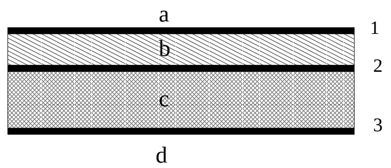
Corso di Fisica bI/bII: Appello del 15 Luglio 2002

Si spieghi in dettaglio il procedimento seguito, il significato dei vari simboli e formule adoperate. Si prega inoltre di fare attenzione alla leggibilitá *dell'elaborato. Si faccia uso del sistema SI. Gli studenti che abbiano superato i compitini del corso bI (o bII) possono scegliere di risolvere solo i problemi contenuti nella seconda parte (prima parte) del compito.*

1 Fisica bI

Esercizio 1

Tre lastre conduttrici di area A (numerate 1,2,3, vedi figura) sono intervallate da due strati di dielettrico di costanti ϵ_b ed ϵ_c e spessori d_b e d_c (molto minori delle dimensioni trasversali delle lastre). Sulle lastre vengono poste le cariche Q_1, Q_2, Q_3 rispettivamente.



Si calcoli:

- il campo elettrico nella regione b compresa tra i conduttori 1 e 2 e nella regione c tra i conduttori 2 e 3;
- la differenza di potenziale tra i conduttori 1 e 2 e tra i conduttori 2 e 3;
- il campo elettrico nelle zone a e d all'esterno dei conduttori 1 e 3, in prossimità della loro superficie.

Si connettono adesso i conduttori 1 e 3 con un filo di rame per un tempo sufficiente al raggiungimento dell'equilibrio.

Calcolare, nelle nuove condizioni:

- la carica sulla lastre 1 e 3;
- il campo elettrico nei due dielettrici;
- la differenza di potenziale tra i conduttori 1 e 2 e tra i conduttori 2 e 3.
- *(facoltativo)* la quantità di energia perduta nell'operazione effettuata.

Esercizio 2

Due identiche sorgenti di onde sonore si muovono con velocitá uguali lungo un medesimo asse. Un ricevitore fermo, posto tra le due sorgenti misura la frequenza dei battimenti e trova un valore $\nu = 2\ Hz$.

Sapendo che la velocitá del suono in aria é c=340 m/s e che la frequenza delle onde emesse dalle sorgenti é $\nu_0 = 1\ kHz$, si trovi la velocitá delle sorgenti.

2 Fisica bII

Esercizio 1

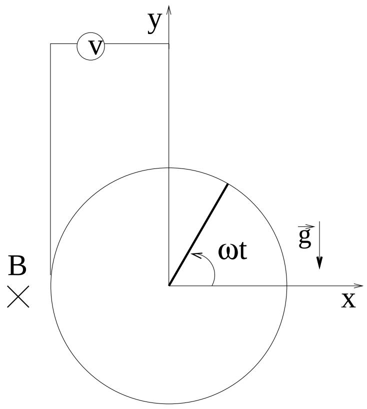
Su di un supporto toroidale di ferro, avente diametro pari a 20 cm e sezione di 10 cm^2 sono avvolte in modo regolare 600 spire. Si supponga che la permeabilitá magnetica del ferro sia costante ed uguale a 800. Nel conduttore avvolto circola una corrente di 1 A.

1. Si calcoli il flusso di B attraverso la sezione del toroide;
2. Se nel toroide esiste un traferro pari a 0.1 mm, si calcoli il nuovo valore del flusso di B;
3. Si ripeta il calcolo per uno spessore del traferro di 1 mm e di 5 mm;
4. Si calcoli, per ciascuno dei tre valori del traferro l'energia magnetica immagazzinata rispettivamente nel traferro e nel ferro, nonché l'energia totale;
5. Si calcoli, per ciascuno dei tre casi esaminati, il coefficiente di autoinduzione

Esercizio 2

Una sbarretta di massa m e resistenza R può ruotare senza attrito intorno ad una asse orizzontale ortogonale ad essa e passante per un suo estremo. L'altra estremità della sbarretta è in contatto con un filo di forma circolare di raggio D. Il filo ha resistività trascurabile. Un estremo della sbarretta e il filo sono collegati ad un generatore come mostrato in figura. Il circuito è posto in una regione dove è presente un campo magnetico B costante con direzione ortogonale al piano di rotazione della sbarretta ed al campo di gravità. La sbarretta ruota con velocitá angolare costante ω in senso antiorario. Trovare :

1. la corrente che scorre nella sbarretta;
2. la tensione che il generatore deve produrre in funzione del tempo affinchè la sbarretta si muova come specificato.



soluzioni

3 Fisica BI

Esercizio 1

Su ognuna delle superfici delle lastre conduttrici la carica si distribuisce in modo uniforme. Siano

$$\sigma_1 = Q_1/A$$

$$\sigma_2 = Q_2/A$$

$$\sigma_3 = Q_3/A$$

le densità di carica complessive su ciascuna lastra. Allora, applicando il principio di sovrapposizione, è possibile calcolare immediatamente il campo D nelle zone a, b, c, d:

$$D_a = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/2,$$

$$D_b = (-\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/2$$

$$D_c = (-\sigma_1 - \sigma_2 + \sigma_3)/2,$$

$$D_d = (-\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)/2$$

e infine il campo elettrico nelle quattro zone:

$$E_a = (Q_1 + Q_2 + Q_3)/(2\epsilon_0 A),$$

$$E_b = (-Q_1 + Q_2 + Q_3)/(2\epsilon_b A),$$

$$E_c = (-Q_1 - Q_2 + Q_3)/(2\epsilon_c A),$$

$$E_d = -(Q_1 + Q_2 + Q_3)/(2\epsilon_0 A) = -E_a.$$

Le differenze di potenziale saranno:

$V_{12} = V_1 - V_2 = -d_b(-Q_1 + Q_2 + Q_3)/(2\epsilon_b A)$,

$V_{23} = V_2 - V_3 = d_c(Q_1 + Q_2 - Q_3)/(2\epsilon_c A)$.

Dopo aver messo in contatto le lastre 1 e 3, le cariche si ridistribuiranno in modo tale che i potenziali delle lastre siano uguali. Siano Q'_1 e Q'_3 le cariche sulle lastre 1 e 3 dopo che queste sono state messe in contatto, che soddisfano all'equazione $Q'_1 + Q'_3 = Q_1 + Q_3$. Risulterà ovviamente:

$E'_a = (Q'_1 + Q_2 + Q'_3)/(2\epsilon_0 A) = E_a$,

$E'_b = (-Q'_1 + Q_2 + Q'_3)/(2\epsilon_b A)$,

$E'_c = (-Q'_1 - Q_2 + Q'_3)/(2\epsilon_c A)$,

$E'_d = -(Q'_1 + Q_2 + Q'_3)/(2\epsilon_0 A) = E_d = -E_a$.

Quindi il campo all'esterno del sistema non cambia, quello all'interno si. Applicando la condizione di uguaglianza della differenza di potenziale:

$V'_1 - V'_3 = V'_{12} + V'_{23} = -d_b(-Q'_1 + Q_2 + Q'_3)/(2\epsilon_b A) + d_c(Q'_1 + Q_2 - Q'_3)/(2\epsilon_c A) = 0$

, assieme alla conservazione della carica, si ottiene infine:

$$Q'_1 = (Q_1 + Q_3 + Q_2 \frac{\epsilon_c d_b - \epsilon_b d_c}{\epsilon_c d_b + \epsilon_b d_c})/2$$

$$Q'_3 = (Q_1 + Q_3 - Q_2 \frac{\epsilon_c d_b - \epsilon_b d_c}{\epsilon_c d_b + \epsilon_b d_c})/2$$

La perdita di energia si calcola facilmente osservando che il campo cambia solamente nello spazio compreso tra le lastre. Si ha allora:

$$\Delta\mathcal{E} = (A d_b \epsilon_b E_b^2 + A d_c \epsilon_c E_c^2 - A d_b \epsilon_b E_b'^2 - A d_c \epsilon_c E_c'^2)/2$$

Esercizio 2

Il segnale che viene registrato del rivelatore è dato dalla somma dei segnali emessi dalle due sorgenti a frequenza ν_0, modificate per l'effetto Doppler :

$$\nu_1 = \frac{\nu_0}{1 - \frac{u}{v_s}} \quad \texttt{sorgente che si avvicina al rivelatore} \tag{1}$$

$$\nu_2 = \frac{\nu_0}{1 + \frac{u}{v_s}} \quad \texttt{sorgente che si allontana dal rivelatore} \tag{2}$$

$$\tag{3}$$

dove u è il modulo della velocità delle sorgenti. Ammettendo che la velocità delle sorgenti sia molto minore della velocità del suono, si ha che la frequenza dei battimenti in intensità del segnale rilevato è :

$$\nu_b = \nu_1 - \nu_2 = \nu_0 \left(\frac{1}{1 - \frac{u}{v_s}} - \frac{1}{1 + \frac{u}{v_s}} \right) \simeq 2\nu_0 \frac{u}{v_s} \tag{4}$$

Il modulo della velocità delle sorgenti è allora :

$$u = \frac{\nu_b v_s}{2\nu_0} = 0.34\ m/s \tag{5}$$

4 Fisica BII

Esercizio 1

Il campo nel ferro, in assenza di traferro, é facilmente ottenibile dal teorema di Ampere applicato ad una circonferenza con centro coincidente con quello del toroide e raggio r=10 cm (trascurando la dimensione trasversa del ferro):

$$2\pi r B \;=\; \mu_r \mu_0 N i$$

con:

$$\mu_r = 800\ ,\ N = 600\ ,\ r = 0.1\ m$$

Si ottiene:

$$B = \frac{\mu_r \mu_0 N i}{2\pi r} = 0.96\ T$$

Il flusso di B é allora:

$$\Phi(B) = B\pi S$$

con $S = 10^{-3}\ m^2$. Ne segue:

$$\Phi(B) = 0.00096\, Weber$$

In presenza di un traferro di spessore l, indicando con H il campo nel ferro e con H_0 quello nel traferro, e ricordando che $B = B_0$, avremo:

$$(2\pi r - l)\, H + l H_0 \;=\; N i$$

da cui:

$$(2\pi r - l)\, \frac{B}{\mu_0 \mu_r} + l \frac{B}{\mu_0} \;=\; N i$$

e quindi:

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r N i}{2\pi r + l(\mu_r - 1)}$$

Si ottiene cosí:

$$\Phi(B) = \frac{\mu_0 \mu_r N i}{2\pi r + l(\mu_r - 1)} S$$

Per i valori indicati dello spessore del traferro, avremo allora:

- l=0. mm $\Rightarrow \Phi(B) = 9.6 \cdot 10^{-4}\ Weber$
- l=0.1 mm $\Rightarrow \Phi(B) = 8.516 \cdot 10^{-4}\ Weber$
- l=1 mm $\Rightarrow \Phi(B) = 4.226 \cdot 10^{-4}\ Weber$
- l=1 mm $\Rightarrow \Phi(B) = 1.305 \cdot 10^{-4}\ Weber$

La densitá di energia nel caso generale di un traferro di spessore l (eventualmente nullo) é data:

$$\frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} = \frac{\mu_0\mu_r N^2 i^2}{2\left(2\pi r + l(\mu_r - 1)\right)^2}$$

Il volume del ferro (per $r \gg \sqrt{S}$) é:

$$V_{fe} = S \cdot (2\pi r - l)$$

mentre quello del traferro é:

$$V_{tr} = S \cdot l$$

Le rispettive energie sono allora:

$$E_{fe} = S\frac{\mu_0\mu_r N^2 i^2}{2\left(2\pi r + l(\mu_r - 1)\right)^2}(2\pi r - l)$$

$$E_{tr} = S\frac{\mu_0\mu_r^2 N^2 i^2 Sl}{2\left(2\pi r + l(\mu_r - 1)\right)^2}$$

E l'energia totale:

$$E_{tot} = E_{fe} + E_{tr}$$

Per i valori dello spessore di traferro indicato nel testo, si trovano i valori delle energie dati nella tabella che segue:

	E_{fe}	E_{tr}	E_{tot}
$l = 0\ mm$	0.288	0.	0.288
$l = 0.1\ mm$	0.2266	0.02886	0.2555
$l = 1\ mm$	0.05572	0.07106	0.12678
$l = 5\ mm$	0.00528	0.03386	0.0391

Nota l'energia magnetica totale immagazzinata E_{tot} si puó ottenere il coefficiente di autoinduzione dalla relazione:

$$E_{tot} = \frac{1}{2}Li^2$$

Essendo nel nostro caso $i = 1\ A$, avremo:

$$L = 2E_{tot}$$

I valori di L sono quindi quelli della tabella che segue.

Esercizio 2

La sbarretta si muove con velocità costante quindi la risultante dei momenti delle forze esterne è nulla. Le forze che agiscono sulla sbarretta sono la forza peso e la forza di Lorentz :

$$d\vec{F} = id\vec{r} \times \vec{B} = idrB\hat{\phi} \qquad (6)$$

	$L(H)$
$l = 0\ mm$	0.576
$l = 0.1\ mm$	0.511
$l = 1\ mm$	0.2356
$l = 5\ mm$	0.0783

dove la direzione del versore $\hat{\phi}$ è specificata in figura e si assume come verso positivo della corrente il verso di $\hat{r}$. Il momento della forza di Lorentz è dato da :

$$\vec{M}_L = \int_0^D \hat{r} \times d\vec{F} = \int_0^D irBdr = \frac{iD^2B}{2}\hat{z} \tag{7}$$

ed il momento della forza di gravità è :

$$\vec{M}_g = \hat{r} \times m\vec{g} = -\frac{D}{2}mgsen(\frac{\pi}{2} + \omega t)\hat{z} = -\frac{D}{2}mgcos\omega t\hat{z} \tag{8}$$

Imponendo che la somma dei momenti sia nulla si ottiene il valore della corrente che scorre nella sbarretta :

$$i = \frac{mg}{DB}cos\omega t \tag{9}$$

La differenza di potenziale che eroga il generatore si ottiene utilizzando l'equazione del circuito :

$$V - \frac{d\Phi(B)}{dt} = Ri \tag{10}$$

dove il secondo termine a primo membro rappresenta la forza elettromotrice indotta ai capi della sbarretta. Poichè il terminale della sbarretta a contatto con il filo circolare è a potenziale minore la forza elettromotrice indotta è positiva e vale :

$$f.e.m = -\frac{d\phi(B)}{dt} = \frac{\omega t D^2 B}{2} \tag{11}$$

La tensione ai capi del generatore é quindi :

$$V = \frac{mgR}{DB}cos\omega t - \frac{\omega D^2 B}{2} \tag{12}$$