Misure sull'effetto Doppler acustico

V. F.

Apparato sperimentale: due altoparlanti uguali fissati alle due estremitá di un'asta che ruota attorno ad un asse verticale passante per il suo centro.

Gli altoparlanti sono eccitati da un segnale sinusoidale la cui frequenza (f_0) puó essere fatta variare. I piani degli altoparlanti sono verticali.

A qualche metro di distanza dagli altoparlanti é posto un microfono, la cui uscita é collegata ad un oscilloscopio.

L'emissione dell'onda da parte degli altoparlanti ha luogo solo nel breve intervallo di tempo in cui l'asta che li fa ruotare viene ad essere perpendicolare alla congiungente l'asse di rotazione con il microfono.

In quel medesimo istante, un opportuno circuito genera un impulso elettrico (segnale di trigger) che viene inviato all'ingresso di trigger dell'oscilloscopio.

Il microfono "vede" il segnale acustico emesso dall'altoparlante la cui velocitá u é diretta verso di esso, ad una frequenza f_1 piú elevata di quella del generatore (f_0) e quello emesso dall'altoparlante che si allontana (con la medesima velocitá) ad una frequenza f_2 piú bassa.

Sull'oscilloscopio si vedranno allora i "battimenti" tra le due onde.

Misure effettuate sulla geometria e velocitá angolare del sistema:
Raggio (distanza altoparlante-asse di rotazione): $53.5 \pm 0.3\ cm$
Giri/minuto: 42 ± 1, da cui: $f_r = 0.72 \pm 0.02\ s^{-1}$
Velocitá: $u = 2\pi f_r R = 2.41 \pm 0.068\ ms^{-1}$
Effetto Doppler:

$$f_1 = \frac{f_0}{1 - \frac{u}{v}}$$

$$f_2 = \frac{f_0}{1 + \frac{u}{v}}$$

da cui:

$$v = u \frac{f_1 f_2}{f_0} \frac{1}{f_1 - f_2}$$

Notiamo che il termine moltiplicativo:

$$\frac{f_1 f_2}{f_0}$$

differisce molto poco da f_0 (che é fissato in ogni misura). Ne segue che l'errore sul risultato finale é essenzialmente determinato dall'errore sul termine $f_1 - f_2$.

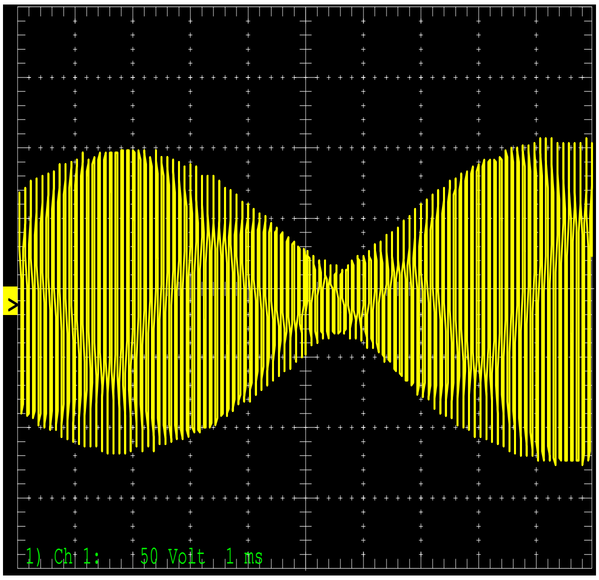

Figure 1:

Le misure sono state effettuate acquisendo la forma d'onda con un oscilloscopio digitale (vedi ad esempio le figure 1 e 2) e calcolando poi la trasformata di Fourier. Una tipica trasformata (spettro di frequenze) é quella mostrata in figura 3. Non si é tenuto conto degli errori sulla determinazione di f_1 ed f_2, che sono tutt'altro che trascurabili.

Prima serie di misure: frequenza con sorgente ferma:

$f_0 = 6500\ Hz.$

f_1	f_2	$f_1 - f_2$	u (m/s)
6543	6448	95	327
6543	6459	84	371
6557	6442	115	271
6541	6468	73	427
6547	6462	85	367

Nuova serie di misure:

$f_0 = 4717\ Hz.$

f_1	f_2	$f_1 - f_2$	u (m/s)
4770	4695	75	303
4773	4700	73	313

Conviene lavorare a frequenze piú alte. Infatti la differenza $f_1 - f_2$ aumenta all'aumentare della frequenza.

Scegliamo:

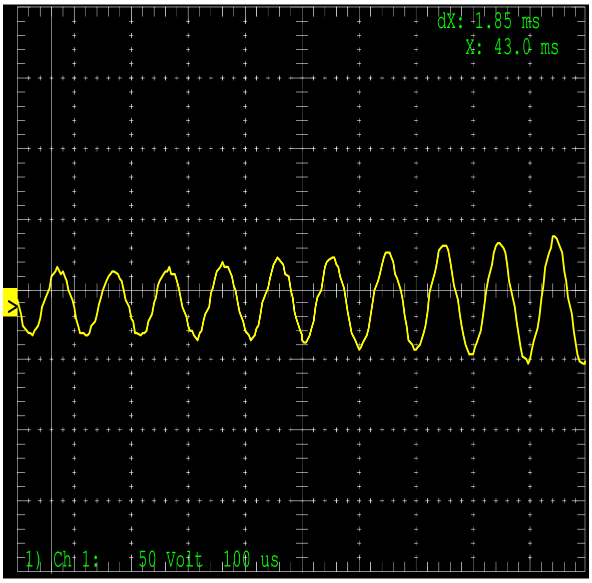

Figure 2:

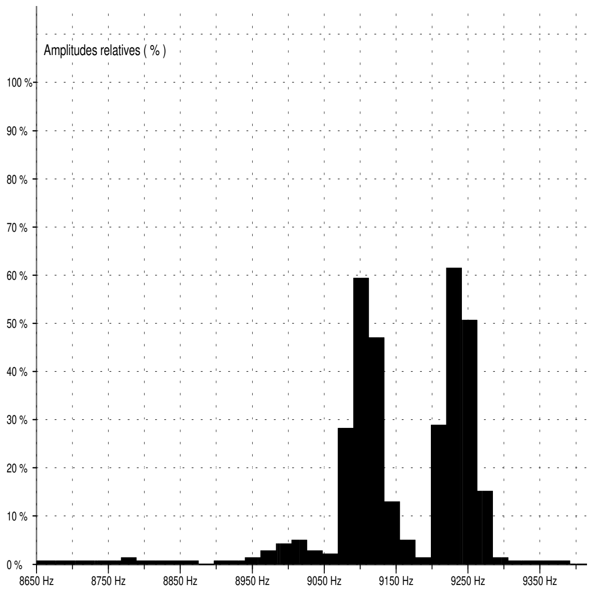

Figure 3:

$f_0 = 9259\ Hz.$

f_1	f_2	$f_1 - f_2$	u (m/s)
9301	9155	146	302
9278	9165	113	390
9287	9153	134	329

Media di tutte le misure: 340 m/s

Il metodo adoperato non é molto preciso. L'errore é dominato dall'incertezza sulla misura di $f_1 - f_2$ (che é pari a circa il 15

Un metodo alternativo, intrinsecamente piú preciso, é quello che consiste nel contare il numero di periodi dell'onda a frequenza $f_1 + f_2$ presenti in un periodo dell'onda a frequenza $f_1 - f_2$.

Infatti, il segnale rivelato dal microfono, nell'ipotesi di uguali ampiezze emesse dai due altoparlanti, é dato da:

$$A(t) \ = \ 2A_0 cos(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t) \cdot cos(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t)$$

La durata di un battimento é:

$$T_0 \ = \ \frac{1}{f_1 - f_2}$$

Nel tempo T_0 il numero N di oscillazioni alla frequenza $(f_1+f_2)/2$ é dato dal rapporto tra T_0 e t_0, dove:

$$t_0 \ = \ \frac{1}{f_1 + f_2}$$

Ne segue che:

$$N \ = \ \frac{f_1 + f_2}{f_1 - f_2}$$

Sostituendo a f_1 ed f_2 le loro espressioni, otteniamo:

$$v \ = \ N\, u$$

In una tipica misura si é ottenuto: $N = 136 \pm 1$. Di qui si ha:

$$v \ = \ (136 \pm 1) \cdot (2.41 \pm 0.068\ ms^{-1}) \ = \ (327 \pm 10)\ ms^{-1}$$