

# Capitolo 16

## Il feedback negli amplificatori

### 16.1 Introduzione

Le caratteristiche di un amplificatore, quali la dipendenza del guadagno dai valori dei componenti, la banda passante, le impedenze d'ingresso e d'uscita etc., possono essere modificate attraverso l'accorta introduzione di una reazione o *feedback* tra uscita ed ingresso.

Si definisce in generale *reazione* un qualsivoglia meccanismo (elettrico, meccanico, biologico, chimico etc) attraverso il quale il comportamento di un sistema è modificato attraverso l'osservazione degli effetti che il *precedente comportamento del sistema stesso* ha determinato. Meccanismi di reazione, tendenti a correggere, ad esempio, il movimento, sono presenti in tutti gli esseri viventi. Analoghi meccanismi sono utilizzati nei sistemi elettromeccanici e sono estremamente diffusi in elettronica.

Più un particolare, il feedback di cui si parla in questo contesto è, come precisiamo più avanti, un *feedback negativo*. In tale tipo di feedback il segnale in uscita (o una funzione di questo) viene continuamente confrontato con il segnale presente in ingresso, in modo tale da ottenere, nel campo di frequenze interessanti, un segnale in uscita dell'ampiezza desiderata. La differenza tra il segnale in ingresso e quello di feedback, nota come *segnale di errore* è quella che è fornita all'input dell'amplificatore.

In questo capitolo discuteremo solo gli aspetti di base del feedback. Per una trattazione più esauriente si consulti le referenze ([6]),([7]).

### 16.2 Classificazione degli amplificatori

#### a) *Amplificatore di tensione*

Un amplificatore è detto *di tensione* se esso amplifica una tensione  $v_{in}$  applicata in ingresso, dando in uscita un segnale di tensione  $v_{out}$ . L'amplificazione è definita in tal caso da:

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$$

La condizione che l'uscita sia un segnale di tensione implica che la resistenza d'uscita sia nulla. In caso contrario la tensione d'uscita verrebbe a dipendere dalla corrente erogata e quindi dal carico. Con riferimento alla figura 16.1, avremmo in tal caso:

$$v_L = A_v v_{in} \frac{R_L}{R_o + R_L}$$

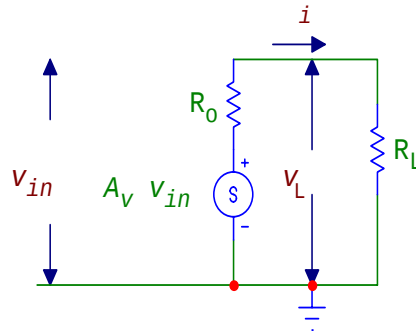


Figura 16.1:

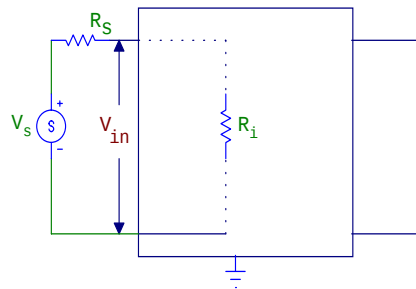


Figura 16.2:

che è uguale ad  $A_v v_{in}$  se  $R_o = 0$ .

Per ciò che riguarda il segnale di tensione presente in ingresso, se vogliamo che esso sia quello "nominale" erogato dal generatore, occorre che la resistenza d'ingresso dell'amplificatore  $R_i$  sia infinita. In caso contrario avremmo per  $v_{in}$  la situazione di figura 16.2

$$v_{in} = v_s \frac{R_i}{R_s + R_i}$$

Avremo  $v_{in} = v_s$  solo se  $R_i$  è infinitamente grande o  $R_s = 0$ . In definitiva potremo dire che un amplificatore di tensione deve avere resistenza d'ingresso infinita e resistenza d'uscita nulla.

b) *Amplificatore di corrente*

Un amplificatore sarà detto *di corrente* se esso amplifica una corrente  $i_{in}$  applicata in ingresso, dando in uscita un segnale di corrente:

$$i_{out} = A_i i_{in}$$

dove  $A_i$  è il guadagno dell'amplificatore.

Considerazioni analoghe a quelle presentate nel discutere l'amplificatore di tensione ci portano ora a concludere che un amplificatore di corrente deve avere resistenza d'uscita  $R_o$  infinitamente grande e resistenza d'ingresso uguale a zero.

$$R_o = 0$$

$$R_i = 0$$

c) *Amplificatore a transconduttanza*

Il termine "transconduttanza" indica che l'amplificazione ha le dimensioni di una conduttanza, cioè:

$$G_m = \frac{i_{out}}{v_{in}}$$

$G_m$  è la "conduttanza di trasferimento". Un tale amplificatore darà un segnale di corrente in uscita quando in ingresso sia applicato un segnale di tensione. La condizione che il segnale d'uscita sia una corrente impone che la resistenza d'uscita sia infinitamente grande; la condizione che il segnale applicato sia di tensione impone che la resistenza d'ingresso sia anch'essa infinita:

$$R_i = \infty$$

$$R_o = \infty$$

d) *Amplificatore a transresistenza*

Il termine "transresistenza" indica che l'amplificazione ha le dimensioni di una resistenza, cioè:

$$R_m = \frac{v_{out}}{i_{in}}$$

$R_m$  è nota come "resistenza di trasferimento". Analogamente ai casi esaminati in precedenza, ora l'amplificatore dovrà avere una resistenza d'uscita nulla ed una resistenza d'ingresso anch'essa nulla.

$$R_i = 0$$

$$R_o = 0$$

Nessun amplificatore ha le caratteristiche di uno o l'altro degli esempi ideali appena descritti. Nel progetto di un amplificatore si può fare in modo che il suo comportamento approssimi il più possibile quello di uno dei tipi descritti.

Nei paragrafi che seguono faremo vedere come l'introduzione di circuiti di feedback in un amplificatore possa essere vantaggiosamente adoperata per modificarne il comportamento. In particolare per cambiare la sua impedenza d'ingresso e quella d'uscita.

Vedremo anche come il feedback migliori la risposta dell'amplificatore, nel senso di renderla poco dipendente da variazioni nelle caratteristiche degli elementi attivi presenti nel circuito, oltre a ridurre le distorsioni ed il rumore. In questo capitolo tratteremo esclusivamente quello che è comunemente chiamato "feedback negativo". Il feedback positivo è un elemento di disturbo negli amplificatori, ma ha interessanti applicazioni in circuiti progettati per innescare e mantenere oscillazioni.

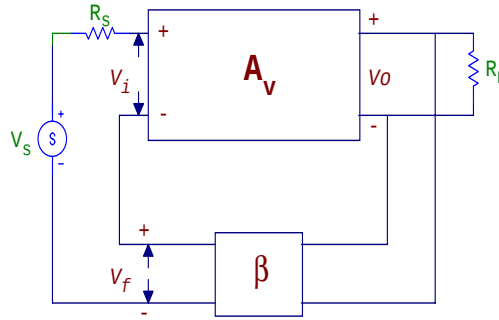


Figura 16.3:

## 16.3 Il concetto di feedback

Un esempio di feedback (reazione) si è già incontrato nello studiare l'amplificatore ad un transistor con una resistenza sull'emettitore. Si è visto nell'analizzare il circuito che l'effetto della resistenza di emettitore  $R_e$  è quello di trasferire, cambiandolo di segno, una parte del segnale di corrente presente nello stadio d'uscita del transistor (dove è presente la resistenza di carico  $R_L$ ) convertendolo in un segnale di tensione applicato alla base dello stesso. Come risultato l'amplificazione in tensione viene ad essere approssimativamente uguale a  $-R_L/R_e$ , indipendentemente dalle caratteristiche dettagliate del transistor.

In generale si intende per feedback quella particolare configurazione circuitale che preleva una parte del segnale (corrente o tensione) presente all'uscita di un amplificatore e la rinvia all'ingresso dell'amplificatore, sotto forma di un segnale di tensione o di corrente. Si ha feedback *negativo* se il segnale viene rinviato in ingresso con polarità tale da opporsi alla variazione del segnale già presente. Nel caso contrario si parla di *feedback positivo*. In generale il feedback negativo viene utilizzato per migliorare la risposta di un amplificatore e per renderla meno dipendente dai parametri degli elementi attivi (transistor o FET) presenti nell'amplificatore, oltre che dalle condizioni ambientali (temperatura o altri).

## 16.4 Tipi di feedback

Il primo tipo di feedback che discuteremo è quello noto come "tensione-serie", che è schematicamente indicato in figura 16.3.

In questo circuito, il segnale di tensione  $v_o = A_v v_i$  è prelevato all'uscita dell'amplificatore (di cui  $A_v$  rappresenta il guadagno in tensione in assenza di feedback) ed inviato ad un circuito di feedback caratterizzato da una funzione di trasferimento  $\beta$ . L'uscita di questo:  $v_f = \beta v_o$  è poi invertita e sommata al segnale di tensione  $v_s$  fornito dal generatore (la cui impedenza d'uscita è  $R_s$ ). Come si vede dalla figura, la polarità di  $v_f$  è opposta a quella di  $v_s$ , per cui il segnale  $v_f$  è effettivamente sottratto a  $v_s$ . Il segnale  $v_i$  all'ingresso dell'amplificatore è cioè:

$$v_i = v_s - v_f = v_s - \beta v_o$$

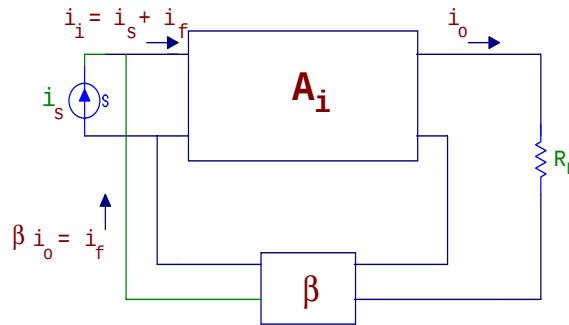


Figura 16.4:

Il fatto che il segnale prelevato in uscita sia una *tensione* è indicato comunemente con il termine "campionamento di tensione" (voltage sampling) o anche "campionamento nodale" (node sampling). Il fatto che il segnale  $v_f = \beta v_o$  all'uscita del circuito di feedback sia sommato in ingresso a  $v_s$  è indicato comunemente con il termine "input seriale" (serial input) o anche "input di maglia" (loop input). Tale tipo di feedback può quindi esser brevemente riassunto come "tensione-serie" (voltage-series; dove il primo dei termini si riferisce all'uscita ed il secondo all'ingresso dell'amplificatore).

La figura 16.4 illustra un secondo tipo di feedback.

In questo circuito, il segnale di corrente  $i_o = A_i i_i$  all'uscita di un amplificatore è l'input al circuito di feedback. L'uscita di questo,  $i_f = \beta i_o$  viene poi sommata al segnale di corrente fornito dal generatore. Perchè il feedback sia, come vogliamo, negativo, occorrerà che  $\beta$  sia negativo. A tale configurazione si dà il nome di feedback "corrente-parallelo" (current-shunt). Ciò poichè il segnale prelevato in uscita è un segnale di corrente e questo è, dopo esser passato attraverso il circuito di feedback che lo moltiplica per  $\beta$ , inviato in parallelo al segnale di corrente  $i_s$  già presente. Si ha cioè:

$$i_i = i_s + i_f = i_s + \beta i_o$$

dove  $\beta$  è negativo.

Notiamo che, sia in questo caso che in quello precedente, il parametro  $\beta$  è adimensionale. Consideriamo ancora un ulteriore tipo di feedback, mostrato in figura 16.5.

In questo circuito, il segnale di corrente  $i_o = G_m v_i$  ( $G_m$  è la transconduttanza dell'amplificatore) è inviato al circuito di feedback caratterizzato dal parametro  $\beta$  (che ora è una "transresistenza"). L'uscita in tensione di questo:  $v_f = \beta i_o$ , viene sommata al segnale  $v_s$  presente in ingresso ed il segnale risultante:  $v_i = v_f + v_s$  è inviato all'ingresso dell'amplificatore. Si parla ora di un feedback "corrente-serie" (current-series) o anche "corrente-tensione". Infatti il segnale prelevato all'uscita dell'amplificatore è un segnale di corrente e quello inviato (in serie) all'ingresso dell'amplificatore è una tensione.

L'ultimo dei tipi di feedback da considerare è quello mostrato nella figura 16.6.

In questo circuito, il segnale di tensione  $v_o = R_m i_i$  (con  $R_m$  la transresistenza dell'amplificatore) è inviato al circuito di feedback. Il parametro  $\beta$  ora sarà una

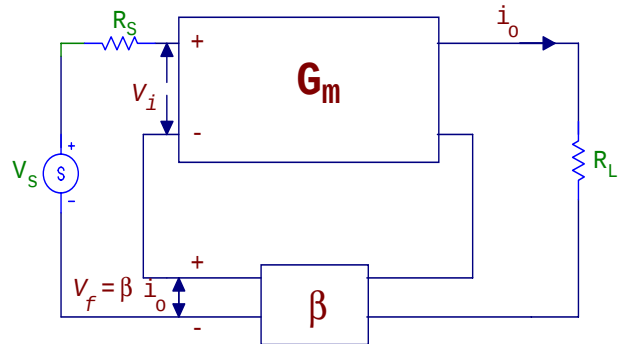


Figura 16.5:

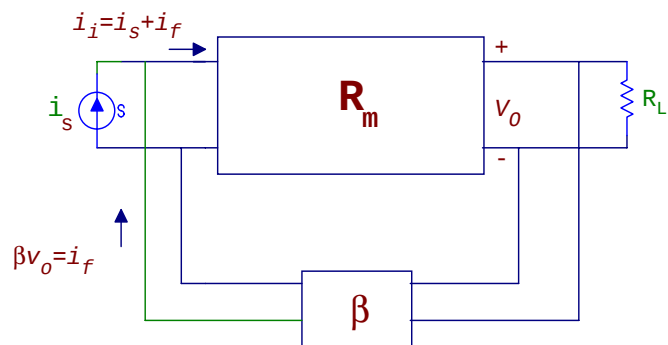


Figura 16.6:

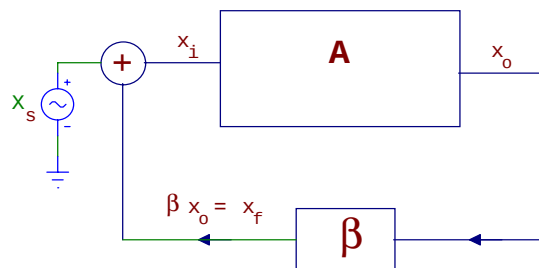


Figura 16.7:

transconduttanza ed avremo:  $i_f = \beta v_o$ . L'uscita  $i_f$  del circuito di feedback viene sommata al segnale di corrente  $i_s$  già presente ed il segnale risultante:

$$i_i = i_s + i_f = i_s + \beta v_o$$

viene inviato all'ingresso dell'amplificatore. Anche in questo caso abbiamo una reazione negativa se  $\beta < 0$ . Si parla in questo caso di un feedback "tensione-parallelo" (voltage-shunt) o anche "tensione-corrente".

Come visto, il parametro  $\beta$  che caratterizza il circuito di feedback è adimensionale nel caso in cui la reazione sia del tipo tensione-serie o corrente-parallelo, mentre esso ha le dimensioni di una transresistenza per un feedback tensione-parallelo e di una transconduttanza nel caso di un feedback corrente-serie.

Ammetteremo nel seguito che siano soddisfatte le seguenti condizioni:

- a** il segnale applicato in ingresso è trasmesso all'uscita attraverso l'amplificatore e non attraverso il circuito di feedback. In altre parole, il circuito di feedback deve essere unidirezionale.
- b** il segnale di feedback è trasmesso all'ingresso attraverso la rete caratterizzata dal parametro  $\beta$  e non attraverso l'amplificatore.
- c**  $\beta$  è indipendente dall'impedenza di carico  $R_L$  e da quella del generatore  $R_s$ .

## 16.5 Feedback: considerazioni generali

Le considerazioni che faremo in questa sezione e le formule che otterremo sono del tutto generali e valgono per uno qualsiasi dei tipi di feedback esaminati. Sia  $x_o$  il segnale all'uscita dell'amplificatore il cui guadagno è  $A$ . Sia  $x_i$  il segnale all'ingresso dell'amplificatore ed  $x_s$  il segnale fornito dal generatore. Sia ancora  $x_f = \beta x_o$  il segnale di feedback. Esaminiamo lo schema generale di figura 16.7:

Si vede facilmente che:

$$x_i = x_s + x_f = x_s + \beta x_o$$

Il guadagno con feedback, che indicheremo con  $A_f$ , è dato da:

$$A_f = \frac{x_o}{x_s} = \frac{x_o}{x_i} \frac{x_i}{x_s} = A \frac{x_s + \beta x_o}{x_s} = A \left( 1 + \beta \frac{x_o}{x_s} \right) = A (1 + \beta A_f)$$

da cui:

$$A_f = \frac{A}{1 - \beta A}$$

Se  $\beta A$  è reale e negativo avremo:

$$|A_f| = \frac{|A|}{1 + |\beta A|}$$

quindi il guadagno con feedback è minore di quello senza feedback:  $|A_f| < |A|$ . Il prodotto  $\beta A$  è noto come "guadagno a catena aperta". Per un amplificatore con feedback negativo il guadagno a catena aperta è reale e negativo. Il feedback riduce il guadagno dell'amplificatore. Se è  $|\beta A| \gg 1$ , il guadagno con reazione sarà:

$$|A_f| = \frac{|A|}{1 + |\beta A|} \approx \frac{|A|}{|\beta A|} = \frac{1}{|\beta|}$$

Vediamo quindi che in tali circostanze il guadagno dell'amplificatore non dipende più da  $A$ , ma solo dal parametro  $\beta$  che caratterizza la maglia di reazione.

Il feedback negativo ha numerosi aspetti che migliorano le prestazioni degli amplificatori. Questi sono descritti nelle prossime sezioni.

### 16.5.1 Proprietà della retroazione negativa

Esistono numerosi aspetti della retroazione negativa che possono essere utilizzati per migliorare la risposta di un amplificatore. A seconda delle esigenze, uno degli aspetti può prevalere sugli altri e può dettare determinate modifiche progettuali. Gli aspetti principalmente utilizzati sono i seguenti:

- stabilizzazione del punto di lavoro
- ottimizzazione della resistenza d'ingresso e d'uscita
- stabilizzazione del guadagno rispetto a variazioni di temperatura e/o dei parametri dei componenti
- modifica della banda passante
- riduzione dei disturbi
- miglioramento della linearità.

### 16.5.2 Funzione di sensibilità di un amplificatore con feedback

Vediamo ora come il guadagno di un amplificatore con reazione dipenda dal guadagno intrinseco dell'amplificatore senza feedback, che abbiamo chiamato  $A$ .

Ammettiamo che il guadagno  $A$  subisca, per cause non previste, una variazione  $dA$ . Calcoliamo la conseguente variazione di  $A_f = A/(1 - \beta A)$ :

$$dA_f = \frac{dA}{1 - \beta A} + \frac{A\beta dA}{(1 - \beta A)^2} = \frac{dA}{(1 - \beta A)^2}$$

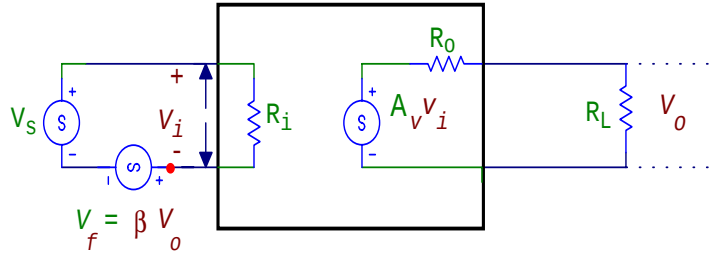


Figura 16.8:

per cui la variazione relativa di  $A_f = dA_f/A_f$  è:

$$\frac{dA_f}{A_f} = \frac{dA}{A} \frac{1}{1 - \beta A}$$

Poichè, in presenza di feedback negativo, la frazione che moltiplica  $dA/A$  è minore di 1, vediamo che la variazione percentuale di  $A_f$  è inferiore alla variazione percentuale di  $A$ . Il rapporto delle variazioni percentuali:

$$\frac{dA_f/A_f}{dA/A} = \frac{1}{1 - \beta A} \quad (16.1)$$

è noto come "sensibilità" dell'amplificatore con feedback. Vediamo quindi che, se la grandezza  $-\beta A$  è molto maggiore di 1, una variazione percentuale di  $A$  si riflette in una variazione percentuale  $|\beta A|$  volte più piccola in  $A_f$ . Ovviamente, il guadagno dell'amplificatore risulta ridotto della stessa quantità.

## 16.6 Effetto del feedback negativo sull'impedenza d'ingresso e su quella d'uscita degli amplificatori

### 16.6.1 Impedenze d'ingresso

In questa sezione esamineremo l'effetto che ciascuno dei tipi di feedback esaminati ha sulle impedenze d'ingresso. Come vedremo, ciò che è importante agli effetti di tali impedenze non è il tipo di *campionamento* effettuato all'uscita dell'amplificatore, ma solo il tipo di *confronto* effettuato all'ingresso.

#### Feedback tensione-serie

Cominciamo con il considerare il caso di un feedback tensione-serie, come mostrato<sup>1</sup> in figura 16.8.

<sup>1</sup>Nella figura abbiamo esplicitamente indicato la polarità del feedback  $v_f$ , cioè ora  $\beta$  è positivo, mentre il feedback continua ad esser negativo

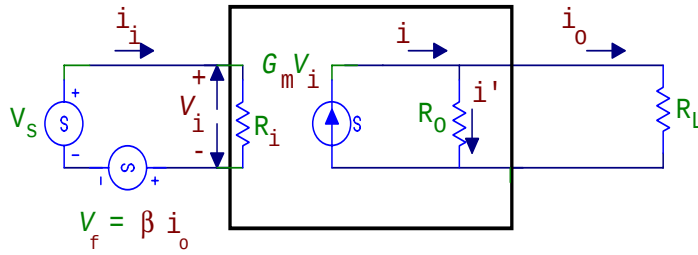


Figura 16.9:

$A_v$  indica il guadagno in tensione dell'amplificatore. L'impedenza d'ingresso è definita come il rapporto tra la tensione del generatore e la corrente da esso erogata:

$$R_{if} = \frac{v_s}{i_i}$$

Dall'esame della maglia d'ingresso otteniamo:

$$v_s = i_i R_i + v_f = i_i R_i + \beta v_o \quad (16.2)$$

La maglia d'uscita fornisce:

$$v_o = A_v v_i \frac{R_L}{R_o + R_L} = A_V v_i$$

dove abbiamo introdotto il guadagno senza feedback:

$$A_V = A_v \frac{R_L}{R_o}$$

che tiene conto della resistenza di carico  $R_L$ . Poichè è:  $v_i = R_i i_i$ , si ha poi:

$$v_o = A_V R_i i_i$$

che, sostituita nella 16.2, ci dà:

$$v_s = i_i R_i (1 + \beta A_V)$$

ed infine:

$$R_{if} = \frac{v_s}{i_i} = R_i (1 + \beta A_V)$$

Vediamo così che, in questo tipo di reazione, l'impedenza d'ingresso viene ad essere accresciuta di un fattore  $1 + \beta A_V$ . Per  $\beta A_V \rightarrow \infty$ ,  $R_{if} \rightarrow \infty$ .

## Feedback corrente-serie

Esaminiamo ora il feedback corrente-serie, mostrato in figura 16.9.

Conviene in questo caso, come abbiamo fatto in figura, schematizzare l'amplificatore tramite la sua transconduttanza  $G_m = i/v_i$ . Il coefficiente di feedback  $\beta$  è ora una transresistenza.

Dalla maglia d'uscita troviamo:

$$i_o = G_m v_i \frac{R_o}{R_o + R_L} = G_M v_i$$

dove:

$$G_M = G_m \frac{R_o}{R_o + R_L}$$

è la transconduttanza dell'amplificatore che tiene conto del carico  $R_L$ . Inoltre è:

$$v_i = R_i i_i$$

per cui:

$$i_o = G_M v_i = G_M R_i i_i$$

La maglia d'ingresso fornisce:

$$v_s = v_i + v_f = R_i i_i + \beta i_o = R_i i_i + \beta G_M R_i i_i = R_i i_i (1 + \beta G_M)$$

da cui:

$$R_{if} = \frac{v_s}{i_i} = R_i (1 + \beta G_M)$$

Vediamo quindi che anche in questo caso l'impedenza d'ingresso aumenta per effetto del feedback; il fattore di cui essa aumenta è ancora una volta uguale a  $(1 + \beta G_M)$ , analogamente a quanto accadeva nel caso precedente. Vediamo così che l'impedenza d'ingresso aumenta di  $(1 + \beta G)$  (dove  $G$  è, in generale, il guadagno dell'amplificatore) se il feedback riporta in ingresso un segnale di tensione, cioè se il *confronto* all'ingresso avviene in una maglia, qualunque sia il tipo di campionamento in uscita. Vedremo invece che quest'ultimo ha un effetto sull'impedenza d'uscita.

## Feedback tensione-parallelo

Esaminiamo infine il feedback di tipo tensione-parallelo, schematizzato in figura 16.10.

L'impedenza d'ingresso è:

$$R_{if} = \frac{v_i}{i_s} = \frac{R_i i_i}{i_s}$$

con:

$$i_s = i_i + \beta v_o$$

Dalla maglia d'uscita si ha:

$$v_o = R_m i_i \frac{R_L}{R_o + R_L} = R_M i_i$$

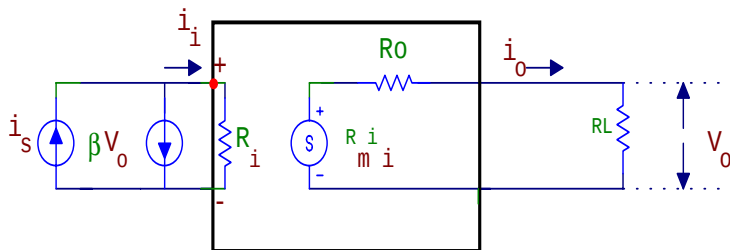


Figura 16.10:

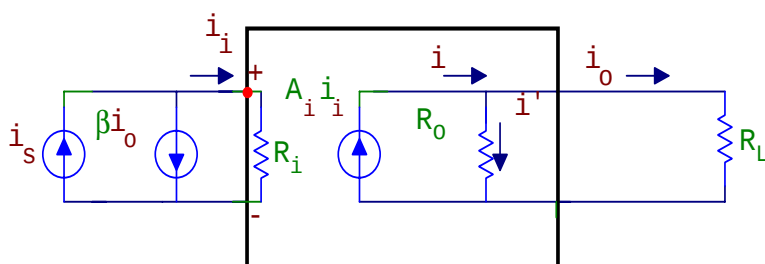


Figura 16.11:

con:

$$R_M = R_m \frac{R_L}{R_o + R_L}$$

Si ha con ciò:

$$i_s = i_i (1 + \beta R_M)$$

e quindi:

$$R_{if} = \frac{R_i i_i}{i_s} = \frac{R_i}{1 + \beta R_M}$$

Cioè, anche in questo caso, come in quello precedente, la resistenza d'ingresso diminuisce del fattore  $1 + \beta A$ , con  $A$  (uguale ad  $R_M$  nel caso attuale) il guadagno dell'amplificatore senza reazione.

### Feedback corrente-parallelo

Proseguendo con la nostra analisi delle impedenze d'ingresso, consideriamo un feedback del tipo corrente-parallelo, come quello mostrato in figura 16.11

Dalla maglia d'ingresso abbiamo:

$$i_s = i_i + i_f = i_i + \beta i_o$$

e, dalla maglia d'uscita:

$$i_o = A_i i_i \frac{R_o}{R_o + R_L} \equiv A_I i_i$$

dove:

$$A_I = A_i \frac{R_o}{R_o + R_L}$$

è il guadagno in corrente dell'amplificatore, che tiene conto del carico  $R_L$ . Da queste equazioni si ottiene poi:

$$i_s = i_i + \beta A_I i_i = i_i (1 + \beta A_I)$$

e, poichè  $R_{if}$  è definita come:

$$R_{if} = \frac{v_i}{i_s} = \frac{i_i R_i}{i_s}$$

ne segue:

$$R_{if} = \frac{R_i}{1 + \beta A_I}$$

Vediamo quindi che nel caso attuale l'impedenza d'ingresso è *minore* di quella in assenza di feedback, del medesimo fattore  $(1 + \beta A)$  che era presente, a fattore moltiplicativo, nei due casi iniziali.

## 16.6.2 Considerazioni generali

Poichè gli ultimi due casi esaminati avevano come caratteristica comune la reazione in parallelo (cioè di corrente) nella maglia d'ingresso, vediamo che è tale caratteristica a determinare la diminuzione dell'impedenza d'ingresso.

Abbiamo visto quindi che, se il segnale di feedback viene riportato in ingresso sotto forma di un segnale di tensione (cioè in serie) l'impedenza d'ingresso aumenta, mentre essa diminuisce se il feedback è parallelo (corrente). Ciò indipendentemente dal tipo di campionamento in uscita (tensione o corrente). Ciò può esser facilmente compreso se si pensa che, nel caso in cui il feedback (negativo) sia di tensione, questo farà sì che la tensione ai capi di  $R_i$  sia minore della tensione del generatore, che ha un valore costante  $v_s$ . Di conseguenza sarà minore la corrente che fluisce in  $R_i$  e, poichè tale corrente è erogata in ultima analisi dal generatore, il rapporto tra tensione e corrente erogata, cioè la resistenza d'ingresso, sarà maggiore.

Se invece si realizza un feedback (negativo) di corrente, avremo una minor corrente in  $R_i$ , il che implica una minore differenza di potenziale ai capi di  $R_i$ . Poichè ora ciò avviene ad  $i_s$  costante, la resistenza d'ingresso  $v_i/i_s$  sarà minore di quella che si avrebbe in assenza di feedback.

### 16.6.3 Impedenze d'uscita

Esaminiamo ora la resistenza d'uscita. Vediamo dapprima di capire qualitativamente ciò che dobbiamo aspettarci, distinguendo i due casi di un campionamento di tensione e di corrente. Se il campionamento è quello della tensione in uscita, l'effetto del feedback sarà, come sappiamo, quello di fornire in uscita, a circuito aperto, una tensione minore di quella dell'amplificatore non reazionato. Poichè l'impedenza d'uscita è definita come il rapporto: *tensione a circuito aperto/corrente a circuito chiuso* dove la corrente a circuito chiuso non è influenzata dal feedback di tensione, visto che a circuito chiuso non c'è feedback (si annulla cioè la tensione in uscita), vediamo che l'impedenza d'uscita è ridotta dal feedback, della stessa quantità incontrata prima (cioè  $1 + \beta A$ ). Analogamente, se il campionamento è di corrente, l'effetto del feedback sarà quello di fornire, a parità di tensione in uscita (la tensione a circuito aperto, che non è influenzata dal feedback, poichè a circuito aperto si annulla la corrente e quindi il feedback) una corrente a circuito chiuso minore di quella che si ha in assenza di feedback. Di conseguenza la resistenza d'uscita aumenta del medesimo fattore  $1 + \beta A$  di cui diminuisce la corrente.

Esamineremo ora in dettaglio i due casi di feedback: campionamento di tensione e campionamento di corrente. Il tipo di confronto effettuato all'ingresso dell'amplificatore è irrilevante.

#### Feedback con campionamento di tensione

Consideriamo il feedback tensione-serie di figura 16.8.

Per calcolare la resistenza d'uscita  $R_{of}$  poniamo  $v_s = 0$ , eliminiamo  $R_L$  ed applichiamo tra i terminali d'uscita una differenza di potenziale  $v_o$ . L'impedenza d'uscita è allora:

$$R_{of} = \frac{v_o}{i_o}$$

dove  $i_o$  è la corrente che fluisce nella maglia d'uscita. Abbiamo:

$$i_o = \frac{v_o - A_v v_i}{R_o} = \frac{v_o + A_v \beta v_o}{R_o}$$

poichè, avendo posto  $v_s = 0$  si ha:

$$v_i = -v_f = -\beta v_o$$

Ne segue:

$$R_{of} = \frac{v_o}{i_o} = \frac{R_o}{1 + \beta A_v}$$

La resistenza d'uscita in presenza di  $R_L$  sarà:

$$R'_{of} = R_{of} || R_L = \frac{R_o R_L}{(R_o + R_L) \left( 1 + \beta \frac{R_L}{R_o + R_L} A_v \right)}$$

che, ricordando la definizione di  $A_V$  e posto  $R'_o = R_o || R_L$ , diventa:

$$R'_{of} = \frac{R'_o}{1 + \beta A_V}$$

## Feedback con campionamento di corrente

Consideriamo infine il caso di un feedback corrente-serie, come quello di fig 16.9. Per calcolare l'impedenza d'uscita, immaginiamo di cortocircuitare  $v_s$ , di applicare tra i terminali d'uscita una differenza di potenziale  $v_o$  e calcoliamo la corrente  $i_o$ . Dall'analisi della maglia d'uscita otteniamo per la corrente in  $R_o$ :

$$i' = G_m v_i - i_o$$

da cui:

$$v_o = R_o i' = G_m v_i R_o - R_o i_o$$

mentre dalla maglia d'ingresso si ottiene:

$$v_i = -\beta i_o$$

(poichè  $v_s$  è stato cortocircuitato).

Si ottiene quindi:

$$v_o = -G_m R_o \beta i_o - R_o i_o = -R_o i_o (1 + G_m \beta)$$

e per la resistenza d'uscita :

$$R_{of} = -\frac{v_o}{i_o} = R_o (1 + \beta G_m)$$

Quindi, come previsto, la resistenza d'uscita con feedback è maggiore di quella senza feedback del fattore  $1 + \beta G_m$ . L'impedenza d'uscita in presenza di  $R_L$  sarà poi il parallelo di  $R_{of}$  ed  $R_L$ .

### 16.6.4 Effetto del feedback sulle impedenze d'ingresso e d'uscita: sommario

La tabella che segue riassume l'effetto che la reazione negativa ha sulle impedenze d'ingresso e d'uscita nei quattro casi esaminati.

| Tipo di reazione   | $R_{if}$              | $R_{of}$              |
|--------------------|-----------------------|-----------------------|
| tensione-serie     | $R_i(1 + \beta A_V)$  | $R_o/(1 + \beta A_v)$ |
| corrente-serie     | $R_i(1 + \beta G_M)$  | $R_o(1 + \beta G_m)$  |
| tensione-parallelo | $R_i/(1 + \beta R_M)$ | $R_o/(1 + \beta R_m)$ |
| corrente-parallelo | $R_i/(1 + \beta A_I)$ | $R_o(1 + \beta A_i)$  |

## 16.7 Individuazione del tipo di reazione

Non è sempre facile determinare il tipo di reazione presente in un circuito.

É utile seguire i seguenti criteri generali per individuare il tipo di segnale (tensione o corrente) prelevato all'uscita di un amplificatore ed il modo (seriale o parallelo) in cui esso viene sommato al segnale in ingresso.

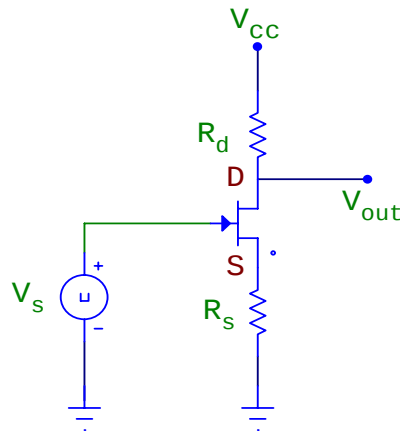


Figura 16.12:

Per quel che concerne il tipo di segnale, è ovvio che se esso è di corrente, continuerà ad esser presente se il carico viene cortocircuitato. Viceversa, se il tipo di segnale è di tensione, esso si annullerà con il carico in cortocircuito.

Alternativamente, se il tipo di segnale è di corrente, esso si annullerà quando l'impedenza del carico divenga infinitamente grande. Con tale valore dell'impedenza il feedback non si annulla se esso è di tensione.

Riassumendo, possiamo dire che il tipo di campionamento è di corrente se esso si annulla quando l'impedenza del carico divenga infinita; è invece di tensione se esso si annulla quando si porti a zero l'impedenza del carico.

Per quel che concerne invece il modo (serie o parallelo) in cui il segnale di feedback viene sommato al segnale in ingresso, si può facilmente intuire che avremo una somma di tipo "serie" se essa viene effettuata in una maglia. Avremo invece una somma di tipo "parallelo" se essa viene effettuata in un nodo. Per chiarire meglio questi concetti vediamo alcuni esempi, a cominciare da quello di figura 16.12.

Qui abbiamo un amplificatore che utilizza un J-FET a canale n. Se  $v_{gs}$  aumenta, aumenterà la corrente nel canale e quindi nelle resistenze  $R_d$  ed  $R_s$ . Il potenziale del drain diminuirà mentre aumenterà quello del source, il che farà diminuire  $v_{gs}$ . Abbiamo quindi un feedback negativo. Vediamo che il campionamento è di corrente; infatti il feedback si annulla se  $R_d$  diviene infinitamente grande (con che si annulla la corrente). Esso invece continua ad esser presente se  $R_d$  diviene nullo.

Il segnale di feedback è riportato in ingresso sotto forma di una differenza di potenziale ai capi di  $R_s$ ; questa si somma (con il segno cambiato) a  $v_s$ . Vediamo che la somma avviene nella maglia d'ingresso. Si tratta quindi di un feedback seriale. In definitiva il circuito disegnato è un esempio di feedback corrente-serie. Debbono quindi aumentare sia l'impedenza d'ingresso  $R_i$  che quella d'uscita  $R_o$ .

Consideriamo invece il circuito di figura 16.13:

In questo circuito il segnale di feedback si annullerebbe se la tensione di collettore  $v_c$  divenisse nulla. Abbiamo quindi un campionamento di tensione. Inoltre il segnale di feedback si somma a quello in ingresso in un nodo; si ha quindi una somma di tipo parallelo. Nel nodo d'ingresso si somma la corrente  $i_s$  e quella di feedback  $i_f$ . Avremo quindi che la resistenza d'ingresso  $R_i$  diminuisce, mentre quella d'uscita  $R_o$  aumenta.

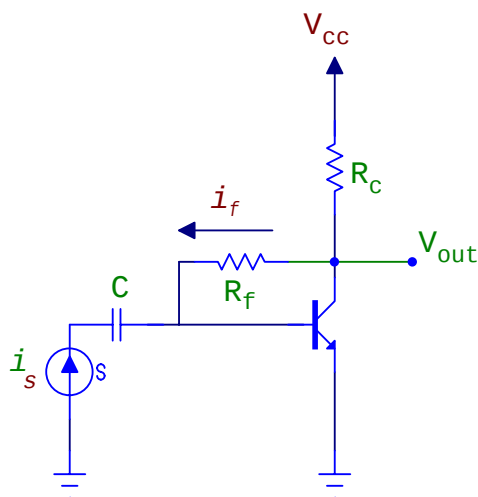


Figura 16.13:

Esaminiamo come ulteriore esempio quello di figura 16.14.

Vediamo che ora la somma avviene in un nodo (la base del transistor bipolare) e quindi si ha una somma di correnti (confronto di tipo parallelo). Il segnale è prelevato sul source del J-FET. Esso si annullerebbe se la resistenza di carico ( $R_d$  nel nostro caso) divenisse infinitamente grande (con che si annullerebbe la corrente in  $T_2$ ). Abbiamo in definitiva una reazione di tipo corrente-parallelo (current-shunt). La resistenza d'ingresso  $R_i$  ora diminuisce, mentre aumenta quella d'uscita  $R_o$ .

I circuiti di figura 16.15 mostrano infine un esempio di ciascuno dei quattro tipi di feedback, nel caso di un amplificatore operazionale. È facile verificare, facendo uso dei criteri delineati in questa sezione, che il tipo di feedback presente in ciascun caso è quello indicato nella figura.

## 16.8 Analisi dettagliata dei circuiti con feedback

Esaminiamo ora in dettaglio un esempio di circuito con feedback. Consideriamo il caso di un amplificatore invertente, come quello mostrato in figura 16.16 in cui un segnale di tensione è prelevato in uscita e riportato sull'ingresso tramite una resistenza di feedback  $R_f$ .

Il segnale riportato in ingresso è tale che la corrente ad esso associata si somma alla corrente erogata dal generatore. Si tratta chiaramente di un feedback "tensione-parallelo".

Per semplificare l'analisi di tale circuito, è opportuno sostituirlo con il circuito equivalente di figura 16.17. Qui abbiamo indicato con  $v_d$  la differenza di potenziale ai capi della resistenza d'ingresso  $R_i$  dell'operazionale.

Il circuito di feedback potrebbe in realtà esser più complicato di quello rappresentato da una singola resistenza. Per descrivere tali situazioni potremo sostituire nel circuito equivalente il generatore  $V_L$  con  $kV_L$ , dove  $k$  è una costante.

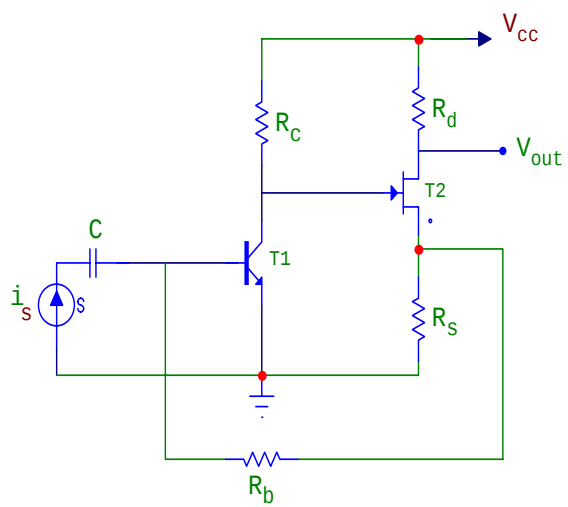


Figura 16.14:

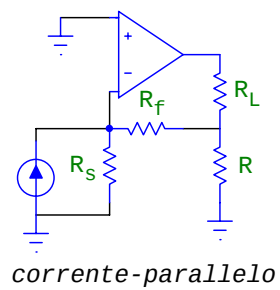
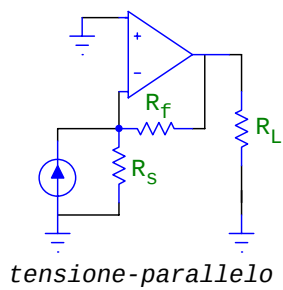
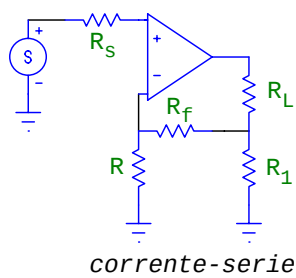
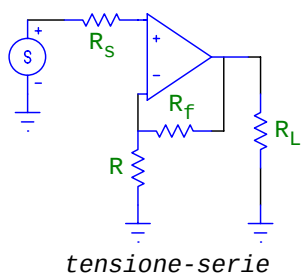


Figura 16.15:

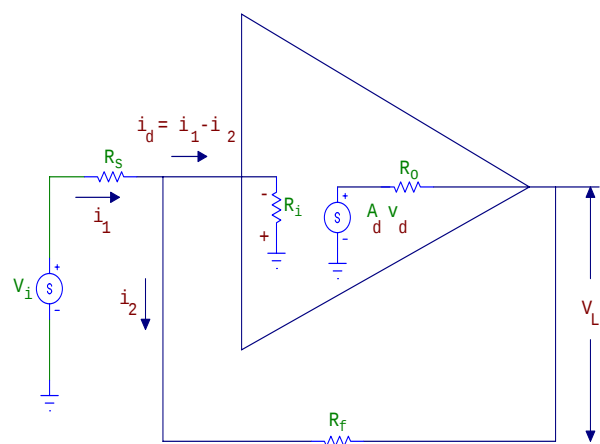


Figura 16.16:

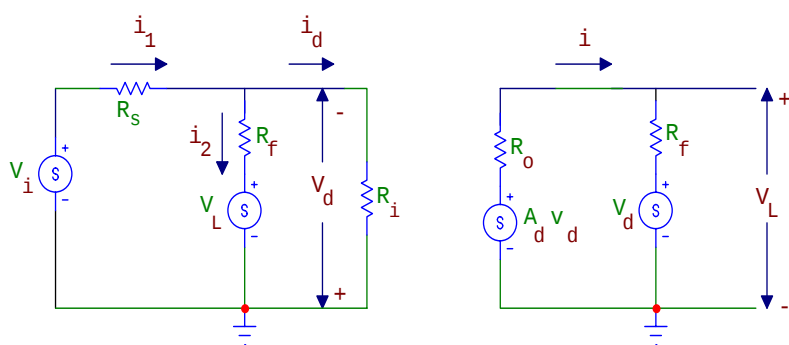


Figura 16.17:

Scriviamo ora le equazioni per il circuito disegnato. Dalla maglia di sinistra si ottiene:

$$\begin{aligned}
 i_1 &= \frac{v_i + v_d}{R_s} \\
 i_2 &= -\frac{v_d + v_L}{R_f} \\
 i_d &= i_1 - i_2 = \frac{v_i + v_d}{R_s} + \frac{v_L + v_d}{R_f} = -\frac{v_d}{R_i}
 \end{aligned} \tag{16.3}$$

Dalla maglia di destra:

$$\begin{aligned}
 i &= \frac{A_d v_d + v_d}{R_o + R_f} \\
 v_L &= A_d v_d - R_o i = A_d v_d - \frac{R_o}{R_o + R_f} A_d v_d - \frac{R_o}{R_o + R_f} v_d = \\
 &= v_d \left( A_d - A_d \frac{R_o}{R_o + R_f} - \frac{R_o}{R_o + R_f} \right)
 \end{aligned}$$

Se  $R_o \ll R_f$ , il secondo ed il terzo termine in parentesi saranno trascurabili rispetto al primo e si avrà:

$$v_L \approx A_d v_d \tag{16.4}$$

Dall'equazione 16.3:

$$\frac{v_i + v_d}{R_s} + \frac{v_L + v_d}{R_f} = -\frac{v_d}{R_i}$$

si ha:

$$v_d \left( \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_i} \right) = -\frac{v_i}{R_s} - \frac{v_L}{R_f}$$

Trascurando il termine  $1/R_i$  rispetto agli altri due termini in parentesi e facendo uso della 16.4, l'ultima equazione scritta diventa:

$$\frac{v_L}{A_d} \frac{R_f + R_s}{R_f R_s} + \frac{v_L}{R_f} = -\frac{v_i}{R_s}$$

da cui si ottiene:

$$v_L = -\frac{(A_d v_i / R_s) R_{fs}}{1 + (A_d / R_f) R_{fs}} \tag{16.5}$$

dove abbiamo indicato con il simbolo  $R_{fs}$  la quantità:

$$\frac{R_f R_s}{R_f + R_s}$$

Se il termine:

$$\frac{A_d}{R_f} R_{fs}$$

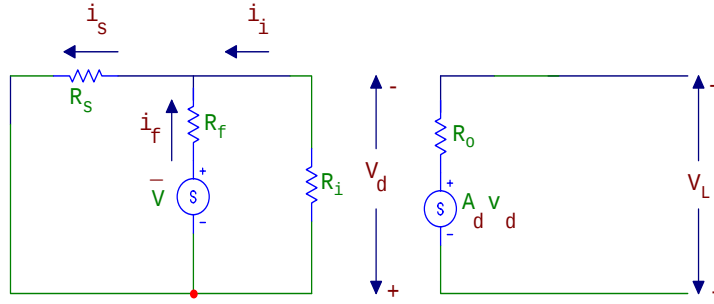


Figura 16.18:

che compare a denominatore è molto maggiore di 1, la 16.5 si semplifica:

$$v_L = -v_i \frac{R_f}{R_s}$$

cioè la tensione d'uscita non dipende più dal parametro  $A_d$ .

Il termine:

$$-A_d \frac{R_{fs}}{R_f}$$

che compare a denominatore della 16.5 va sotto il nome di "guadagno di maglia" (loop gain). Si può facilmente verificare che esso coincide con il guadagno della catena quando si supponga nulla l'eccitazione esterna  $v_i$ .

Infatti, in tal caso il circuito diventa quello della figura 16.18:

Qui l'eccitazione è costituita da  $\bar{v}$ , mentre l'uscita è, come prima,  $v_L$ . Nel ramo destro abbiamo fatto uso dell'approssimazione:  $v_L \approx A_d v_d$ . Il guadagno di maglia (loop gain) sarà ora calcolabile facendo uso delle seguenti equazioni:

$$i_s = i_f + i_i$$

con:

$$i_f = \frac{\bar{v} + v_d}{R_f}$$

$$i_i = -\frac{v_d}{R_i}$$

$$i_s = -\frac{v_d}{R_s}$$

da cui:

$$\frac{\bar{v} + v_d}{R_f} - \frac{v_d}{R_i} = -\frac{v_d}{R_s}$$

e poi:

$$v_d \left( \frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_s} \right) = -\frac{\bar{v}}{R_f}$$

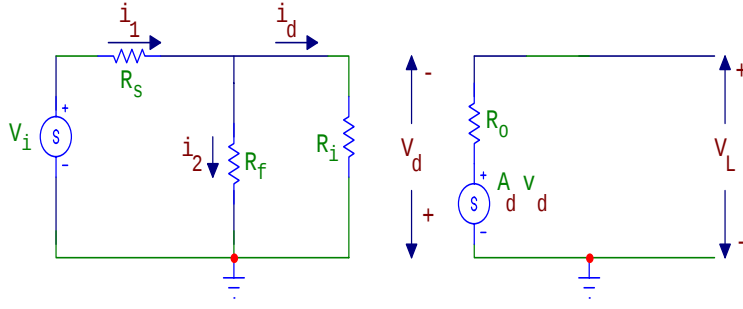


Figura 16.19:

Trascurando  $1/R_i$  rispetto agli altri termini in parentesi e facendo uso della:  $v_L = A_d v_d$ , questa diviene:

$$\frac{v_L}{A_d} \left( \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_s} \right) = -\frac{\bar{v}}{R_f}$$

ed il guadagno di maglia sarà:

$$\frac{v_L}{\bar{v}} = -A_d \frac{R_{fs}}{R_f} \equiv A_d \beta \quad (16.6)$$

con:

$$\beta = -\frac{R_{fs}}{R_f}$$

Il termine che compare a numeratore della 16.5:

$$-A_d \frac{R_{fs}}{R_s}$$

va sotto il nome di "guadagno a catena aperta" (open loop gain) o anche "guadagno senza feedback". Questo è calcolabile a partire dal circuito equivalente di figura 16.19:

L'assenza del feedback consiste qui nell'assenza della sorgente dipendente  $v_L$  nel ramo sinistro e nella simultanea assenza della sorgente  $v_d$  in serie con  $R_f$  nel ramo destro di figura 16.17. Il guadagno di questo circuito è ora ottenibile dalle equazioni:

$$v_d = -\frac{v_i}{R_s + R_{if}} R_{if} \approx -v_i \frac{R_f}{R_s + R_f} = -v_i \frac{R_{fs}}{R_s}$$

dove si è ammesso che sia  $R_i \gg R_f$ . Inoltre è:

$$v_L = A_d v_d = -A_d \frac{R_{fs}}{R_s} v_i$$

Il guadagno a catena aperta è quindi:

$$A_o \equiv \frac{v_L}{v_i} = -A_d \frac{R_{fs}}{R_s} \quad (16.7)$$

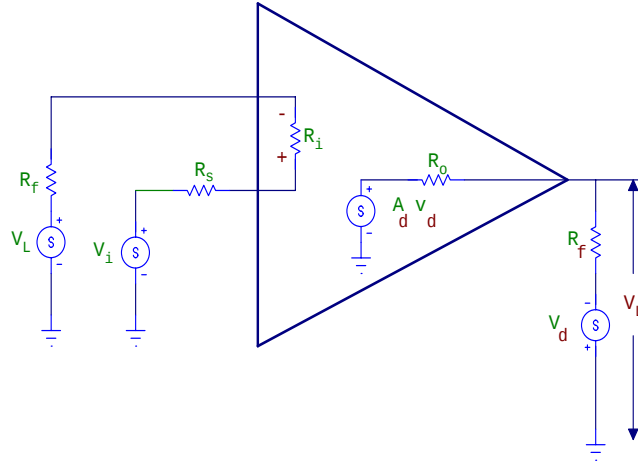


Figura 16.20:

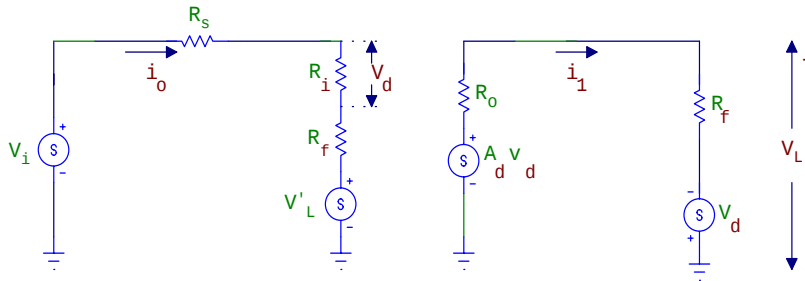


Figura 16.21:

Facendo ora uso delle equazioni 16.5, 16.6 e 16.7, il guadagno complessivo può esser messo nella forma:

$$A_V = \frac{v_L}{v_i} = -\frac{A_d R_{fs} / R_s}{1 + A_d R_{fs} / R_f} = \frac{A_o}{1 - A_d \beta}$$

Notiamo che il parametro  $\beta$  regola l'ammontare di feedback. Se  $\beta = 0$  non ci sarà feedback. Se  $-A_d \beta$  diviene grande rispetto ad 1, il guadagno  $A_V$  dell'amplificatore con feedback tende a:

$$A_V \rightarrow -\frac{R_f}{R_s}$$

cioè diviene indipendente dal guadagno intrinseco  $A_d$  dell'amplificatore.

Ciò fa sì che, via via che aumenta il guadagno di maglia, il guadagno con feedback divenga sempre meno sensibile a variazioni di temperatura o a variazioni dei parametri dei componenti che costituiscono l'amplificatore.

Esaminiamo, come secondo esempio, quello di un feedback del tipo tensione-serie, come mostrato in figura 16.20:

Il circuito equivalente è quello di figura 16.21, dove:

$$v'_L = v_L$$

e dove abbiamo indicato con  $v_d$  la differenza di potenziale ai capi di  $R_i$ .

Cominciamo col calcolare il guadagno a catena aperta (guadagno in assenza di feedback), definito da:

$$A_o = \left( \frac{v_L}{v_i} \right)_{v'_L=0}$$

Possiamo scrivere:

$$\left( \frac{v_L}{v_i} \right)_{v'_L=0} = \left( \frac{v_L}{v_d} \right)_{v'_L=0} \left( \frac{v_d}{v_i} \right)$$

dove il primo termine a secondo membro può esser ottenuto facendo uso della maglia di sinistra ed il secondo di quella di destra. Da quest'ultima otteniamo:

$$v_L = R_f i_1 - v_d$$

con:

$$i_1 = \frac{A_d v_d + v_d}{R_o + R_f} = \frac{v_d}{R_o + R_f} (1 + A_d)$$

da cui:

$$v_L = \frac{v_d}{R_o + R_f} (R_f A_d - R_o)$$

$$\left( \frac{v_L}{v_d} \right)_{v'_L=0} = \frac{R_f A_d - R_o}{R_o + R_f}$$

Dalla maglia di sinistra otteniamo poi:

$$\left( \frac{v_d}{v_i} \right)_{v'_L=0} = \frac{R_i}{R_s + R_i + R_f}$$

e quindi:

$$\left( \frac{v_L}{v_i} \right)_{v'_L=0} = \frac{R_f A_d - R_o}{R_o + R_f} \frac{R_i}{R_s + R_i + R_f}$$

Se ora facciamo l'approssimazione:

$$R_o \ll R_f$$

$$R_f + R_s \ll R_i$$

si ottiene:

$$A_o = \left( \frac{v_o}{v_i} \right)_{v'_L=0} \approx A_d$$

(guadagno a catena aperta)

Il guadagno di maglia  $A_d \beta$  può esser ottenuto dal circuito equivalente di figura 16.22:

Con riferimento ai componenti indicati in figura, otteniamo per il prodotto  $A_d \beta$ , definito al solito come:

$$A_d \beta \equiv \left( \frac{v_L}{v'_L} \right)_{v_i=0}$$

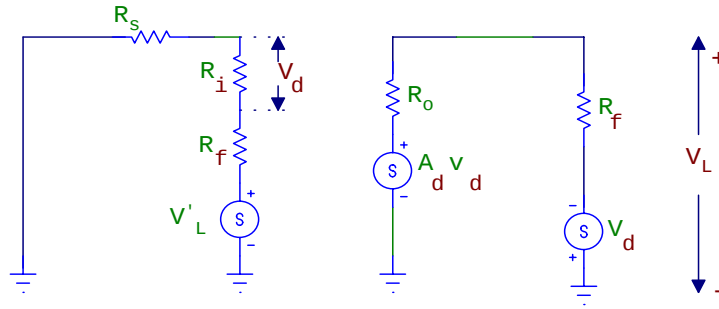


Figura 16.22:

$$A_d \beta = \frac{v_L}{v_d} \frac{v_d}{v'_L} = \frac{R_f A_d - R_o}{R_o + R_f} \left( \frac{-R_i}{R_s + R_i + R_f} \right)$$

che, nella medesima approssimazione già adottata in precedenza è uguale a  $-A_d$ . Il guadagno con reazione sarà allora:

$$A_r = \frac{v_L}{v_i} = \frac{A_o}{1 - A_d \beta} = \frac{A_d}{1 + A_d}$$

Se nell'esempio fatto avessimo avuto un feedback  $v'_L = k v_L$  (anzichè  $v'_L = v_L$ ) avremmo trovato:

$$A_r = \frac{A_d}{1 + k A_d}$$

che tende ad  $1/k$  per  $A_d$  molto grande.

## 16.9 Risposta in frequenza di un amplificatore con feedback

L'introduzione della reazione negativa in un amplificatore modifica la risposta in frequenza nel senso di ampliare la banda passante. Vediamo brevemente come ciò avvenga.

Ammettiamo che la risposta in frequenza dell'amplificatore non reazionato sia del tipo:

$$A(s) = \frac{A_o}{1 + s/\omega_1} \quad (16.8)$$

dove abbiamo adoperato la variabile complessa  $s$  al posto di  $\omega$ . Tale risposta, nel campo della variabile  $\omega$ , è del tipo mostrato in figura 16.23 (plot di Bode per il modulo di  $A(s)$ ).

La risposta reale è quella descritta dalla curva tratteggiata. Le rette a tratto continuo indicano l'andamento asintotico per  $\omega \ll \omega_1$  e per  $\omega \gg \omega_1$ . Nel primo caso la risposta è una costante  $|A(s)| = A_o$ ; nel secondo si ha un'andamento decrescente, ad un rate di 6 dB/ottava.

Tale amplificatore è chiaramente un passa-basso, con una pulsazione di taglio superiore  $\omega = \omega_1$ . (Per  $\omega = \omega_1$  la risposta reale è dimezzata rispetto al valore a bassa frequenza).

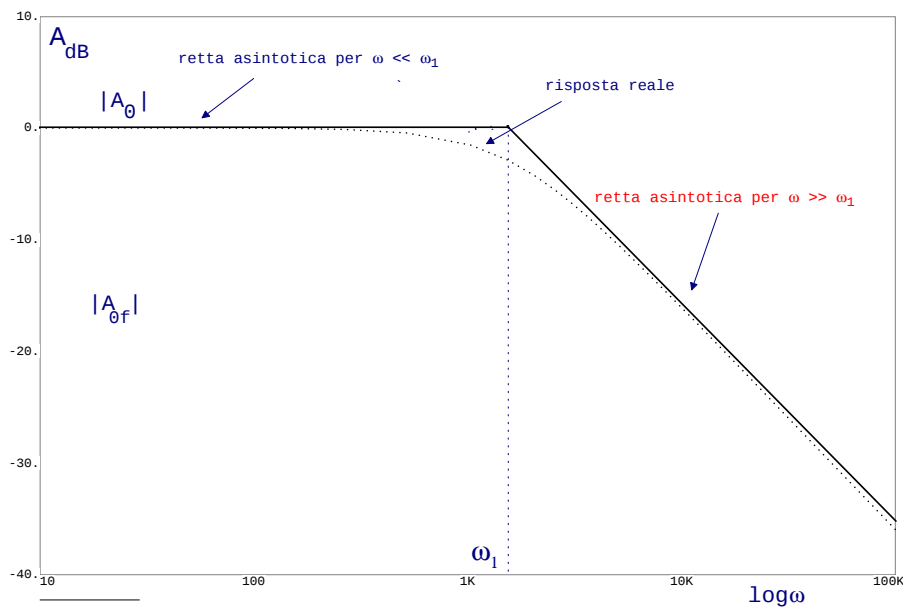


Figura 16.23:

Vediamo ora cosa accade se introduciamo un feedback negativo, caratterizzato da un coefficiente  $\beta$  che non dipenda dalla frequenza. Il guadagno sarà ora dato da:

$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta A(s)} = \frac{A_o}{(1 + s/\omega_1) + \beta A_o} =$$

$$= \frac{A_o}{(1 + \beta A_o) \left(1 + \frac{s}{\omega_1(1 + \beta A_o)}\right)}$$

Questa può esser concisamente riscritta come:

$$A_f(s) = \frac{A_{of}}{1 + s/\omega_{1f}} \quad (16.9)$$

dove:

$$A_{of} = \frac{A_o}{1 + \beta A_o}$$

$$\omega_{1f} = \omega_1(1 + \beta A_o)$$

Vediamo dal confronto tra la 16.8 e la 16.9 che il guadagno  $A_o$  è ridotto del noto fattore  $1 + \beta A_o$ , mentre al posto della pulsazione di taglio  $\omega_1$  ora compare  $(1 + \beta A_o)\omega_1$ . La pulsazione di taglio è quindi ora  $(1 + \beta A_o)$  volte più grande di quella che si aveva in assenza di feedback. La banda passante si è cioè allargata. Il nuovo andamento di  $|A|_{dB}$  è confrontato con quello senza feedback in figura 16.24.

Notiamo che, come è chiaro dall'equazione 16.9, la pendenza della retta che descrive l'andamento asintotico a frequenze angolari  $\omega \ll \omega_1$  è sempre di 6 dB/ottava.

Notiamo inoltre che:

$$A_{of}\omega_{1f} = A_o\omega_1$$

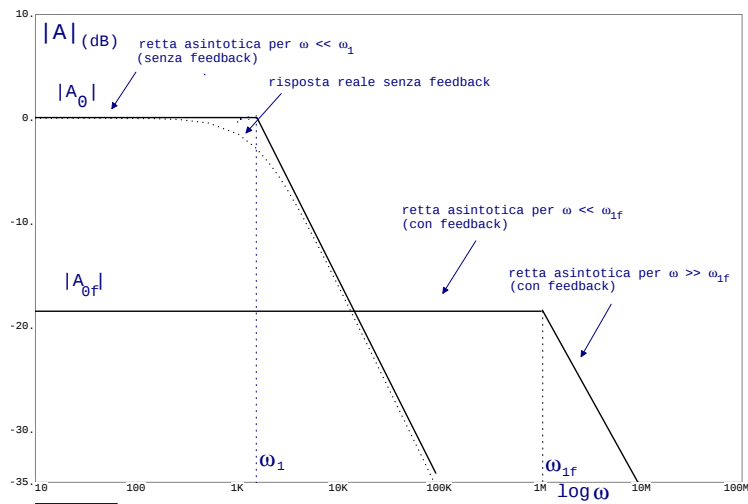


Figura 16.24:

Cioè che il prodotto del guadagno (a bassa frequenza) per la larghezza di banda è una costante. Se quindi cerchiamo di allargare la banda passante di un amplificatore, attraverso l'introduzione di una reazione negativa, automaticamente riduciamo il guadagno, del medesimo fattore di cui abbiamo allargato la banda. Per tale motivo è uso comune esprimere la bontà di un amplificatore fornendo quello che è noto come il "gain-bandwidth product", cioè il prodotto del guadagno per la banda passante.

Identiche considerazioni potrebbero essere svolte per un amplificatore la cui risposta in frequenza abbia un taglio *inferiore*  $\omega_0$  anziché un taglio superiore  $\omega_1$ , o anche un taglio superiore ed uno inferiore. In tutti i casi, l'introduzione del feedback allarga la banda passante e riduce il guadagno.

