Il rumore nei circuiti elettronici

V. Flaminio

Marzo 2001

1 Riflessione di un impulso rettangolare all'estremitá di una linea di ritardo chiusa su di un condensatore

Sappiamo che se una linea di ritardo avente impedenza caratteristica Z_0 é chiusa su di un'impedenza Z, il coefficiente di riflessione é dato da:

$$\rho \;=\; \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \tag{1}$$

Ci proponiamo ora di calcolare, facendo uso della tecnica delle trasformate di Laplace, la riflessione di un impulso rettangolare di durata T ed ampiezza unitaria, all'estremitá di una linea chiusa su di un condensatore.

Un gradino unitario di tensione é descritto dalla funzione u(t), nulla per $t < 0$ ed uguale ad 1 per $t \geq 0$. La trasformata di Laplace del gradino é, come sappiamo, $1/s$. Un gradino *ritardato* di un tempo T é descritto dalla funzione $u(t - T)$, la cui trasformata é:

$$\frac{1}{s}e^{-sT}$$

Un impulso rettangolare di ampiezza unitaria e durata T puó esser ottenuto sottraendo $u(t - T)$ da $u(t)$:

$$r(t) \;=\; u(t) - u(t - T)$$

La trasformata di Laplace di questo é:

$$\tilde{r}(s) \;=\; \frac{1}{s}(1 - e^{-sT})$$

L'impulso riflesso all'estremitá della linea sará dato da:

$$v_r(t) \;=\; \rho r(t)$$

Il segnale presente ai capi del condensatore C é la somma dell'impulso incidente e di quello riflesso:

$$v_c(t) \;=\; v_r(t) + r(t) \;=\; (1 + \rho)r(t) \;=\; \frac{2Z}{Z + Z_0}r(t)$$

dove Z é l'impedenza capacitiva, la cui trasformata é: $Z = 1/sC$.

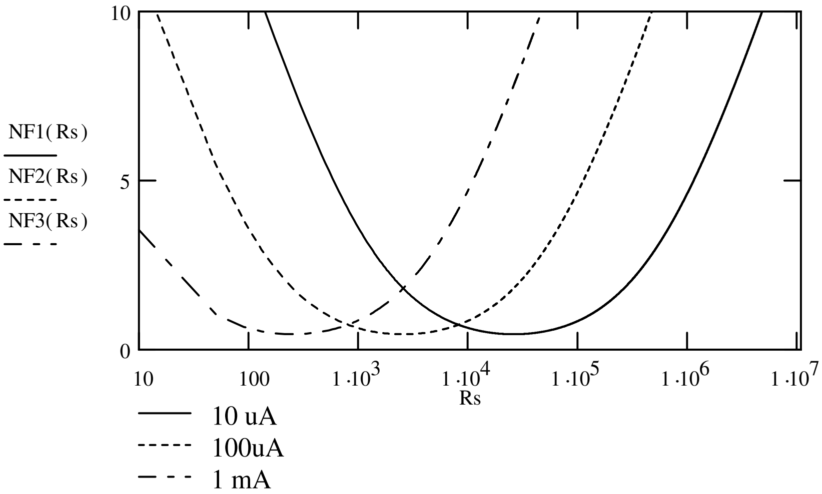

Figure 1:

Trasformando i due membri di questa equazione otteniamo:

$$\tilde{v}_c(s) \ = \ 2\frac{1/sC}{Z_0 + 1/sC}\frac{1}{s}\left(1 - e^{-sT}\right) \ = \ 2\left[\frac{1}{s(1+s\tau)} - \frac{1}{s(1+s\tau)}e^{-sT}\right]$$

dove si é posto $\tau = CZ_0$.

Il termine $1/[s(1+s\tau)]$ puó esser riscritto come:

$$\frac{1}{s(1+\tau s)} \ = \ \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/\tau}$$

Da cui:

$$\tilde{v}_c(s) \ = \ 2\left[\frac{1}{s}\left(1 - e^{-sT}\right) - \frac{1}{s+1/\tau}\left(1 - e^{-sT}\right)\right]$$

la cui antitrasformata é:

$$v_c(t) \ = \ 2\left[u(t)\left(1 - e^{-t/\tau}\right) - u(t-T)\left(1 - e^{-(t-T)/\tau}\right)\right]$$

References

[1] J.B. Johnson: "Thermal agitation of electricity in conductors". Nature 119, 50 (1927). Physical Review 29, 367 (1928)

Contents