |
| $1.0 \cdot 10^{-3}$ | 0.213                |
| $1.0 \cdot 10^{-2}$ | 0.445                |
| $3.0 \cdot 10^{-2}$ | 0.613                |
| $1.0 \cdot 10^{-1}$ | 0.818                |
| $2.0 \cdot 10^{-1}$ | 0.904                |
| $2.8 \cdot 10^{-1}$ | 0.918                |
| $3.0 \cdot 10^{-1}$ | 0.918                |
| $5.0 \cdot 10^{-1}$ | 0.872                |
| $8.0 \cdot 10^{-1}$ | 0.742                |
| 1                   | 0.655                |
| 2                   | 0.301                |
| 3                   | 0.130                |
| 5                   | $2.14 \cdot 10^{-2}$ |
| 10                  | $1.92 \cdot 10^{-4}$ |

# Distribuzione spettrale[7]

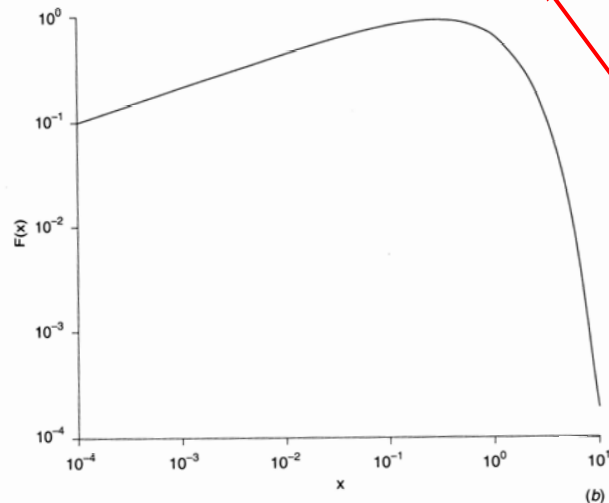
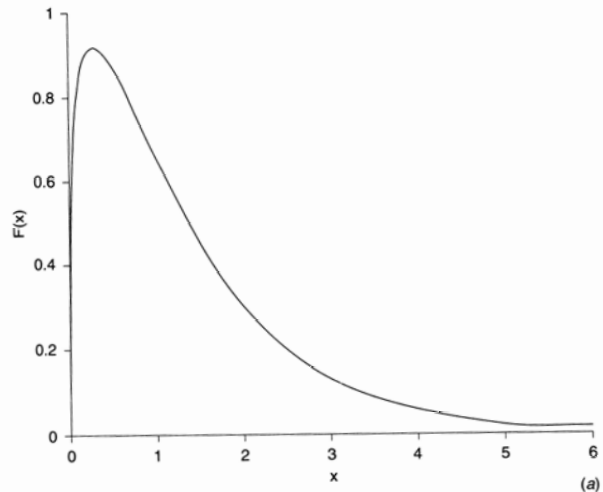


Figure 18.8. The intensity spectrum of the synchrotron radiation of a single electron shown (a) with linear axes and (b) with logarithmic axes. The function is plotted in terms of  $x = \omega/\omega_c = v/v_c$ , where  $\omega_c$  is the critical angular frequency,  $\omega_c = 2\pi\nu_c = \frac{3}{2} \left(\frac{c}{r}\right) \gamma^3 \omega_r \sin \alpha$ .

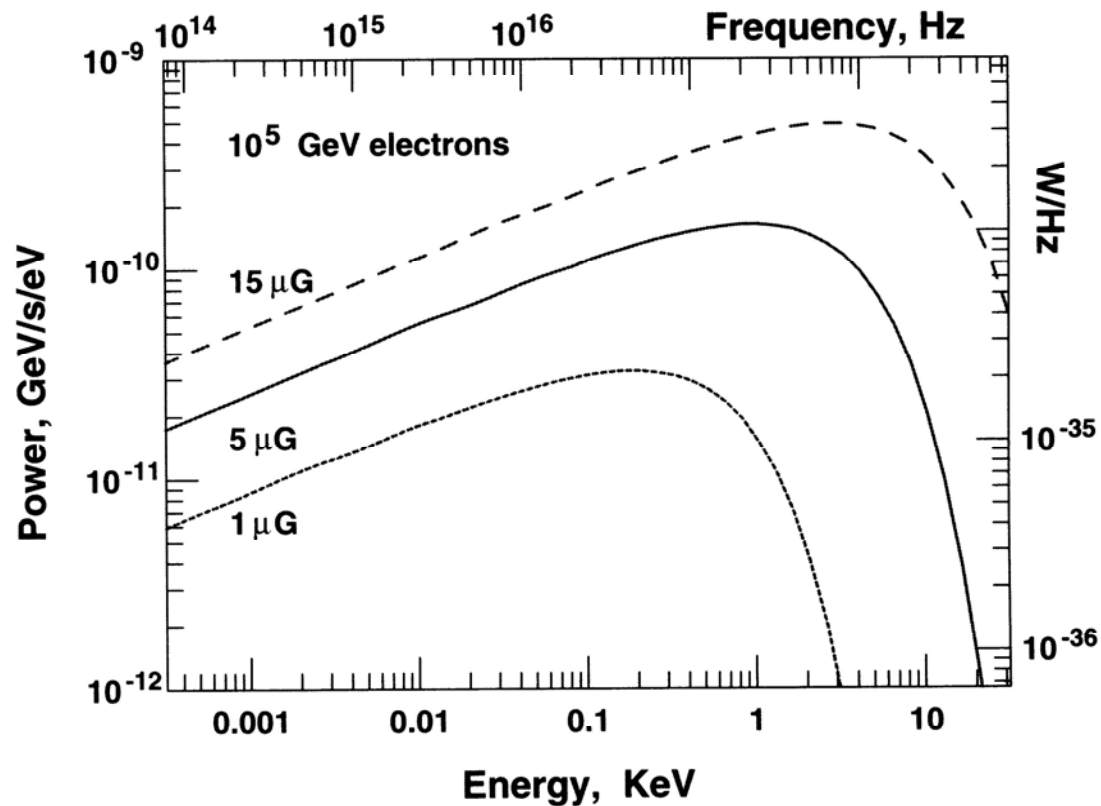
**Spettro caratterizzato da un ampio massimo:**  
**centrato all'incirca alla frequenza  $\nu_c$**   
**con:  $\Delta\nu/\nu \sim 1$**

**Massimo in realta' alla frequenza:**

**con:**  $\nu_{max} = 0.29 \nu_c$   
 $\nu_c = 3/2 \gamma^2 \nu_g \sin\beta$

$x = \nu/\nu_c$

# Distribuzione spettrale[8]



**Fig. 2.4.** Power spectrum of synchrotron radiation emitted by  $10^5$  GeV electrons in 1, 5, and 15  $\mu\text{G}$  fields.

# Andamenti asintotici della distribuzione spettrale (1)

Andamento asintotico dell'emissività:

$$j(\omega) = \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin \beta}{8\pi^2 \epsilon_0 c m_e} F(x)$$

dove:

$$x = \frac{\nu}{\nu_c}$$

per  $x \ll 1$ :

$$F(x) = \frac{4\pi}{\sqrt{3}\Gamma(1/3)} \left(\frac{x}{2}\right)^{1/3}$$

per  $x \gg 1$ :

$$F(x) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} x^{1/2} e^{-x}$$

La potenza emessa dall'elettrone ad alte frequenze è quindi:

$$j(\nu) \simeq \nu^{1/2} e^{-\nu/\nu_c}$$

che diminuisce in modo esponenziale ad alte frequenze ( $\nu \gg \nu_c$ ).  $\Rightarrow$

Scarsa potenza emessa a frequenze maggiori di quella critica

## Andamenti asintotici della distribuzione spettrale (2)

L'andamento a basse frequenze:

$$j(\omega) = \frac{e^2}{3^{1/3}\Gamma(1/3)2\pi\epsilon_0 c} \left( \frac{eB \sin \beta}{\gamma m_e} \right)^{2/3} \omega^{1/3}$$

cioè proporzionale a  $\nu^{1/3}$ .

Si può arrivare a questo risultato facendo uso dell'espressione della perdita d'energia:

$$-\frac{dE}{dt} = 2\sigma_T c U_{mag} \gamma^2 \sin^2 \beta$$

e ricordando che la più gran parte dell'energia è emessa a frequenze al di sotto di quella critica:  
per cui:

$$-\frac{dE}{dt} = \int_0^{\omega_c} j(\omega) d\omega$$

Da  $dE/dt$ , sostituendo:

$$\begin{aligned} -\frac{dE}{dt} &= \frac{e^4}{6\pi\epsilon_0^2 c^4 m_e^2} c \frac{B^2}{\mu_0} \gamma^2 \sin^2 \beta = \\ &= \frac{e^4 B^2 \gamma^2 \sin^2 \beta c^2}{6\pi\epsilon_0 c m_e^2} = \\ &= \frac{e^4 B^2 \gamma^2 \sin^2 \beta \gamma^2 c^4}{6\pi\epsilon_0 c (m_e^2 \gamma^2 c^4)} = \frac{e^4 B^2 \gamma^4 c^4 \sin^2 \beta}{6\pi\epsilon_0 E^2 c} \end{aligned}$$

## Andamenti asintotici della distribuzione spettrale (3)

Ricordiamo che:

$$\omega_r = \frac{eB}{\gamma m_e} = \frac{eBc^2}{E}$$

per cui:

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{e^2 \omega_r^2 \gamma^4 \sin^2 \beta}{6\pi \epsilon_0 c}$$

Da:

$$\omega_c = \frac{3}{2} \gamma^3 \omega_r \sin \beta$$

ricaviamo  $\gamma$ :

$$\gamma = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/3} \left(\frac{\omega_c}{\omega_r \sin \beta}\right)^{1/3}$$

$$\begin{aligned} -\frac{dE}{dt} &= \frac{e^2 \omega_r^2 \sin^2 \beta}{6\pi \epsilon_0 c} \left(\frac{2}{3}\right)^{4/3} \left(\frac{\omega_c}{\omega_r \sin \beta}\right)^{4/3} = \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^{4/3} \frac{e^2}{6\pi \epsilon_0 c} \omega_c^{4/3} (\omega_r \sin \beta)^{2/3} = \int_0^{\omega_c} j(\omega) d\omega \end{aligned}$$

Differenziando, troviamo  $j(\omega)$ :

$$j(\omega) = \frac{2e^2}{9\pi \epsilon_0 c} \left(\frac{2}{3}\right)^{4/3} (\omega_r \sin \beta)^{2/3} \omega^{1/3}$$

# Radiazione di sincrotrone da elettroni con distribuzione spettrale $\sim E^{-p}$

$$J(\omega) = \frac{\sqrt{3}e^3 B k \sin \alpha}{8\pi^2 \varepsilon_0 c m_e (p+1)} \left( \frac{\omega m_e^3 c^4}{3eB \sin \alpha} \right)^{-\frac{p-1}{2}} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} - \frac{19}{12}\right)$$

*Integrando su  $\alpha$  (distribuito isotropicamente):*

$$J(\omega) = \frac{\sqrt{3}e^3 B k}{16\pi^2 \varepsilon_0 c m_e (p+1)} \left( \frac{\omega m_e^3 c^4}{3eB} \right)^{-\frac{p-1}{2}} \frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} - \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{5}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{7}{4}\right)}$$

*Cioe' va' come :*

$$B^{\frac{p+1}{2}} \omega^{-\frac{p-1}{2}}$$

Se  $p = 2 \Rightarrow \alpha = \frac{p-1}{2} = 0.5$

# Radiazione di sincrotrone da elettroni con distribuzione spettrale $\sim E^{-p}$

Derivazione e approssimazione del risultato

Spettro di fotoni emessi da elettroni di energia  $E$  concentrato attorno alla frequenza critica :

$$\nu_c \approx \gamma^2 \nu_g = \left( \frac{E}{m_e c^2} \right)^2 \nu_g; \quad \nu_g = \frac{eB}{2\pi m_e}$$

Ammettiamo che TUTTI i fotoni siano emessi a questa frequenza  $\Rightarrow$  Energia irradiata nel range  $(\nu \leftrightarrow \nu + d\nu)$  attribuita ad elettroni nel corrispondente range  $(E \leftrightarrow E + dE)$ :

$$J(\nu) d\nu = N(E) dE \left( -\frac{dE}{E} \right); \quad (*) \quad \text{con :}$$

$$E = \gamma m_e c^2 = \left( \frac{\nu}{\nu_g} \right)^{1/2} m_e c^2; \quad dE = \frac{m_e c^2}{2\nu_g^{1/2}} \nu^{-1/2} d\nu$$

$$k E^{-p} = k (m_e c^2)^{-p} (\nu/\nu_g)^{-p/2}$$

$$-\left( \frac{dE}{E} \right) = \frac{4}{3} \sigma_T c \left( \frac{E}{m_e c^2} \right)^2 \frac{B^2}{2\mu_0}; \text{ sostituiamo nella (*): } J(\nu) = \frac{4}{3} \sigma_T c \left( \frac{E}{m_e c^2} \right)^2 \frac{B^2}{2\mu_0} \frac{m_e c^2}{2\nu_g^{1/2}} \nu^{-1/2} k \left( \frac{\nu}{\nu_g} \right)^{-p/2} (m_e c^2)^{-p} \propto$$

$$\propto \frac{\nu}{\nu_g} B^2 \nu_g^{-1/2} \nu^{-1/2} \left( \frac{\nu}{\nu_g} \right)^{-p/2}; \quad \text{con } B \propto \nu_g; \quad \Rightarrow J(\nu) \propto \nu^{-(p-1)/2} B^{(p+1)/2}$$

# Autoassorbimento

*Occorre tener conto dell'autoassorbimento della radiazione di sincrotrone.*

*Gli stessi fotoni emessi per rad. di sincrotrone possono esser riassorbiti dagli elettroni attraverso il processo inverso. Cio' e' importante soprattutto a basse frequenze e porta ad una deformazione dello spettro che, a basse frequenze, andra' come  $\nu^{5/2}$ .*

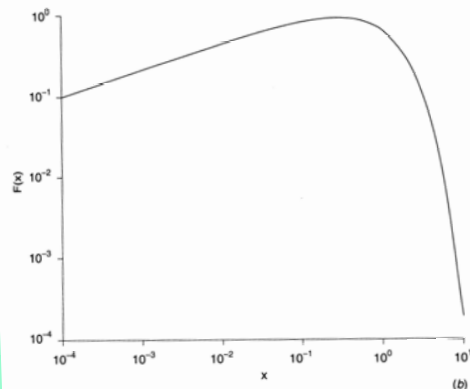
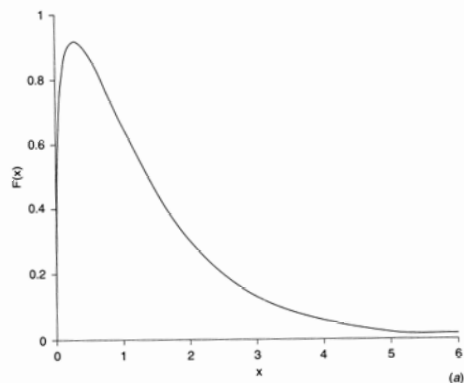


Figure 18.8. The intensity spectrum of the synchrotron radiation of a single electron shown (a) with linear axes and (b) with logarithmic axes. The function is plotted in terms of  $x = \omega/\omega_c = \nu/\nu_c$ , where  $\omega_c$  is the critical angular frequency,  $\omega_c = 2\pi\nu_c = \frac{3}{2} \left( \frac{e}{r} \right) \gamma^3 \omega_T \sin \alpha$ .

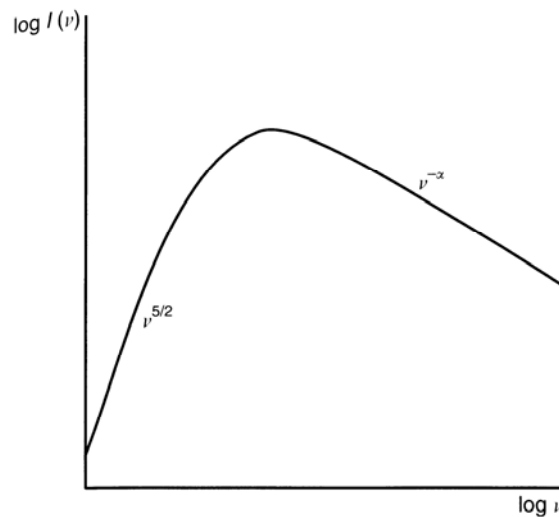


Figure 18.12. The spectrum of a source of synchrotron radiation which exhibits the phenomenon of synchrotron self-absorption.

# Polarizzazione della radiazione[1]

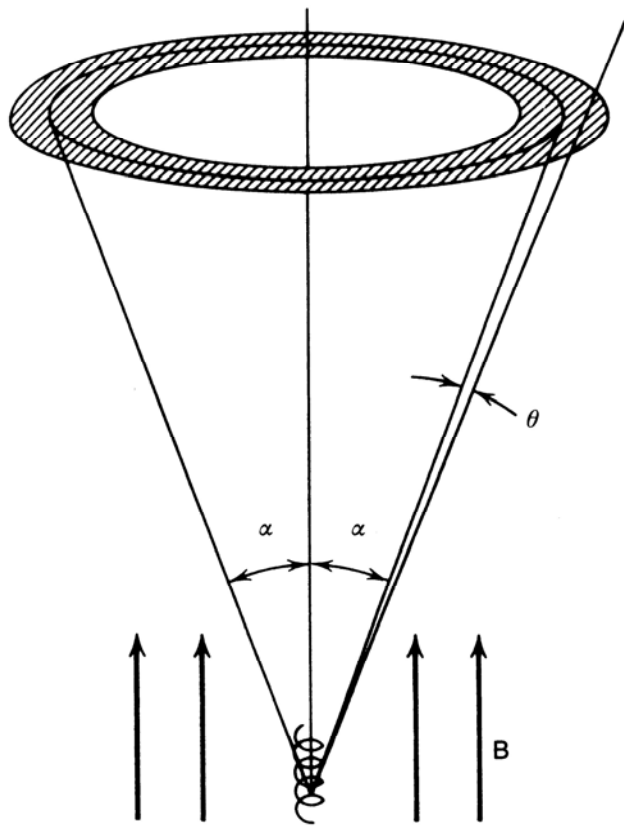


Figure 18.7. Synchrotron emission from a particle with pitch angle  $\alpha$ . The radiation is confined to the shaded solid angle. (After G.B. Rybicki and A.P. Lightman (1979). *Radiative processes in astrophysics*, p. 178. New York: John Wiley and Sons.)

*La radiazione e' confinata entro l'angolo solido  $\theta$ .*

*Una caratteristica distintiva della radiazione di sincrotrone e' l'elevato grado di polarizzazione lineare.*

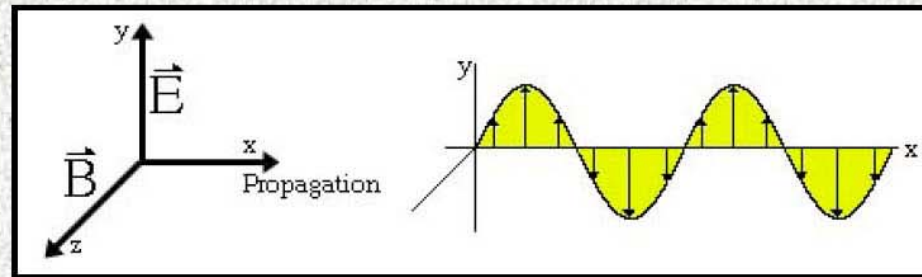
*Ad esempio, una polarizzazione lineare di 80% (con un errore del 20%) e' stata osservata nel  $\gamma$ -ray burst del 6 Dicembre 2002 (GRB021206) facendo uso del rivelatore RHESSI nella zona di energie dei  $\gamma$  tra 25 KeV e 2 MeV.*

*E' anche presente polarizzazione circolare, ma la sua intensita' e' circa  $1/\gamma$  di quella lineare.*

# Polarizzazione della radiazione[2]

## What is Polarization?

Electromagnetic radiation can be represented as a transverse wave made up of mutually perpendicular, fluctuating electric and magnetic fields.



The **polarization** of an EM wave refers to the orientation of its associated electric field vector.

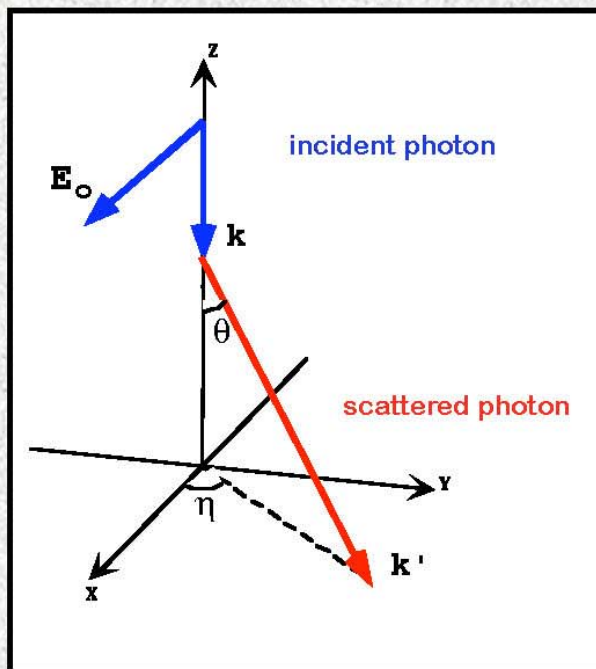
# Polarizzazione della radiazione[3]

## Basic Principles of Compton Polarimetry

10 keV – 30 MeV

Polarimetry relies on the fact that...

**photons tend to  
Compton scatter at right angles to the  
incident polarization vector**



$$d\sigma = \frac{r_o^2}{2} d\Omega \left( \frac{E'}{E_o} \right)^2 \left( \frac{E_o}{E'} + \frac{E'}{E_o} - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \eta \right)$$

$$E' = \frac{E_o}{1 + \frac{E_o}{mc^2} (1 - \cos \theta)}$$

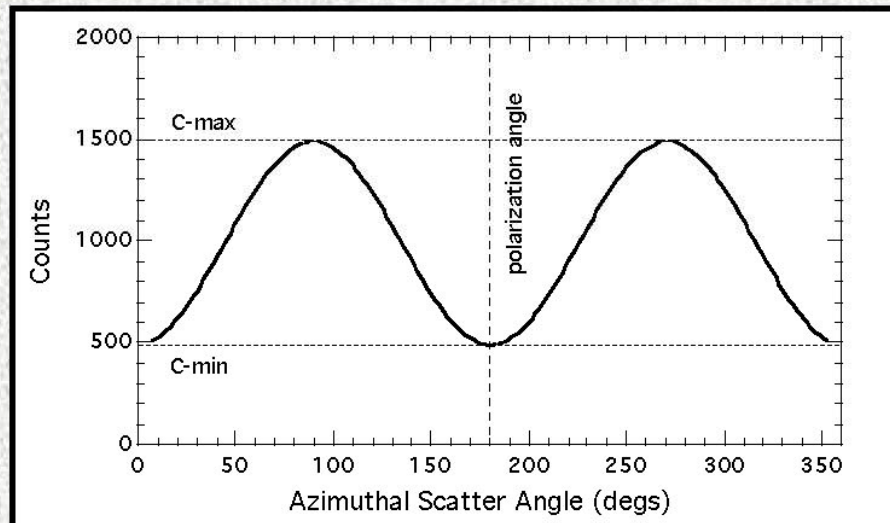
$\theta$  is the Compton Scatter Angle

$\eta$  is the Azimuthal Scatter Angle

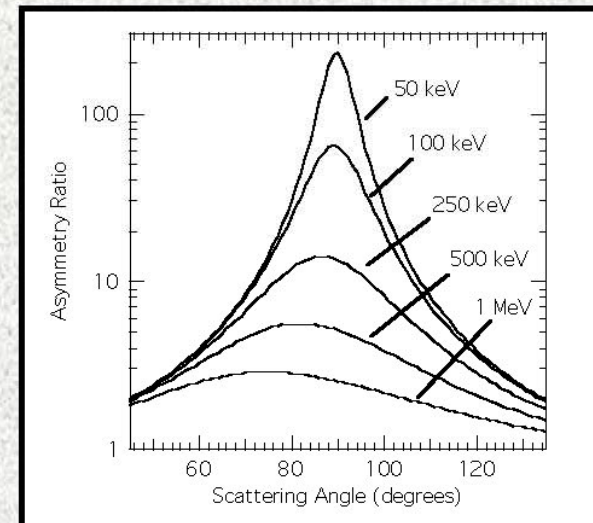
# Polarizzazione della radiazione[4]

## The Polarization Signature

For a fixed Compton scatter angle ( $\theta$ ), the azimuthal distribution of scattered photons contains the polarization signature.



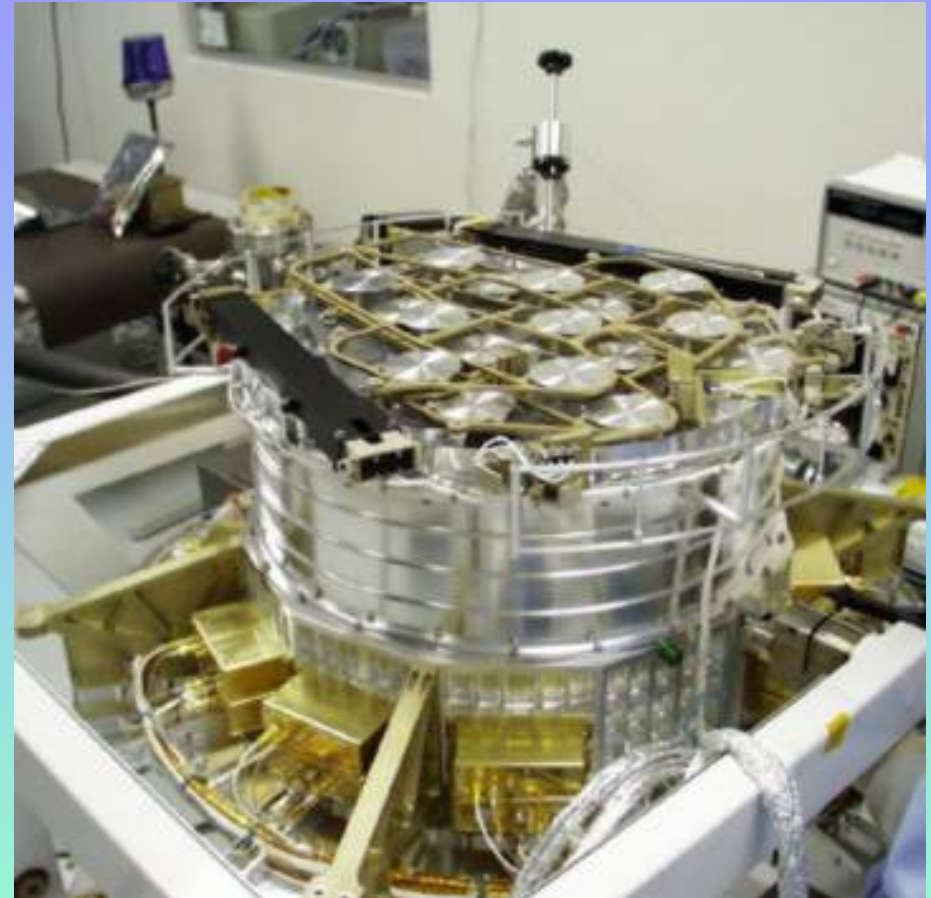
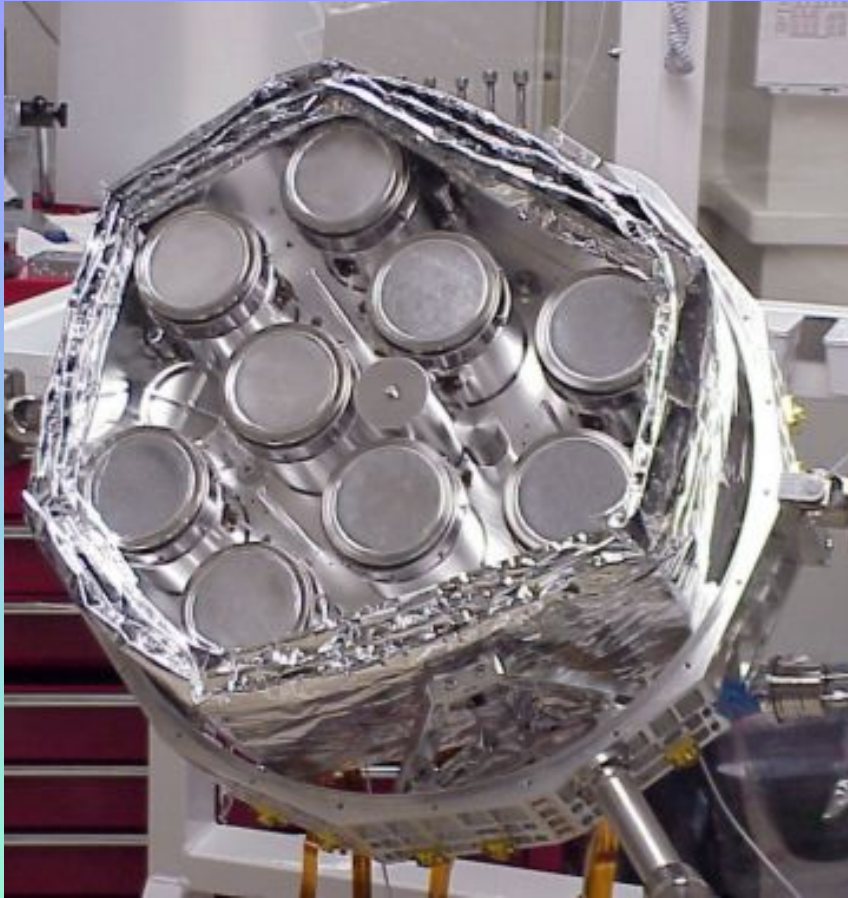
$$C(\eta) = A \cos 2(\eta - \varphi) + B$$



Asymmetry Ratio

The **amplitude** of the modulation defines the **level of polarization**.  
The **minimum** of the distribution defines the **plane of polarization**.

# Polarizzazione della radiazione[5]



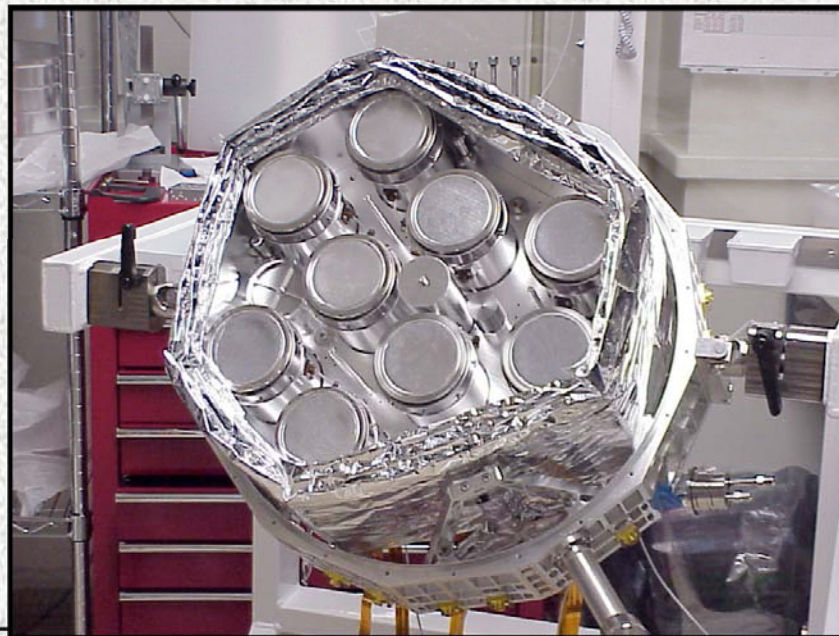
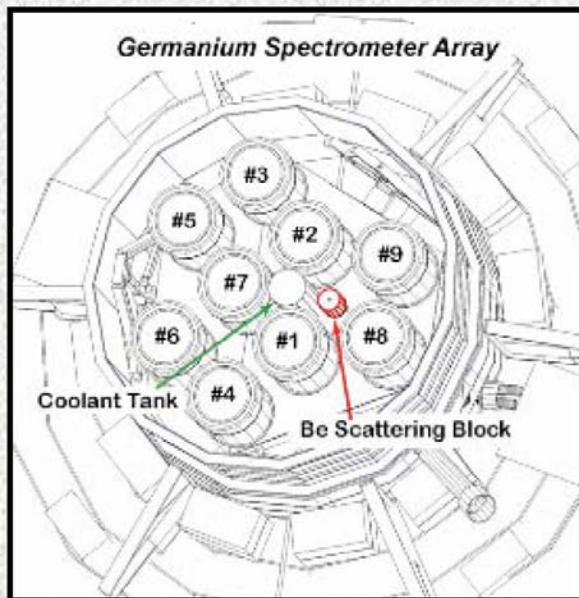
# Polarizzazione della radiazione[6]

## RHESSI as a Polarimeter (20-100 keV)

A small (3 cm diam by 3.5 cm high) cylinder of Be serves as a Compton scattering element that scatters photons into the rear segments of the adjacent Ge detectors.

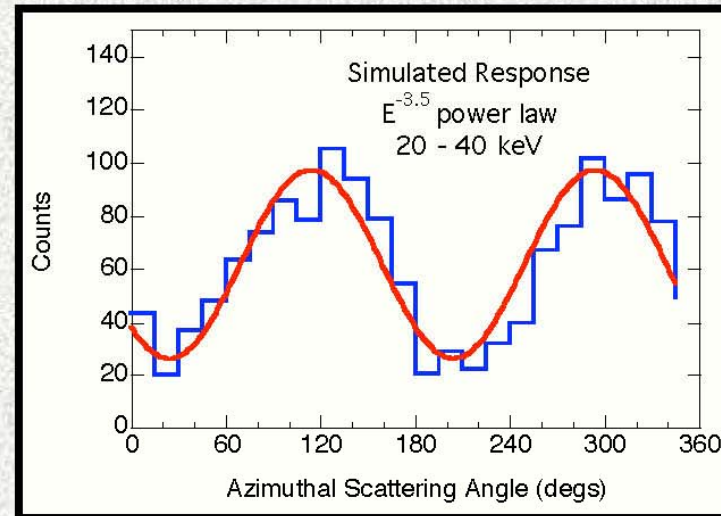
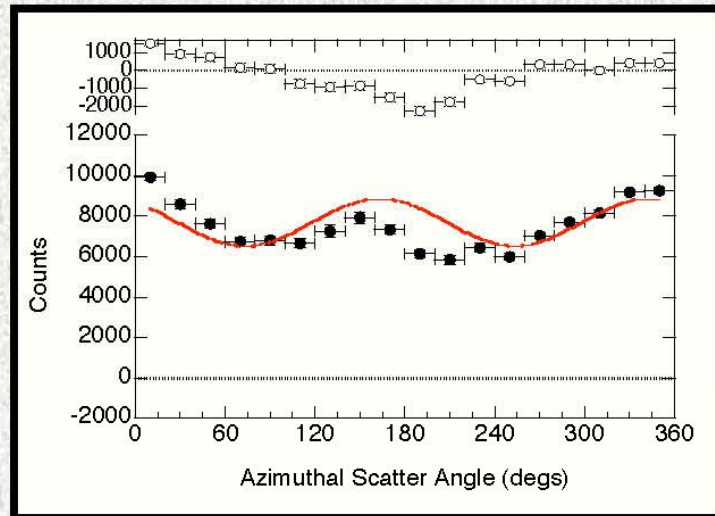
The Ge detectors measure the distribution of the scattered radiation.

Spacecraft rotation provides for fine sampling of scatter distribution.



# Polarizzazione della radiazione[7]

## 20 - 40 keV Analysis



$$Q_{\text{data}} = 0.15$$

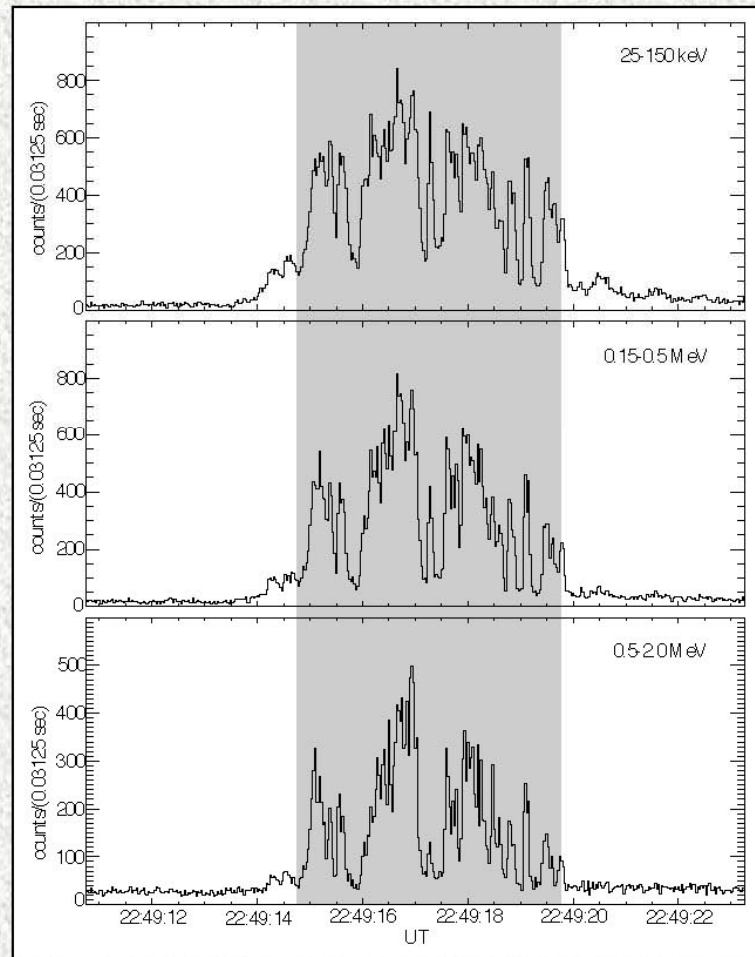
$$Q_{100} = 0.57$$

$$\pi = Q_{\text{data}} / Q_{100} = 0.26$$

Estimated Polarization  $\approx 26\%$

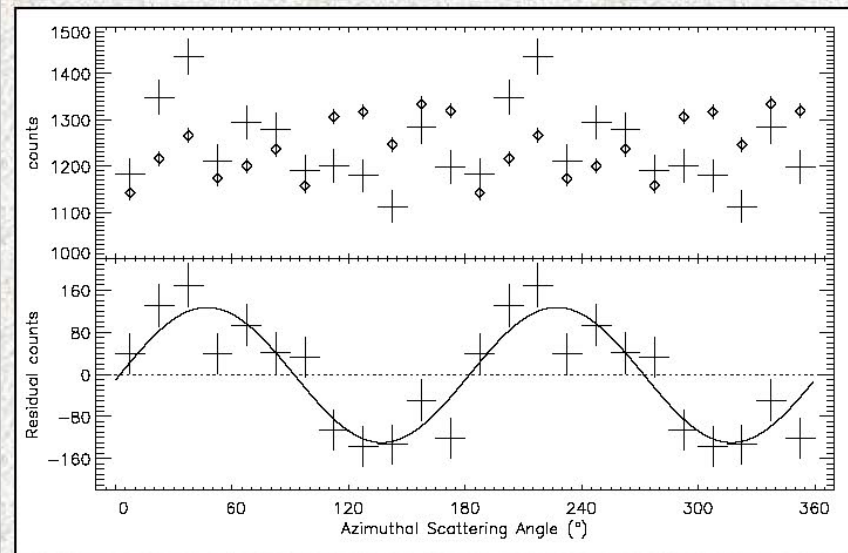
# Polarizzazione della radiazione[8]

## The Data for GRB 021206



Fairly strong, short burst.

18° off-axis – minimal attenuation



Coburn & Boggs, Nature, 22 May 2003, 423, 415

# Polarizzazione della radiazione[9]

## Gamma-Ray Burst Polarization: Limits from RHESSI Measurements

C. Wigger, W. Hajdas, K. Arzner, M. Güdel, A. Zehnder

*Labor für Astrophysik, Paul Scherrer Institut, CH-5232 Villigen PSI, Switzerland*

claudia.wigger@psi.ch, wojtek.hajdas@psi.ch, arzner@astro.phys.ethz.ch,  
guedel@astro.phys.ethz.ch, alex.zehnder@psi.ch

### ABSTRACT

Using the RHESSI satellite as a Compton polarimeter, a recent study claimed that the prompt emission of GRB021206 was almost fully linearly polarized. This was challenged by a subsequent reanalysis. We present an novel approach, applying our method to the same data. We identify Compton scattering candidates by carefully filtering events in energy, time, and scattering geometry. Our polarization search is based on time dependent scattering rates in perpendicular directions, thus optimally excluding systematic errors. We perform simulations to obtain the instrument's polarimetric sensitivity, and these simulations include photon polarization. For GRB021206, we formally find a linear polarization degree of  $\Pi_{GRB} = (41^{+57}_{-44})\%$ , concluding that the data quality is insufficient to constrain the polarization degree in this case. We further applied our analysis to GRB030519B and found again a null result.

# Polarizzazione della radiazione[10]

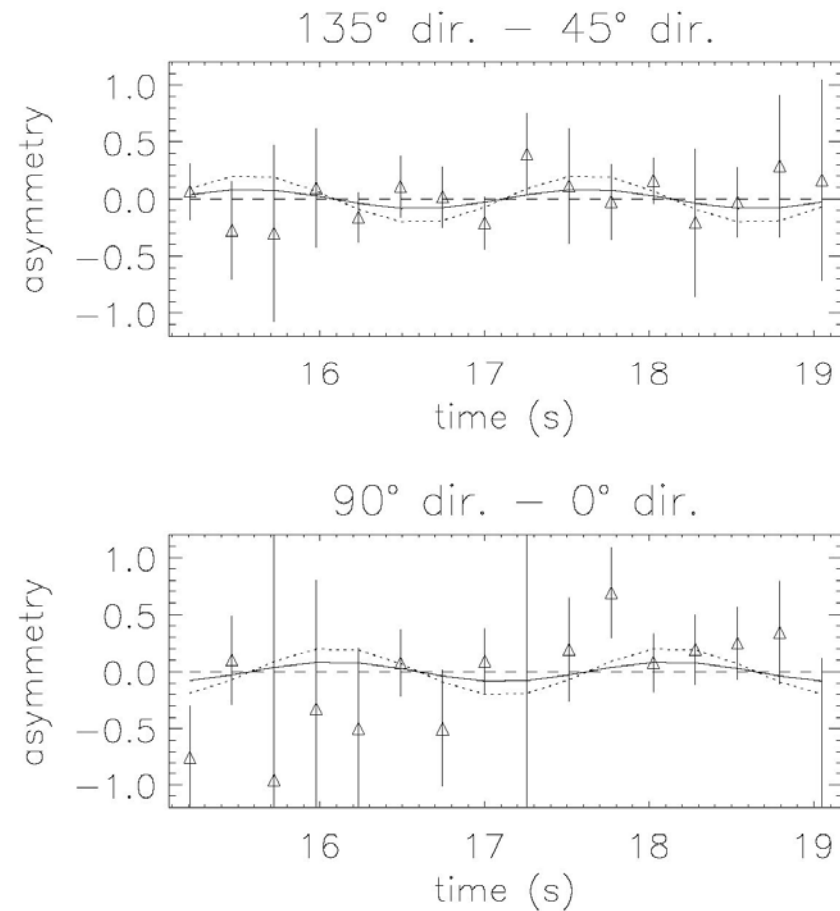


Fig. 8.— Asymmetries of the curves shown in Fig. 7, as defined in Eq. (12). The two plots are fitted simultaneously. The black line is the best fit of a sine-function, see Eq. (14), where the amplitude and phase are treated as free parameters. The dotted line has an amplitude as a fully polarized GRB would make (see Eq. (19)). Obviously, no significant statement about the polarization degree of GRB021206 can be made.

# Radiazione di sincrotrone

Espressioni numeriche utili[1]

Perdita d'energia :

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right) = 2\sigma_T c U_{mag} \gamma^2 \left(\frac{v}{c}\right)^2 \sin^2 \beta \Rightarrow 1.587 \times 10^{-14} B^2 \gamma^2 \left(\frac{v}{c}\right)^2 \sin^2 \beta \quad [W] \quad (\text{con } B \text{ in } T)$$

Mediata su  $\beta$  :

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right) = 1.058 \times 10^{-14} B^2 \gamma^2 \left(\frac{v}{c}\right)^2 \quad [W] \quad (\text{con } B \text{ in } T)$$

In GeV/s, con  $v = c$  :

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right) = 3.79 \times 10^{-6} \left(\frac{B}{\text{Gauss}}\right)^2 \left(\frac{E}{\text{GeV}}\right)^2 \quad [\text{Gev} / s] \quad (\text{con } B \text{ in } T)$$

Spettro d'emissione di un singolo elettrone :

$$J(\nu) = \frac{\sqrt{3} e^3 B \sin \beta}{4\pi \epsilon_0 c m_e} F\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) \Rightarrow 2.344 \times 10^{-25} B \sin \beta F\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) \quad [W/Hz]$$

$$\nu_c = \frac{3}{2} \gamma^2 \frac{eB}{2\pi m_e} \Rightarrow 4.199 \times 10^{10} \gamma^2 B \quad [Hz]$$

$$\text{In GeV: } \nu_c = 1.61 \times 10^{13} \left(\frac{E}{\text{GeV}}\right)^2 \left(\frac{B}{\text{Gauss}}\right) \quad [Hz]$$

Lo spettro in numero di fotoni ha un picco a  $0.29 \nu_c$ .

Per  $E = 10 \text{ GeV}$  e  $B = 1 \mu G \Rightarrow \nu_c = 1.61 \text{ GHz}$   $[\lambda = 0.186 \text{ m}]$

Per  $E = 10^5 \text{ GeV}$  e  $B = 1 \mu G \Rightarrow \nu_c = 1.61 \times 10^{17} \text{ Hz}$   $[\lambda = 1.86 \text{ nm}]$ ;

Per  $E = 10^5 \text{ GeV}$  e  $B = 1 \text{ T} \Rightarrow \nu_c = 1.61 \times 10^{27} \text{ Hz}$   $[\lambda = 2.07 \times 10^{-19} \text{ m}]$

# Radiazione di sincrotrone

Espressioni numeriche utili[2]

Spettro di radiazione da elettroni con distribuzione di potenza di esponente - p :

$$J(\nu) = \frac{\sqrt{3}e^3 B k}{4\pi\epsilon_0 c m_e} \left( \frac{3eB}{2\pi\nu m_e^3 c^4} \right)^{\left(\frac{p-1}{2}\right)} a(p); \quad \text{con :}$$

$$a(p) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} - \frac{1}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{5}{4}\right)}{(p+1) \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{7}{4}\right)}$$

$$\text{In unita' SI} \Rightarrow J(\nu) = 2.344 \times 10^{-25} a(p) B^{(p+1)/2} k \left( \frac{1.253 \times 10^{37}}{\nu} \right)^{\left(\frac{p-1}{2}\right)} \quad [W m^{-3} Hz^{-1}]$$

# Scattering Compton inverso (IC)

Scattering di un elettrone di alta energia con fotoni ambiente di energia  $\varepsilon = h\nu_0$ .

$N$  = numero di fotoni per unita' di volume  $\Rightarrow$  densita' di energia dei fotoni :  $U_{\text{rad}} = N h \nu_0$

Energia massima che un fotone puo' acquistare in una collisione con un elettrone

di alta energia (collisione frontale)  $\Rightarrow (h\nu)_{\text{max}} = h\nu_0 \gamma^2 \left(1 + \frac{v}{c}\right)^2 \approx 4\gamma^2 h\nu_0$

( $v$  e  $\gamma$  sono relativi all'elettrone)

Perdita d'energia dell'elettrone :  $\frac{dE}{dt} = \frac{4}{3} \sigma_T c U_{\text{rad}} \left(\frac{v^2}{c^2}\right) \gamma^2 \Rightarrow_{v \rightarrow c} \frac{4}{3} \sigma_T c U_{\text{rad}} \gamma^2$

Spettro della radiazione diffusa :  $I(\nu) d\nu = \frac{3\sigma_T c}{16\gamma^2} \frac{N(\nu_0)}{\nu_0^2} \nu \left[ 2\nu \ln\left(\frac{\nu}{4\gamma^2 \nu_0}\right) + \nu + 4\gamma^2 \nu_0 - \frac{\nu^2}{2\gamma^2 \nu_0} \right] d\nu$

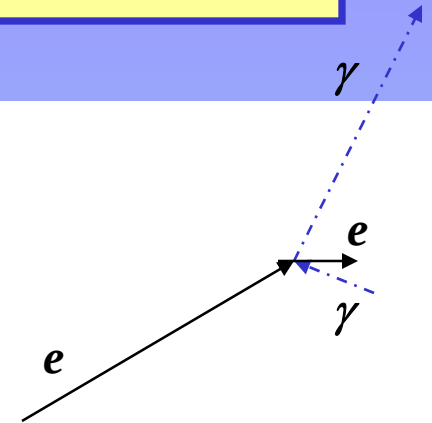
$N(\nu_0)$  = densita' numerica di fotoni

Energia media dei fotoni diffusi :  $\frac{4}{3} \gamma^2 h\nu_0$

Frequenze tipiche dei fotoni prodotti (per  $\gamma = 10^3 - 10^4$ ) :

Per scattering sui fotoni della radiazione di fondo ( $\nu_0 \cong 10^{11} \text{ Hz}$ )  $\Rightarrow \nu = 10^6 \times 10^{11} \text{ Hz} = 10^{17} \text{ Hz}$  ( $0.4 \text{ KeV} = \text{raggi X}$ )

Per scattering sui fotoni ottici ( $\nu_0 \cong 10^{15} \text{ Hz}$ )  $\Rightarrow \nu = 10^6 \times 10^{15} \text{ Hz} = 10^{21} \text{ Hz}$  ( $4 \text{ MeV} = \text{raggi } \gamma$ )



# Scattering Compton inverso (IC)

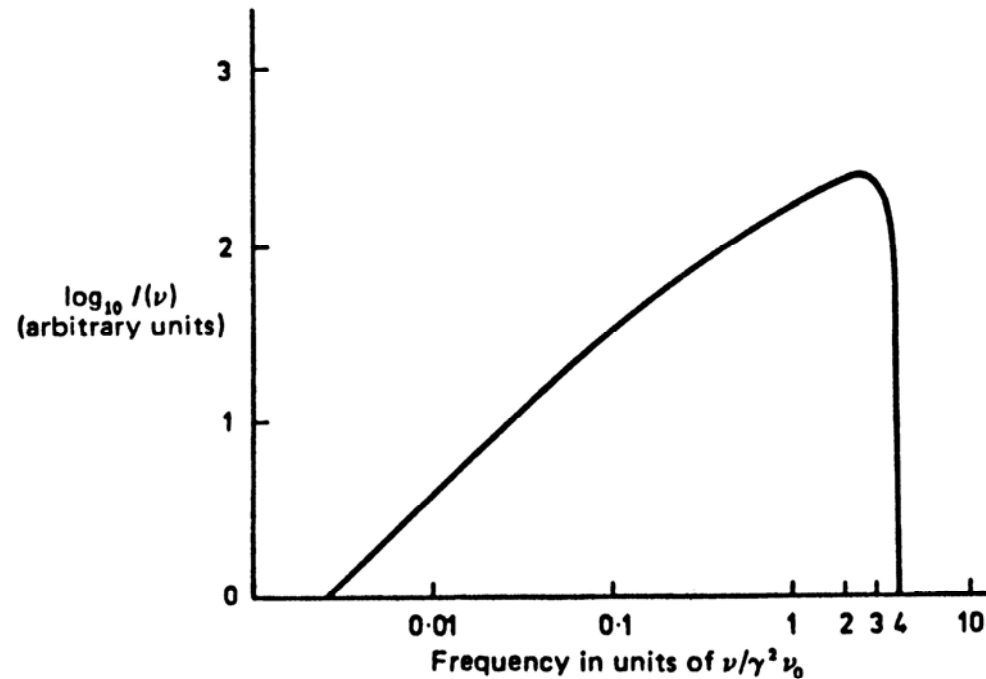


Figure 4.8. The emission spectrum of inverse Compton scattering;  $\nu_0$  is the frequency of the unscattered radiation. (From G. R. Blumenthal and R. J. Gould (1970). *Rev. Mod. Phys.*, **42**, 237.)

# Perdite d'energia per IC e Sync. Rad.

Perdita d'energia di un elettrone per radiazione di sincrotrone ( $v \rightarrow c$ ):

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right) = 2\sigma_T c U_{mag} \gamma^2 \left(\frac{v}{c}\right)^2 \sin^2 \beta \Rightarrow 1.587 \times 10^{-14} \gamma^2 B^2 \sin^2 \beta \quad [W] \quad (\text{con } B \text{ in } T)$$
$$= 9.9 \times 10^4 \gamma^2 B_{\perp}^2 \quad [eV \, s^{-1}]$$

Mediata su  $\beta$ :

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right)_{Rad. Sinc.} = 6.6 \times 10^4 B^2 \gamma^2 \quad [eV \, s^{-1}] \quad (\text{con } B \text{ in } T)$$

IC:

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right)_{IC} = \frac{4}{3} \sigma_T c U_{rad} \gamma^2$$

Espressioni molto simili;  $U_{mag} \Leftrightarrow U_{rad}$

*Perdita d'energia dipende dal campo elettrico che accelera l'elettrone, visto nel sistema di quiete di questo; e' irrilevante che il campo sia quello  $(\vec{v} \times \vec{B})$  dovuto al moto nel campo magnetico o quello associato ai fotoni che incontra.*

## Perdite d'energia per IC e Sync. Rad.

$$\text{Inoltre: } \left( \frac{dE}{dt} \right)_{IC} / \left( \frac{dE}{dt} \right)_{Rad. Sinc.} = \frac{U_{rad}}{U_{mag}}$$

$$\text{Valori tipici: } B = 3 \times 10^{-10} \text{ T}; \quad U_{rad} = 6 \times 10^5 \text{ eV m}^{-3} \Rightarrow U_{rad} / U_{mag} = 3$$

Massimo tempo di "vita" di un elettrone di alta energia nell'Universo:

$$\tau = \frac{E}{(dE/dt)_{IC}} = \frac{E}{\frac{4}{3} \sigma_T c U_{rad} \gamma^2} = \frac{E}{\frac{4}{3} \sigma_T c U_{CBR} \gamma^2} = \frac{2.3 \times 10^{12}}{\gamma} \quad [anni]$$

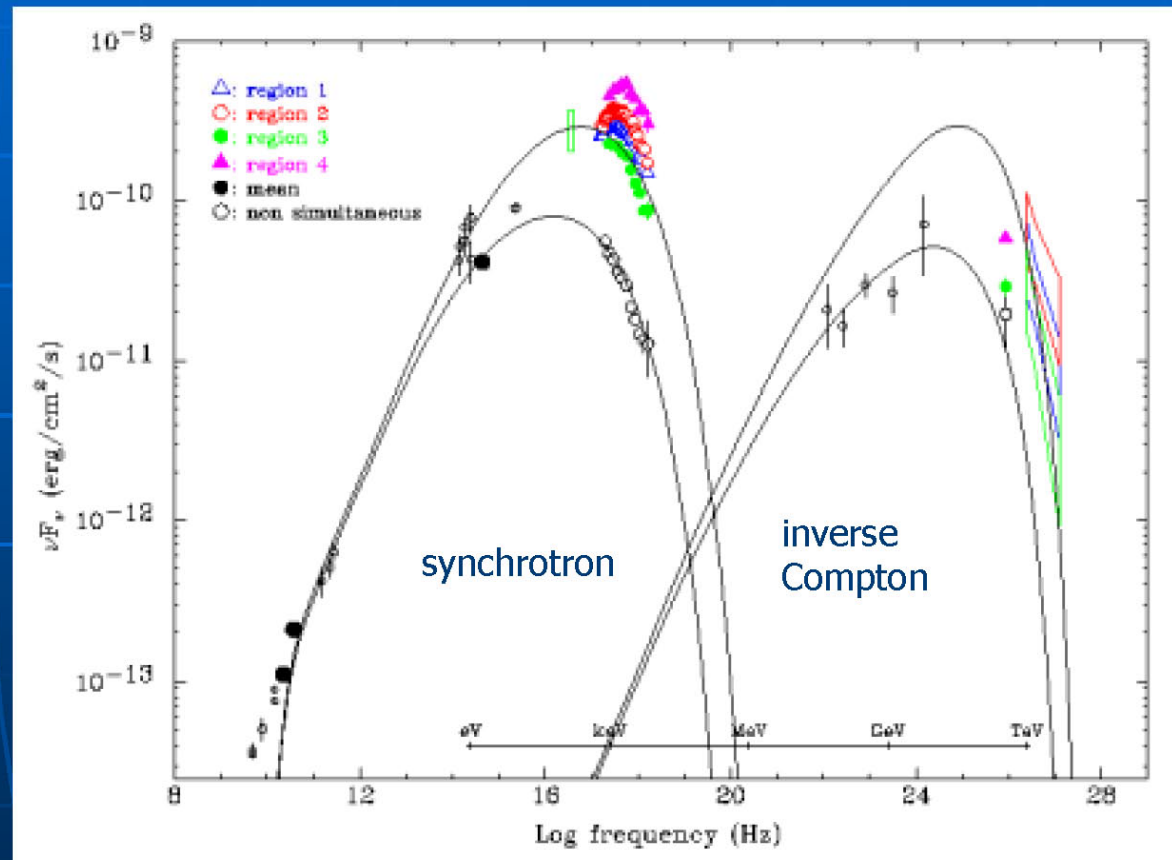
$$\text{Per } U_{CBR} = 2.62 \times 10^5 \text{ eV m}^{-3}. \text{ Per un elettrone di } 100 \text{ GeV} \Rightarrow \tau \leq 10^7 \text{ anni}$$

# Spettro di una Blazar

## Blazar spectrum

Mrk421

- Double-peaked structure = synchrotron + inverse Compton (Synchrotron Self Compton model)



# La CRAB

(La “candela Standard”)

- 1) Prima sorgente  $\gamma$  chiaramente evidenziata (Whipple 1989)
- 2) Pulsar (Plerion) vista dagli astronomi cinesi nel 1054
- 3) Lo spettro è spiegato dal modello Synchrotron Self-Compton (SSC) di DeJager Harding (1992)
- 4) Rilevata da almeno 9 telescopi con qualche inconsistenza in spettro ed intensità (Tibet As, CAT)
- 5) Forma dello spettro e flusso permettono di calcolare il campo magnetico medio attorno alla nebula
- 6) Misurati gamma fino a 50 TeV

# La CRAB Nebula

*Supernova remnant e pulsar*

*Stella di neutroni in rapida rotazione, circondata da una nebula luminosa, diffusa*

*Dimensione della Nebula: 6 anni-luce; in espansione ad una velocità di ~ 1.8 Milioni di km/ora*

*Radiazione di sincrotrone*

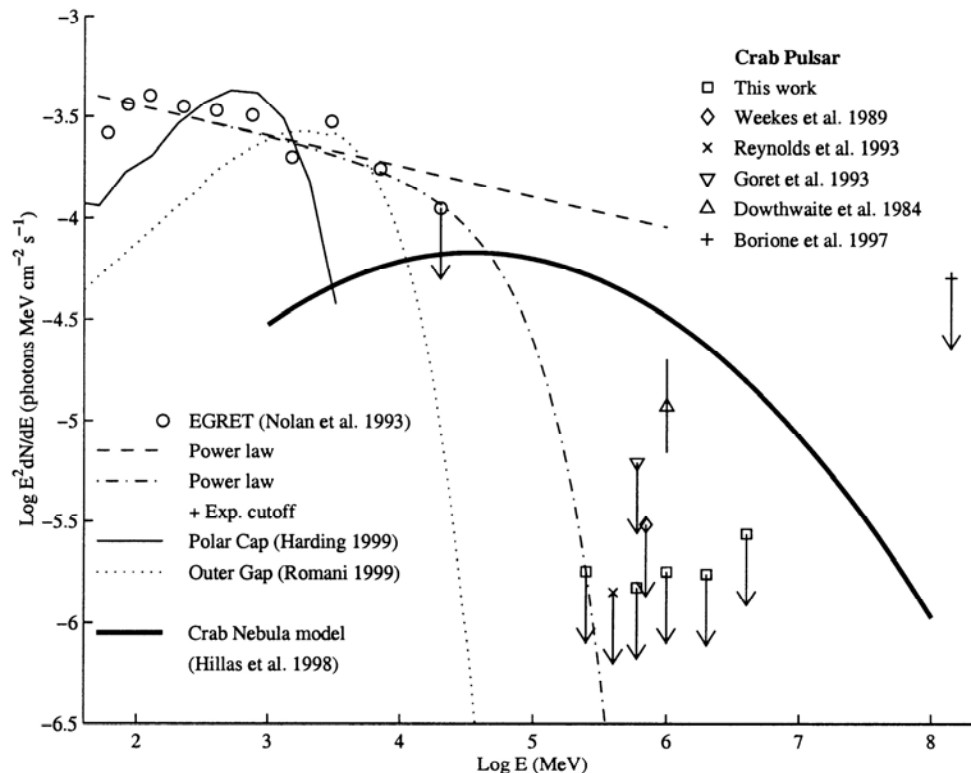
*Misure effettuate nelle onde radio, nell'infrarosso, nell'ottico, negli X, nei  $\gamma$ .*

*Periodicità ( $T=33$  ms) rivelata a tutte le lunghezze d'onda, fino a circa 10 GeV (Egret). Non a energie delle centinaia di GeV o del TeV.*

*Spettro caratterizzato da un indice  $\gamma$  pari a circa (2.5-2.7)*

|                                 |                                          |
|---------------------------------|------------------------------------------|
| <i>CAT (325 GeV-8 TeV)</i>      | <i><math>\gamma=-2.57\pm 0.14</math></i> |
| <i>Whipple (300 GeV-10 TeV)</i> | <i><math>\gamma=-2.49\pm 0.06</math></i> |
| <i>Hegra (1 TeV-10 TeV)</i>     | <i><math>\gamma=-2.71\pm 0.17</math></i> |
| <i>CANGAROO (7 TeV-50 TeV)</i>  | <i><math>\gamma=-2.53\pm 0.15</math></i> |

# La CRAB Nebula



**Figure 2:** The pulsed photon spectrum of the Crab pulsar. The thin solid line is the polar cap model fit to the EGRET data (Harding 1999). The dotted line is the outer gap model for the Vela pulsar (scaled to match the EGRET Crab pulsar flux at peak intensity) and is included to indicate the shape of the cut-off this model predicts (Romani 1999). The dashed line represents the power-law fit to the EGRET data (Nolan et al. 1993). The dot-dashed line represents Equation 1 with a cut-off energy  $E_o = 60$  GeV. The thick solid curve depicts the model of unpulsed GeV - TeV emission from the Crab Nebula (Hillas et al. 1998)

*Limiti superiori sullo spettro  
“pulsato” ottenuti da Whipple  
confrontati con i dati di Egret*

## Unità "CRAB"

*Unità di intensità degli X, valutata a 5.2 KeV (o nella banda: 2-11 KeV).  
Se una sorgente ha il medesimo tipo di spettro della CRAB in tale banda  
allora è possibile confrontarne la luminosità con quella della CRAB ed  
esprimerla in "CRAB units".*

*Numericamente: 1 CRAB = 1060 microJansky, ed*

$$\begin{aligned} 1 \text{ microJansky} &= 0.242 \times 10^{-11} \text{ ergs cm}^{-2} \text{ sec}^{-1} \text{ KeV}^{-1} \\ &= 1.51 \times 10^{-3} \text{ KeV cm}^{-2} \text{ sec}^{-1} \text{ KeV}^{-1} \end{aligned}$$

*Esempio: la stella Algol produce, tra 2-11 KeV, 9 microJansky o:*

$$9/1060 = 0.0085 \text{ Crabs}$$

*Analogia convenzione è adoperata nella zona dei gamma*