## INTENSITÀ E BRILLANZA

Una grandezza radiometrica molto importante è l’**intensità di radiazione** definita come:

$$I = \frac{W}{S} = \frac{potenza}{superficie} \quad .$$

Essa rappresenta il modulo del vettore di Poynting ed è legata in maniera semplice alla densità d’energia del campo e.m. e quindi all’ampiezza del campo elettrico associato:

$$E_{\frac{V}{cm}} \approx 27 \; I^{\frac{1}{2}}_{\frac{W}{cm^2}} \; .$$

Tuttavia, quando siamo interessati alla concentrazione della radiazione e.m. mediante focalizzazione con lenti o specchi convergenti, risulta più utile un’altra grandezza, che dà informazioni non solo sull’intensità della radiazione emessa da una superficie, ma anche sulla sua distribuzione angolare.

La potenza irradiata in direzione θ dall’elemento di superficie ds, nell’angolo solido d Ω è:

$$dP \; = \; B \; \cos\theta \; ds \; d\Omega$$

dove B rappresenta la **brillanza** ( W cm$^{-2}$ strad$^{-1}$ ) della superficie e θ l’angolo formato dall’elemento di angolo solido dΩ con la normale alla superficie. B, nel caso più generale (superfici opportunamente lavorate per massimizzare l’emissione in una ben precisa direzione) può dipendere da θ , tuttavia per il “corpo nero” e per un “corpo grigio” ne è indipendente. In questo secondo caso, che descrive bene il comportamento della superficie della maggior parte dei corpi, la dipendenza dell’irraggiamento dall’angolo θ si riduce ad un puro effetto geometrico (Legge di Lambert).

Integrando sul semi-angolo solido, davanti ad una superficie S, si ottiene la relazione fra l’intensità emessa e la brillanza:

$$\int_{emisfera} dP \; = \; P \; = \; B \; S \; 2\pi \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} \cos\theta \; sin\theta \; d\theta \; = B \; S \; \pi$$

$$I \; = \frac{P}{S} \; = \; \pi \; B$$

Consideriamo ora una situazione sperimentale in cui si voglia concentrare della radiazione emessa da una sorgente con una lente convergente. Per semplicità ci limitiamo a considerare piccoli angoli solidi di raccolta, di modo che:

$$dP \; \approx \; B \; ds \; \pi (d\vartheta)^2$$

avendo approssimato, per θ <<1, cosθ • 1 e dΩ • π (dθ )$^2$. Inoltre supponiamo di raccogliere la radiazione con una lente di focale f ad una distanza L dalla sorgente abbastanza grande, L >> f.

La potenza luminosa irradiata dalla superficie S che fluisce sulla lente e la corrispondente intensità sono:

$$\Delta P \approx B \cdot S \cdot \pi \cdot \left( \frac{D_l}{2L} \right)^2 \;\; \rightarrow \;\; I \;\approx\; \frac{BS}{L^2} \quad ,$$

mentre l’intensità sul fuoco della lente risulta:

$$I_f = \; I \left( \frac{D_l}{\phi} \right)^2 \; = \; B \; \frac{\pi}{4} \left( \frac{D_l}{f} \right)^2 \; \approx \; B \; \left( \frac{D_l}{f} \right)^2$$

Osservare come l’intensità sul fuoco della lente non dipenda dalla distanza dalla sorgente. Il motivo è che, allontanandosi dalla sorgente, la diminuizione della potenza intercettata dalla lente di raccolta è esattamente compensata dalla diminuizione della superficie di diametro ϕ su cui si concentra la radiazione. Questo cessa di essere vero quando le dimensioni della macchia focale cominciano a dipendere dalla diffrazione della lente, piuttosto che da quelle della sorgente. Cioè quando:

$$2.44 \; \frac{\lambda}{D_l} \; > \; \frac{D_s}{L} f$$

Consideriamo due sorgenti molto diverse. Una comune lampadina per illuminazione domestica ed un piccolo laser per allineamento. Sebbene la lampadina irradia una potenza molto maggiore, è la radiazione del laserino che può essere concentrata sul fuoco di una lente ad intensità di molti ordini di grandezza superiore. La ragione sta nella direzionalità dell'emissione laser, che, a parità di intensità radiante risulta essere la sorgente di gran lunga più brillante.

Valutiamo l'intensità della radiazione nel fuoco di una lente ( $D_l$=2cm; f=2cm ) che dista 2 metri da una lampadina da 100W (irradiati) il cui bulbo smerigliato ha un diametro ϕ•6cm.

$$B \;\approx\; \frac{10^2}{4\pi \cdot 9 \cdot 2\pi} \;\approx\; 0.1 \; \frac{W}{cm^2 strad}$$

$$I_f \;\approx\; 0.1 \; \frac{W}{cm^2}$$

Nel caso di un laserino da 3mW di lunghezza d'onda $\lambda = 0.67 \mu m$, la cui superficie radiante sia di circa $1 mm^2$, la divergenza, al limite diffrattivo, risulta

$$\Delta\theta \;\approx\; 2.44 \frac{6.7 \cdot 10^{-5}}{0.1} \;\approx\; 1.6 \cdot 10^{-3} rad$$

e quindi l'angolo solido in cui la radiazione è emessa risulta

$$\Delta\Omega \;\approx\; \pi \left( \frac{\Delta\theta}{2} \right)^2 \;\approx\; 2 \cdot 10^{-6} strad\,.$$

Quindi

$$B \approx \frac{3 \cdot 10^{-3}}{10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-6}} \approx 10^5 \frac{W}{cm^2 strad}$$

In questo caso le dimensioni del facio laser a 2metri dal laserino sono $\phi$•0.4 cm , per cui

$$I_f \approx 10^5 \cdot \left(\frac{0.4}{2}\right)^2 \approx 4 \cdot 10^3 \; W\!/\!_{cm^2}$$