

Capitolo 15

Filtri attivi

15.1 Introduzione

Un filtro è un dispositivo che trasmette inalterati segnali aventi frequenze entro un determinato campo (filtri *passa-banda*) o al di sopra di un valore determinato (filtri *passa-alto*) o ancora al di sotto di un valore prefissato (filtri *passa-basso*). Si possono anche avere filtri che lasciano passare solo segnali aventi frequenze poste al di fuori di un campo prefissato (filtri *elimina-banda*).

Un filtro può esser realizzato a partire da soli componenti passivi (resistenze, capacità o induttanze). In tal caso si parla di *filtri passivi*. È ormai comune uso adoperare, insieme ad elementi passivi, anche elementi attivi, quali transistor o amplificatori operazionali. Tale scelta offre una maggiore flessibilità nella realizzazione di filtri con particolari caratteristiche. Questi sono noti come *filtri attivi*.

A causa della limitata risposta in frequenza degli operazionali, i filtri attivi sono adoperati tipicamente a basse frequenze (soprattutto a frequenze audio) fino ad un massimo di qualche centinaio di kHz. È possibile, facendo uso di amplificatori operazionali veloci, realizzare filtri attivi che operano fino a diversi MHz, ma ragioni di costo ne limitano l'uso. Per frequenze elevate si fa quindi uso di filtri passivi.

In questo capitolo esamineremo le caratteristiche dei principali tipi di filtri attivi, quali ad esempio quelli di Butterworth e di Bessel. Per un'analisi più approfondita dell'argomento si suggerisce di consultare le referenze elencate in fondo al capitolo.

Faremo ampio uso della tecnica delle trasformate di Laplace, e dei concetti connessi con la rappresentazione grafica della risposta dei circuiti (diagrammi di Bode e di Nyquist).

Si sta diffondendo in aggiunta, in questi ultimi anni, l'uso di quelli che sono noti come *filtri digitali*. Una trattazione dettagliata di tale tipo di filtri ci porterebbe ben oltre gli scopi di questo corso.

15.1.1 Caratteristiche di risposta dei filtri

I quattro tipi di filtro cui abbiamo accennato nella sezione precedente dovrebbero idealmente avere delle funzioni di trasferimento caratterizzate da un andamento piatto all'interno della banda passante e da una transizione infinitamente ripida verso la banda bloccata. Tale andamento ideale è schematizzato nella figura 15.1 dove sono mostrati i diagrammi di Bode per il modulo della funzione di trasferimento $G(\omega)$ relativi ai quattro tipi di filtri.

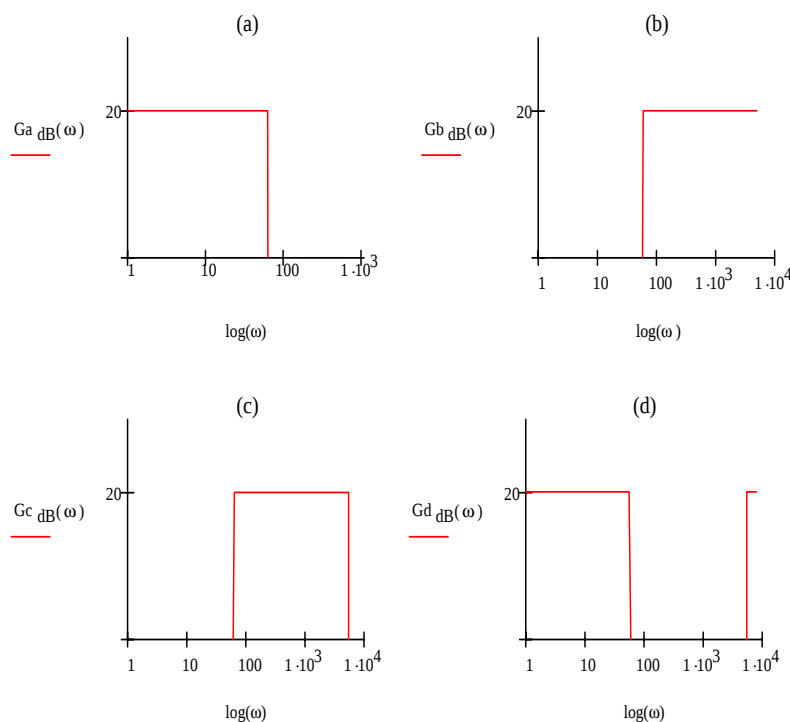


Figura 15.1:

La figura (a) si riferisce al caso di un filtro passa-basso, la (b) a quello di un filtro passa-alto, la (c) ad un filtro passa-banda e la (d) ad uno elimina-banda.

In realtà nessun filtro reale ha funzioni di trasferimento come quelle mostrate in figura. I fronti di salita e di discesa hanno nella pratica pendenze che vanno da 6 dB/ottava a qualche decina di dB/ottava. Inoltre l'andamento all'interno della banda passante non è mai piatto, ma esibisce in genere delle oscillazioni ("ripple") più o meno ampie. Un esempio di curva di risposta reale è quello mostrato in figura 15.2 (relativo al caso di un filtro passa-banda).

La banda passante (BW) è definita come l'intervallo di frequenze compreso tra i punti in cui il modulo del guadagno è diminuito di 3 dB rispetto al valor medio a centro banda. L'ampiezza del canale di ripple, mostrato in figura, è espresso in dB e varia tra qualche frazione di dB e 1.5-2.0 dB. La pendenza dei fronti di salita e di discesa, come già detto varia tra 6 dB/ottava e qualche decina di dB/ottava.

Il modulo della funzione di trasferimento $G(f)$ (o equivalentemente $G(\omega)$) non è l'unica caratteristica importante di un filtro. È altrettanto importante che lo sfasamento introdotto dal filtro aumenti linearmente all'aumentare della frequenza. Solo in tal modo, infatti, le componenti di diversa frequenza presenti nel segnale subiranno tutte il medesimo ritardo temporale e nessuno sfasamento relativo.

Consideriamo infatti due componenti di frequenze angolari (ω_1, ω_2) , fasi (ϕ_1, ϕ_2) ed ampiezze (A_1, A_2) :

$$a_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$$

$$a_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2)$$

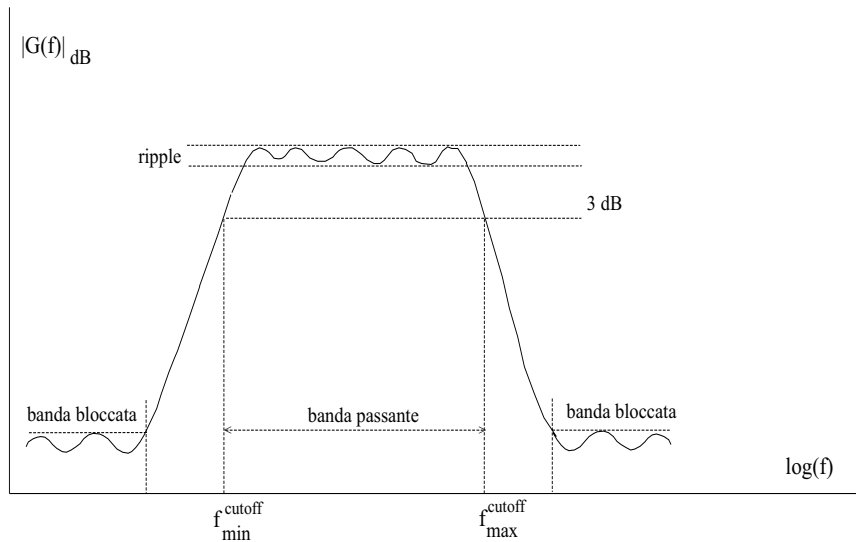


Figura 15.2:

Ammettiamo che all'interno della banda passante sia $|G(\omega)|$ costante e sia lo sfasamento introdotto dalla $G(\omega)$ dato da:

$$\phi = k\omega$$

con k una costante. Le due componenti all'uscita del filtro saranno:

$$a'_1(t) = |G| A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1 + k\omega_1)$$

$$a'_2(t) = |G| A_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2 + k\omega_2)$$

ovvero:

$$a'_1(t) = |G| A_1 \cos[\omega_1(t + k) + \phi_1]$$

$$a'_2(t) = |G| A_2 \cos[\omega_2(t + k) + \phi_2]$$

Vediamo che le due componenti hanno in uscita la stessa frequenza che esse avevano in ingresso e la stessa differenza di fase: $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$. Esse sono entrambe "ritardate" temporalmente di una medesima quantità k . Il segnale risultante dalla sovrapposizione di un gran numero di componenti di questo tipo non risulterà quindi deformato.

Come vedremo, è possibile realizzare filtri che hanno una banda passante sufficientemente piatta, ma non una buona relazione di fase, o anche filtri con una relazione di fase lineare, ma con un certo ammontare di ripple nella banda passante.

Per un discussione esauriente dei vantaggi e dei limiti dei diversi tipi di filtri attivi, si suggerisce una lettura del capitolo 5 del libro di Horowitz- Hill [9].

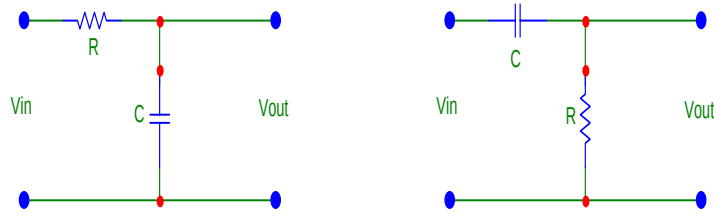


Figura 15.3:

15.2 Generalità sui filtri attivi

Conosciamo i più semplici dei filtri passivi: il circuito RC passa-basso e quello passa-alto, mostrati in figura 15.3, le cui funzioni di trasferimento, nello spazio delle frequenze, sono date da:

$$|G_{LP}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^2}}$$

$$\Phi_{LP}(\omega) = -\arctan(\frac{\omega}{\omega_0})$$

$$|G_{HP}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega_0}{\omega})^2}}$$

$$\Phi_{HP}(\omega) = \arctan(\frac{\omega_0}{\omega})$$

con: $\omega_0 = RC$

Il filtro passa-basso è caratterizzato da una frequenza di taglio (frequenza alla quale il guadagno si riduce di un fattore $\sqrt{2}$ rispetto al valore che esso ha a basse frequenze) pari a $f_0 = \omega_0/2\pi$. La curva asintotica che descrive $|G(\omega)|$ a frequenze angolari $\omega \gg \omega_0$ ha inoltre, come è facile verificare, una pendenza (negativa) di 6 dB/ottava (20 dB/decade).

Analogamente il filtro passa-alto è caratterizzato da una frequenza di taglio $f_0 = \omega_0/2\pi$. La curva che descrive l'andamento di $|G(\omega)|$ a frequenze angolari $\omega \ll \omega_0$ ha una pendenza (positiva) di 6 dB/ottava (20 dB/decade).

Un filtro passa-banda può essere ottenuto mettendo in serie un filtro passa-basso ed uno passa-alto, come mostrato in figura 15.4.

Nel progettare un tale filtro occorrerà naturalmente far sì che la frequenza di taglio f_{max} della sezione passa-basso sia maggiore della frequenza di taglio f_{min} della sezione passa-alto.

Quelli ora descritti sono tutti filtri *del primo ordine*: la funzione di trasferimento del filtro passa-basso, scritta in termini della variabile complessa s :

$$G(s) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0}$$

ha un polo semplice (reale) in $s = -\omega_0$.

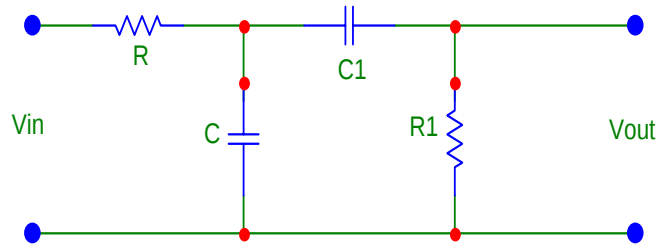


Figura 15.4:

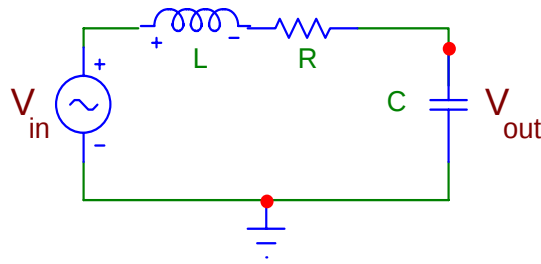


Figura 15.5:

Analogamente, la funzione di trasferimento del filtro passa-alto, scritta in termini della variabile complessa s è:

$$G(s) = \frac{s}{s + \omega_0}$$

ed ha uno zero nell'origine ed un polo semplice in $s = -\omega_0$.

La pendenza di ± 20 dB/decade nei rispettivi diagrammi di Bode per il modulo è in entrambi i casi legata appunto alla presenza di un solo polo. Se si vuole una transizione più netta tra la banda passante e la banda bloccata, occorre ricorrere a filtri di ordine più elevato.

Notiamo che un filtro (passivo) passa-basso con buone caratteristiche (taglio in frequenza abbastanza netto) può essere ottenuto utilizzando un circuito LRC come quello di figura 15.5.

La funzione di trasferimento di questo circuito è:

$$G(s) = \frac{1}{(LC)s^2 + (RC)s + 1} = \frac{1/LC}{s^2 + (R/L)s + 1/LC} \quad (15.1)$$

Confrontando questa con l'equazione tipica di una funzione di trasferimento con due poli (vedi capitolo 5):

$$G(s) = \frac{A_0 \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_0}s + \omega_0^2} \quad (15.2)$$

troviamo la corrispondenza:

$$\omega_0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

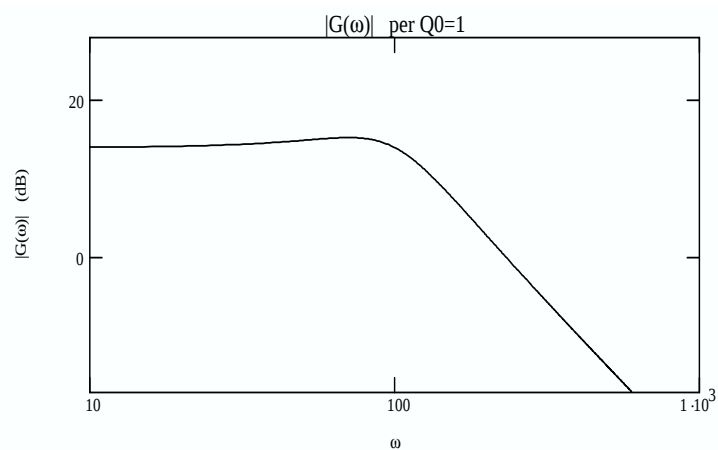


Figura 15.6:

$$Q_0 \rightarrow \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Potrà aversi un picco nella risposta se $Q_0 > 1/\sqrt{2}$, cioè:

$$R < \sqrt{2 \frac{L}{C}}$$

Come visto a pagina (155), il picco diventa tanto più accentuato quanto più elevato è il valore di Q_0 . L'andamento tipico della curva di risposta (plot di Bode per il modulo) è mostrato in figura 15.6 per il caso $Q_0 = 1$.

Il massimo si ha per:

$$\omega_{max}^2 = \omega_0^2 \left(1 - \frac{1}{2Q_0^2} \right)$$

cioè:

$$\omega_{max}^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}$$

I filtri attivi eliminano alcuni inconvenienti presenti nei filtri passivi:

- a) l'uso di induttanze, che sono ingombranti, ed inoltre risentono dei disturbi elettromagnetici inevitabilmente presenti
- b) l'attenuazione legata all'impedenza del filtro passivo
- c) la dipendenza della risposta dalle impedenze d'ingresso e d'uscita degli amplificatori cui il filtro è accoppiato

15.3 Funzione biquadratica di trasferimento

Come abbiamo visto, la funzione di trasferimento di un filtro passa-basso LRC ha la forma (equazione 15.2):

$$G(s) = \frac{A_0 \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} s + \omega_0^2}$$

del rapporto tra un termine costante ed un polinomio di secondo grado in s . Si può facilmente verificare che la funzione di trasferimento di un generico filtro del secondo ordine (passa-alto, passa-basso, passa-banda, elimina-banda) può essere espressa come il rapporto tra due polinomi di secondo grado in s :

$$G(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + b_1 s + b_0} \quad (15.3)$$

Se infatti i termini a_2 ed a_1 sono nulli, possiamo facilmente vedere che siamo in presenza di un filtro passa-basso: al tendere di $|s| = \omega$ ad ∞ la $|G(\omega)|$ tende a 0.

Se a_2 ed a_0 sono nulli ed a_1 è diverso da 0, la $|G(\omega)|$ tenderà a 0 sia per $\omega \rightarrow \infty$ che per $\omega \rightarrow 0$. Abbiamo cioè un filtro passa-banda.

Se a_2 è l'unico coefficiente diverso da 0, vediamo che $|G(\omega)| \rightarrow 0$ per $\omega \rightarrow 0$. Abbiamo cioè un filtro passa-alto.

Se infine a_1 è l'unico coefficiente nullo, vediamo che la $|G(\omega)|$ tende a valori finiti per $\omega \rightarrow 0$ e per $\omega \rightarrow \infty$. Abbiamo così un filtro elimina-banda.

La funzione biquadratica 15.3 è più convenientemente scritta nella forma (analoga alla 15.2 relativa al filtro passa-basso):

$$G(s) = \frac{k_2 s^2 + k_1 (\omega_0/Q_0) s + k_0 \omega_0^2}{s^2 + (\omega_0/Q_0) s + \omega_0^2} \quad (15.4)$$

Nel caso dei quattro tipi di filtro descritti in precedenza, questa acquista la forma indicata nella corrispondente riga della tabella che segue.

<i>tipo di filtro</i>	k_2	k_1	k_0	$G(s)$
passa-basso	0	0	1	$\frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} s + \omega_0^2}$
passa-alto	1	0	0	$\frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} s + \omega_0^2}$
passa-banda	0	1	0	$\frac{\frac{\omega_0}{Q_0} s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} s + \omega_0^2}$
elimina-banda	1	0	1	$\frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} s + \omega_0^2}$

La larghezza di banda (BW) è definita come l'ampiezza del campo di frequenze che si estende fino a quei valori in corrispondenza a cui il guadagno si riduce di 3 dB rispetto al valore che esso ha a centro banda. Si può facilmente vedere che nel caso del filtro passa banda la BW è data da:

$$BW = \frac{\omega_0}{Q_0}$$

Per dimostrarlo, partiamo dall'osservazione che l'espressione della $|G(\omega)|$ per il filtro passa-banda:

$$|G(\omega)| = \frac{(\omega_0/Q_0)\omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \omega_0^2 / Q_0^2}} \quad (15.5)$$

è simmetrica nella variabile ω rispetto al valore centrale $\omega = \omega_0$ (dove la $|G(\omega)|$ vale 1).

Se inoltre ω' ed ω'' indicano due valori posti simmetricamente rispetto ad ω_0 , nei quali sia: $|G(\omega')| = |G(\omega'')|$, si può facilmente vedere che ω_0 è la media geometrica di ω' ed ω'' :

$$\omega' \omega'' = \omega_0^2$$

Infatti, uguagliando le due espressioni di $|G(\omega)|$ troviamo:

$$\frac{\omega'^2}{(\omega_0^2 - \omega'^2)^2 + \omega'^2 \omega_0^2 / Q_0^2} = \frac{\omega''^2}{(\omega_0^2 - \omega''^2)^2 + \omega''^2 \omega_0^2 / Q_0^2}$$

cioè:

$$\omega'^2 [(\omega_0^2 - \omega''^2)^2 + \omega''^2 \omega_0^2 / Q_0^2] = \omega''^2 [(\omega_0^2 - \omega'^2)^2 + \omega'^2 \omega_0^2 / Q_0^2]$$

Sviluppando quest'espressione si ottiene:

$$\omega'^2 \omega_0^4 + \omega'^2 \omega''^4 = \omega''^2 \omega_0^4 + \omega''^2 \omega'^4$$

da cui:

$$\omega_0^4 (\omega'^2 - \omega''^2) = \omega'^2 \omega''^2 (\omega'^2 - \omega''^2)$$

ed infine:

$$\omega_0^2 = \omega' \omega'' \quad (15.6)$$

Facendo ora uso di tale risultato possiamo riscrivere la 15.5 come segue:

$$|G(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{Q_0^2}{\omega^2 \omega_0^2} (\omega^2 - \omega_0^2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_0^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad (15.7)$$

Se ora ω' ed ω'' sono le frequenze angolari in corrispondenza a cui la $|G(s)|$ si riduce di 3 dB (cioè di un fattore $1/\sqrt{2}$), allora in corrispondenza a tali valori, il denominatore della 15.7 deve diventare uguale a $\sqrt{2}$. Ne segue che:

$$Q_0 \left(\frac{\omega''}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega''} \right) = 1$$

$$\frac{Q_0}{\omega_0} \left(\omega'' - \frac{\omega_0^2}{\omega''} \right) = 1$$

e, facendo uso della 15.6:

$$BW = \omega'' - \omega' = \omega'' - \frac{\omega_0^2}{\omega''} = \frac{\omega_0}{Q_0}$$

15.4 Filtri di Butterworth

Nelle sezioni precedenti abbiamo incontrato filtri caratterizzati da funzioni di trasferimento con un singolo polo (filtri del primo ordine) e con un polo doppio (filtri del secondo ordine). In generale, il numero dei poli nella funzione di trasferimento determina la rapidità dei fronti di discesa (o di salita, nel caso dei filtri passa-altro o passa-banda) del filtro.

Una classe importante di filtri è quella di Butterworth. Questi sono caratterizzati da funzioni di trasferimento il cui modulo quadro, per un filtro passa-basso di ordine n , è dato da:

$$|G_n(\omega)|^2 = \frac{1}{[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2n}]}$$

cioè:

$$|G_n(\omega)| = \frac{A}{[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2n}]^{1/2}}$$

Andamenti tipici sono mostrati in figura 15.7, per n variabile tra 1 e 10. Notiamo che tutte le curve hanno la medesima attenuazione di 3 dB per $\omega = \omega_0$. Quando si riporta il guadagno in funzione di ω/ω_0 si dice che si studia il suo andamento in funzione della frequenza normalizzata.

Queste curve hanno le seguenti caratteristiche:

- $|G_n(0)|=1$ per tutti gli n
- $|G_n(\omega_0)| = 1/\sqrt{2} \approx 0.707$ per tutti gli n (cioè il guadagno diminuisce di 3 dB per $\omega = \omega_0$)
- per $\omega \gg \omega_0$ il guadagno scende con una pendenza di $6n$ dB/ottava, per un filtro di ordine n
- le prime $(n-1)$ derivate della funzione in parentesi sono nulle. Ciò implica che la risposta nella banda passante è massimamente piatta, cioè ha un massimo per $\omega = 0$ e rimane all'incirca costante fino ad $\omega = \omega_0$

Si può facilmente verificare che un filtro è di Butterworth se i poli sono ottenibili dividendo una circonferenza situata nel piano complesso, con centro nell'origine, in un numero $2n$ (quindi pari) di punti distribuiti uniformemente.

Ovviamente essi dovranno essere disposti in modo simmetrico rispetto all'asse reale ed inoltre solo quelli situati nel semipiano sinistro potranno rappresentare poli della funzione $G(s)$. Ad esempio, per $n=1$ e per $n=2$ abbiamo le situazioni mostrate nelle figure 15.8 ed 15.9.

Nel caso $n=2$ le radici s_1 ed s_2 (i poli della funzione $G(s)$) saranno:

$$s_1 = \alpha(j - 1)$$

$$s_2 = -\alpha(j + 1)$$

Il denominatore della $G(s)$ sarà:

$$(s - s_1)(s - s_2) = s^2 + 2\alpha s + 2\alpha^2$$

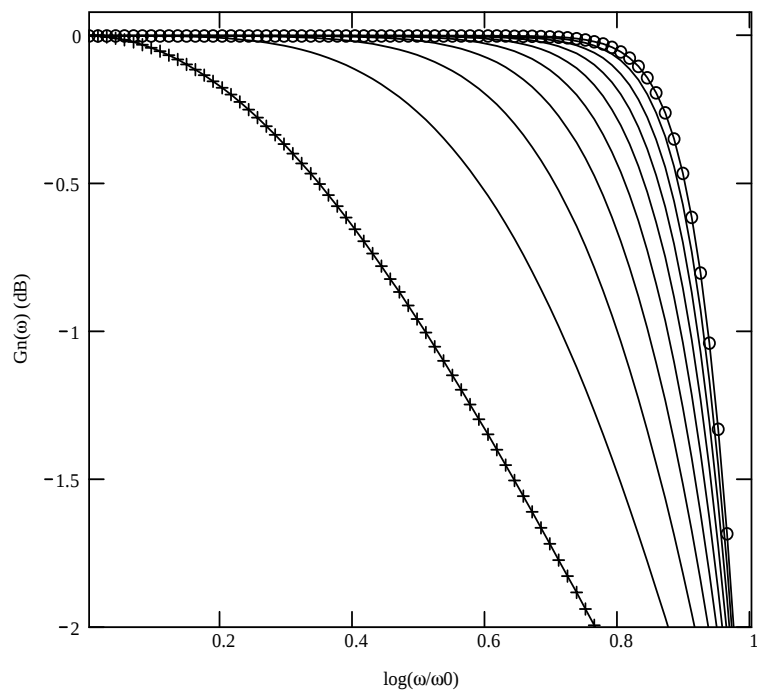


Figura 15.7: Funzione di trasferimento normalizzata per filtri di Bode, per n compreso tra 1 e 10. La curva indicata con croci è quella relativa ad $n=1$, quella indicata con cerchietti per $n=10$. Le curve intermedie sono ottenute per valori di n compresi tra 2 e 9

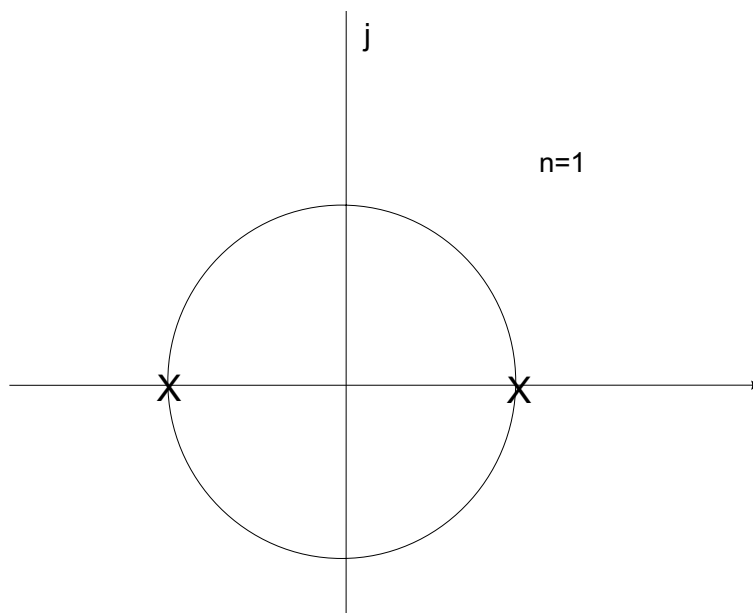


Figura 15.8:

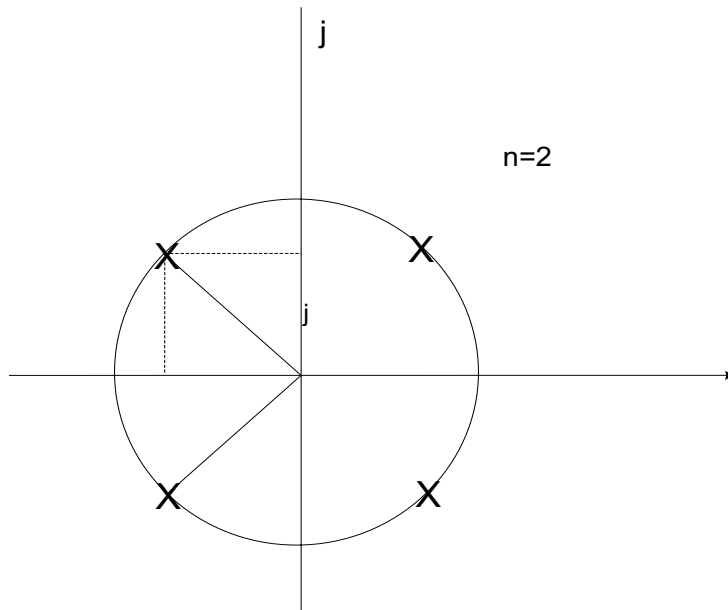


Figura 15.9:

Per cui:

$$G_2(s) = \frac{1}{s^2 + 2\alpha s + 2\alpha^2} = \frac{(1/2\alpha^2)}{s/2\alpha^2 + s/\alpha + 1} = \frac{(1/2\alpha^2)}{(s^2/2\alpha^2) + \sqrt{2}s/\sqrt{2}\alpha + 1}$$

La grandezza ω_0 , distanza delle radici dall'origine, è data da:

$$\omega_0^2 = \alpha^2 + \beta^2 = 2\alpha^2$$

Cioè:

$$\omega_0 = \sqrt{2}\alpha$$

$$\alpha = \omega_0/\sqrt{2}$$

Introduciamo ora la variabile s' , ottenuta da s normalizzandola ad ω_0 :

$$s' = s/\omega_0 = s/\sqrt{2}\alpha$$

Con ciò l'ultima espressione scritta diventa:

$$G_2(s') = \frac{1/\omega_0^2}{s'^2 + \sqrt{2}s' + 1}$$

Il denominatore di quest'espressione è il polinomio di Butterworth di ordine $n=2$ ($B_2(s')$).

<i>grado del polinomio(n)</i>	$B_n(s)$
1	$s + 1$
2	$s^2 + 1.414s + 1$
3	$(s + 1)(s^2 + s + 1)$
4	$(s^2 + 0.765s + 1)(s^2 + 1.848s + 1)$
5	$(s + 1)(s^2 + 0.618s + 1)(s^2 + 1.618s + 1)$

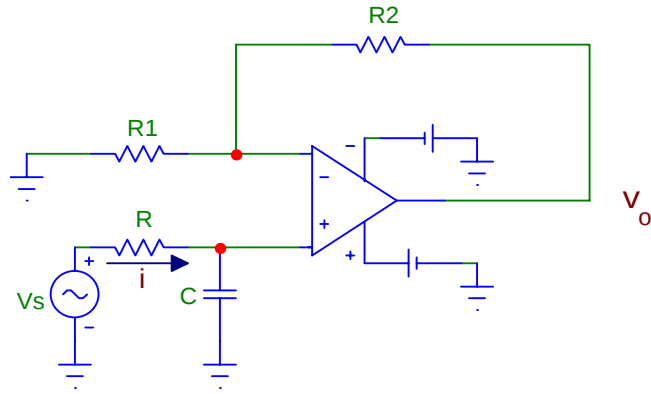


Figura 15.10:

Come già visto, nel caso generale il modulo del polinomio di ordine n vale:

$$|B_n(s)| = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2n}}$$

Si definisce "fattore di smorzamento" la metà del coefficiente di s in ciascuno dei fattori quadratici che compaiono in tali espressioni. Ad esempio, per n=2 il fattore di smorzamento vale $1.414/2 = \sqrt{2}/2 = 1/\sqrt{2} = 0.707$. Per n=3 il fattore di smorzamento è 0.5; per n=4 si hanno due fattori di smorzamento:

$$k_1 = \frac{0.765}{2} = 0.383$$

$$k_2 = \frac{1.848}{2} = 0.924$$

Ricordando che si è posta la corrispondenza $s \leftrightarrow s/\omega_0$, le funzioni di trasferimento per n=1 e per n=2 possono essere scritte nella forma:

$$P_1(s) = \frac{1}{s/\omega_0 + 1}$$

$$P_2(s) = \frac{1}{(s/\omega_0)^2 + 2k(s/\omega_0) + 1}$$

con $k = 1/\sqrt{2}$

Un semplice circuito RC, posto sull'ingresso non invertente di un operazionale adoperato in configurazione non invertente, come mostrato in figura 15.10, realizza un filtro di Butterworth di ordine 1.

Infatti abbiamo:

$$v_- = v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$i = \frac{v_s}{R + 1/sC}$$

$$v_+ = Z_c i = \frac{1}{sC} \frac{v_s}{R + 1/sC}$$

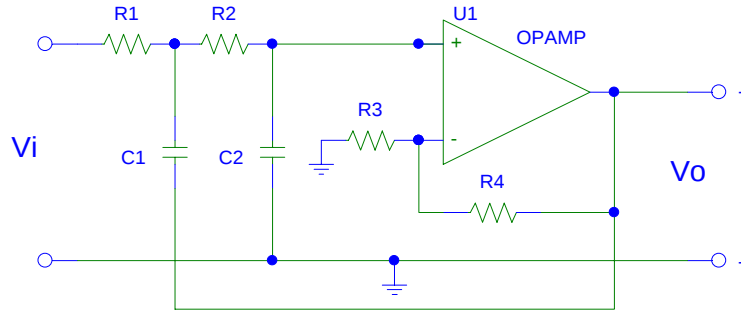


Figura 15.11:

e, poichè è $v_+ = v_-$, otteniamo:

$$v_o = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{v_s}{1 + sRC}$$

da cui:

$$G(s) = \frac{v_o}{v_s} = A_{v_o} \frac{1}{1 + sRC} = \frac{A_{v_o}}{1 + s/\omega_0}$$

dove:

$$A_{v_o} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

è l'amplificazione a bassa frequenza e:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Abbiamo quindi un filtro di Butterworth di ordine 1, con una frequenza di taglio (superiore) pari a $\omega_0 = 1/RC$. Si può facilmente vedere che da tale filtro passa-basso si può ottenere un filtro passa-alto invertendo i ruoli di R e C.

Poichè si può ottenere un filtro passa-alto a partire da uno passa-basso scambiando C ed R, è chiaro che sarà possibile ottenere un filtro passa-banda a partire da due filtri di Butterworth. Il primo di questi potrebbe essere un filtro passa-alto del secondo ordine, con una frequenza di taglio f_{min} ; il secondo un filtro passa-basso del medesimo ordine, con una frequenza di taglio $f_{max} > f_{min}$.

15.5 Filtro di Butterworth del secondo ordine

Un filtro di Butterworth del secondo ordine può esser realizzato facendo uso dello schema mostrato in figura 15.11. Questo è noto come "schema di Sallen e Key".

Un'amplificatore operazionale è montato in una configurazione non-invertente. Il segnale presente in uscita è riportato tra le resistenze R_1 ed R_2 tramite il condensatore C_1 .

Per studiare la risposta di questo circuito, facciamo uso del circuito equivalente mostrato in figura 15.12, dove è $V_x = V_o/A$, con $A = 1 + R_4/R_3$.

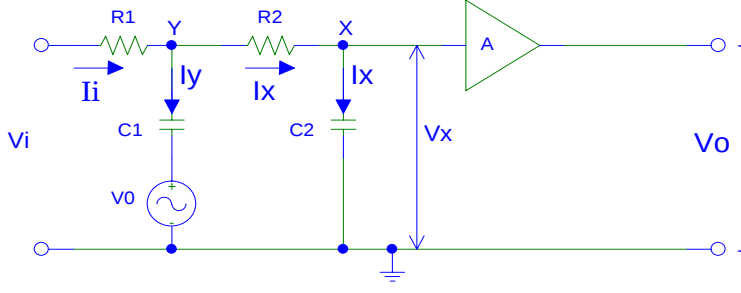


Figura 15.12:

Si possono facilmente verificare le seguenti relazioni:

$$I_x = sC_2 V_x = sC_2 \frac{V_0}{A}$$

$$V_y = V_x + R_2 I_x = \frac{V_0}{A} (1 + sC_2 R_2)$$

$$I_y = \frac{V_y - V_0}{1/sC_1} = sC_1 V_0 \left[\frac{1 + sC_2 R_2}{A} - 1 \right] = sC_1 \frac{V_0}{A} [1 - A + sC_2 R_2]$$

Da cui segue:

$$I_i = I_x + I_y = s \frac{V_0}{A} (C_2 + C_1 - C_1 A + sC_1 C_2 R_2) = \frac{V_0}{A} [sC_2 + sC_1(1 - A) + s^2 C_1 C_2 R_2]$$

La tensione d'ingresso V_i sarà allora:

$$\begin{aligned} V_i &= R_1 I_i + V_y = \frac{V_0}{A} [sR_1 C_2 + sR_1 C_1(1 - A) + s^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + 1 + sC_2 R_2] \\ &= \frac{V_0}{A} [1 + s^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + s(C_2(R_1 + R_2) + R_1 C_1(1 - A))] \end{aligned}$$

La funzione di trasferimento è quindi:

$$G(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{A}{1 + s^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + s[C_2(R_1 + R_2) + R_1 C_1(1 - A)]} \quad (15.8)$$

Confrontando questa con l'equazione (15.2) vediamo che:

$$\begin{aligned} \frac{\omega_0}{Q_0} &\rightarrow \frac{C_2(R_1 + R_2) + R_1 C_1(1 - A)}{R_1 R_2 C_1 C_2} \\ \omega_0^2 &\rightarrow \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \end{aligned}$$

Da queste equazioni segue:

$$Q_0 = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{C_2(R_1 + R_2) + R_1 C_1(1 - A)}$$

Se poniamo $R_1 = R_2 = R$ e $C_1 = C_2 = C$ otteniamo:

$$Q_0 = \frac{RC}{2RC + RC(1 - A)} = \frac{1}{3 - A} \quad (15.9)$$

$$\omega_0 = 1/RC$$

Si può quindi scegliere il valore desiderato di Q_0 con un'opportuna scelta del valore di A . La $G(s)$ può esser espressa in termini delle variabili R , C ed A , come:

$$G(s) = \frac{A}{(RC)^2 s^2 + RC(3 - A)s + 1} \quad (15.10)$$

Il guadagno a basse frequenze è ovviamente A .

È interessante confrontare la risposta ottenuta con quella relativa al filtro LCR. Le due sono uguali se è:

$$LC = (R_0 C_0)^2$$

$$RC = (R_0 C_0)(3 - A)$$

dove abbiamo indicato con le sottoscritte "0" i componenti relativi al circuito di figura (15.11), e senza sottoscritte quelli relativi al circuito LCR.

Tali equazioni sono soddisfatte se è:

$$C_0 = C$$

$$C_0 R_0^2 = L$$

$$R_0(3 - A) = R$$

Una scelta suggerita per il valore di Q_0 è quella che rende il più possibile ripida la caduta al di sopra della frequenza di taglio superiore, senza determinare un picco. Ciò si ottiene, come visto nel capitolo sulla rappresentazione grafica delle funzioni di trasferimento, per:

$$Q_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

che nel nostro caso, come si vede facendo uso dell'equazione (15.9), richiede:

$$A = 3 - \sqrt{2} \approx 1.6$$

Un filtro che soddisfi tale condizione è un filtro di Butterworth (del secondo ordine).

Un esempio concreto di filtro di Butterworth si ottiene dal circuito di figura 15.11, con la seguente scelta dei valori dei componenti:

$$R_1 = R_2 = 15k\Omega$$

$$C_1 = C_2 = 10nF$$

$$R_3 = 47k\Omega$$

$$R_4 = 27k\Omega$$

Nella prossima sezione approfondiremo il motivo dell'uguaglianza delle funzioni di trasferimento del filtro LRC e di uno che faccia uso di operazionali ed elementi resistivi e capacitivi.

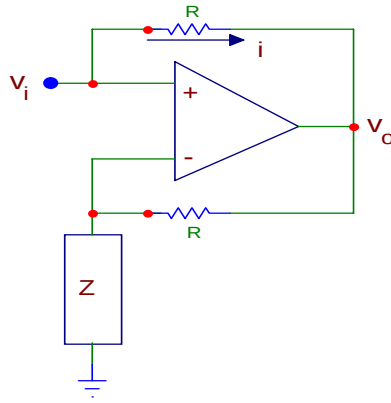


Figura 15.13:

15.6 Alcune considerazioni sulla conversione di impedenze tramite operazionali

Il fatto che il circuito di Sallen e Key, che fa uso di resistenze, condensatori e di un operazionale abbia una risposta uguale a quella del circuito RCL, dove è presente un'induttanza, è conseguenza del fatto che un operazionale può modificare la natura dell'impedenza vista dalla sorgente del segnale.

Consideriamo ad esempio il circuito di figura 15.13:

La corrente i vale:

$$i = \frac{v_+ - v_o}{R} \quad (15.11)$$

con:

$$v_+ = v_- = v_o \frac{Z}{R + Z}$$

da cui:

$$v_o = v_- \frac{R + Z}{Z} = v_i \frac{R + Z}{Z}$$

e:

$$v_i = v_o \frac{Z}{R + Z}$$

Dalla 15.11 si ha inoltre:

$$i = \frac{v_o}{R} \left(\frac{Z}{Z + R} - 1 \right) = -\frac{v_o}{Z + R}$$

L'impedenza vista all'ingresso dell'operazionale è allora:

$$Z_i = \frac{v_i}{i} = -Z$$

Vediamo cioè che l'operazionale "trasforma" l'impedenza Z nel suo opposto $-Z$. Se Z è un'impedenza capacitiva: $Z = 1/j\omega C$, l'impedenza trasformata sarà $1/j\omega(-C)$, cioè è come se la capacità fosse diventata negativa. Un circuito come quello analizzato è designato con il simbolo "NIC" (Negative Impedance Converter).

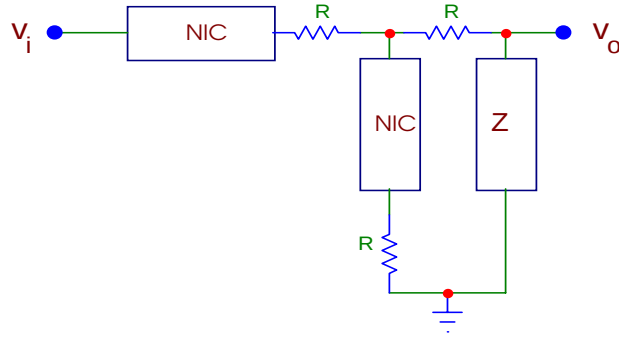


Figura 15.14:

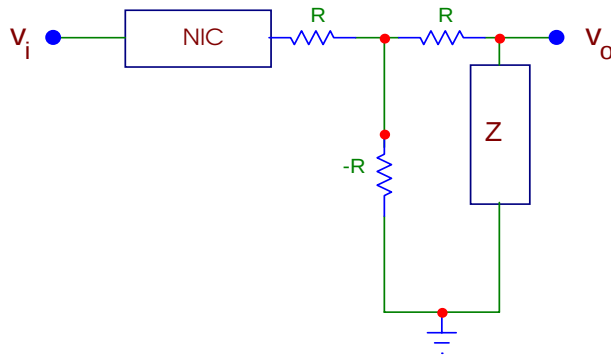


Figura 15.15:

Vediamo ora come, facendo uso di questo, possiamo realizzare un circuito che converte un'impedenza Z nel suo reciproco $1/Z$. Questo è noto come "gyrator".

Esaminiamo l'esempio di figura 15.14:

Poichè ciascun NIC cambia di segno l'impedenza che lo segue, possiamo ridisegnare il circuito come mostrato in figura 15.15.

L'impedenza vista all'uscita del primo NIC è ora:

$$Z' = R + \frac{-(R+Z)R}{R+Z-R} = R - \frac{R^2 + ZR}{Z} = -\frac{R^2}{Z}$$

Poichè il primo NIC cambia ulteriormente il segno di tale impedenza, avremo:

$$Z_{in} = \frac{R^2}{Z}$$

e se Z è una capacità, avremo:

$$Z_{in} = \frac{R^2}{1/j\omega C} = jR^2\omega C = j\omega L$$

con:

$$L = R^2 C$$

Che dimostra quanto asserito. Facendo quindi uso di resistenze, capacità ed operazionali possiamo realizzare l'equivalente di filtri RLC. Come già accennato, il limite all'utilizzo di tali circuiti è posto dallo slew-rate degli operazionali, che consiglia, a frequenze elevate, l'uso di circuiti passivi.

15.7 Corrispondenze tra tipi diversi di filtri

Sappiamo che un filtro RC passa-basso del primo ordine può esser trasformato nell'analogo passa-alto scambiando la resistenza con la capacità. Ciò può esser facilmente formalizzato come segue. La funzione di trasferimento del filtro passa-basso è:

$$G(s) = \frac{1}{1 + s/\omega_0} \quad (15.12)$$

con $\omega_0 = RC$. Il circuito che si ottiene da questo scambiando R con C ha come funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{s/\omega_0}{1 + s/\omega_0} \quad (15.13)$$

Vediamo che è possibile trasformare la 15.12 nella 15.13 con la corrispondenza:

$$\frac{s}{\omega_0} \rightarrow \frac{\omega_0}{s} \quad (15.14)$$

È possibile verificare che ciò è vero anche per filtri di ordine più elevato. Ad esempio, il filtro passa-basso la cui funzione di trasferimento è mostrata nella prima riga della tabella data in sezione 15.3 diventa, in seguito all'applicazione della corrispondenza 15.14, il filtro passa-alto la cui funzione di trasferimento è data dalla seconda riga della medesima tabella.

Analoghe corrispondenze possono essere adoperate per trasformare un filtro passa-basso in uno passa-banda o elimina-banda.

Per ulteriori dettagli si suggerisce di consultare la referenza [10].

15.8 Il "ripple" nei filtri

Se in un filtro del secondo ordine è $Q_0 > 1/\sqrt{2}$, la curva di risposta (diagramma di Bode per il modulo) comincia a sviluppare un massimo di cui abbiamo calcolato al capitolo 5 la posizione ω_{max} ed il valore:

$$G(\omega_{max}) = \frac{A_0 Q_0}{\sqrt{1 - 1/(4Q_0^2)}}$$

Si definisce "ripple" la deformazione della curva di risposta in prossimità di ω_{max} e si definisce "larghezza del ripple" la quantità:

$$\epsilon = |G_{max}/A_0| = \frac{Q_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q_0^2}}}$$

Si definisce poi "lunghezza del canale di ripple" la pulsazione ω_c oltre la quale risulta $|G| < |A_0|$. Per la definizione delle variabili ϵ ed ω_c si veda la figura 15.16. Dall'equazione 5.13, nel capitolo 5, notiamo che ponendo:

$$|G|^2 = A_0^2$$

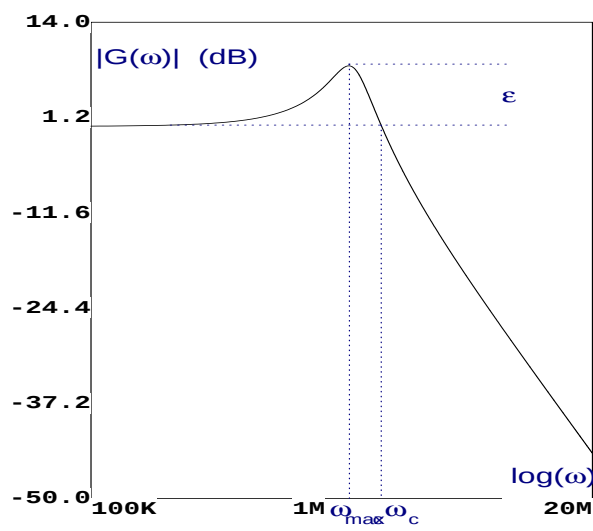


Figura 15.16:

si trova:

$$\omega_c^2 = \omega_0^2 \left(2 - \frac{1}{Q_0^2} \right)$$

cioè:

$$\frac{\omega_c}{\omega_0} = \sqrt{2 - \frac{1}{Q_0^2}}$$

Vediamo da quest'equazione che la lunghezza del canale di ripple dipende da Q_0 . Inoltre:

$$\omega_{max}^2 = \frac{\omega_c^2}{2}$$

indipendentemente dal valore di Q_0 (purchè sia $Q_0 > 1/\sqrt{2}$).

Per $Q_0 = 0.86$ troviamo $\omega_c = 0.80\omega_0$ ed $\epsilon = 1.06$

Per $Q_0 = 0.96$ troviamo $\omega_c = 0.95\omega_0$ ed $\epsilon = 1.12$

Un quadripolo avente $Q_0 > 1/\sqrt{2}$ viene detto di Chebyshev se il ripple ϵ è compreso tra 0.5dB e 3dB (cioè tra 1.06 e 1.41).

15.9 Filtri di Bessel e di Chebyshev. Confronto tra diversi tipi di filtro

Come accennato in precedenza, i parametri di un filtro che maggiormente interessano sono:

- (a) la "piattezza" della risposta all'interno della banda passante, e quindi l'assenza di ripple
- (b) la rapidità della transizione tra banda passante e banda bloccata, normalmente espressa in dB/ottava

- (c) la "nettezza" del ginocchio tra la banda passante e l'inizio del fronte di transizione
- (d) la linearità della risposta in fase, essenziale per non avere distorsioni

Il progetto di un filtro è sempre un compromesso tra queste esigenze, normalmente in conflitto tra loro. Il punto (b) è essenzialmente determinato dal numero di poli della funzione di trasferimento.

I tipi di filtro comunemente adoperati sono, oltre a quello di Butterworth, quelli noti come filtri di Bessel e di Chebyshev.

Ciascuno di questi è progettato per ottimizzare un parametro differente tra quelli elencati sopra. Il grado di ottimizzazione è poi determinato dal numero di poli e di zeri della funzione di trasferimento, legati a loro volta alla complessità del circuito. Un determinato tipo di filtro, caratterizzato da una certa funzione di trasferimento e quindi da una certa risposta in frequenza, può esser realizzato fisicamente in molti modi diversi. Ad esempio, un filtro di Bessel del sesto ordine può esser realizzato in un gran numero di modi differenti, che portano però a risposte uguali.

Il circuito base di Sallen-Key, adoperato per illustrare il filtro di Butterworth del secondo ordine, è alla base di filtri di vario tipo. Il circuito base per un filtro di ordine 2 è mostrato in figura 15.11. Se poniamo:

$$R = R_1 = R_2$$

$$R_f = R_4$$

$$R' = R_3$$

$$C = C_1 = C_2$$

I valori dei componenti per un filtro passa-basso possono essere calcolati attraverso le relazioni:

$$R = \frac{k_1}{Cf_0}$$

$$R_f = R_1 k_2$$

dove f_0 è la frequenza di taglio e dove i valori di C e di R_1 possono essere scelti liberamente (ed esempio $R_1=10k$, $C = 0.01\mu F$) mentre le costanti k_1 e k_2 valgono:

$$k_1 = 0.1251 ; k_2 = 0.268 \text{ per un filtro di Bessel}$$

$$k_1 = 0.1592 ; k_2 = 0.586 \text{ per un filtro di Butterworth}$$

$$k_1 = 0.1293 ; k_2 = 0.842 \text{ per un filtro di Chebyshev}$$

Filtri di ordine più elevato possono essere ottenuti mettendo in serie più filtri di ordine 2, con valori dei componenti passivi ottenibili da relazioni analoghe.

Il filtro di Butterworth, su cui abbiamo concentrato la nostra attenzione, è quello che ha la massima "piattezza" di risposta all'interno della banda passante, ma un "ginocchio" meno netto di quello di altri tipi di filtro ed una linearità di fase non brillante. Gli altri tipi di filtro (vedasi per una discussione esauriente il libro di Horowitz) hanno delle caratteristiche che ottimizzano l'uno o l'altro dei parametri menzionati, a spese della piattezza di risposta nella banda. Ad esempio, il filtro di Bessel ha un'ottima linearità di fase, ma un "ginocchio" meno netto di quello del filtro di Butterworth. Il filtro di Chebyshev ha un ginocchio ben netto, ma un discreto ammontare di ripple nella banda passante ed una linearità di fase peggiore di quella del filtro di Butterworth.

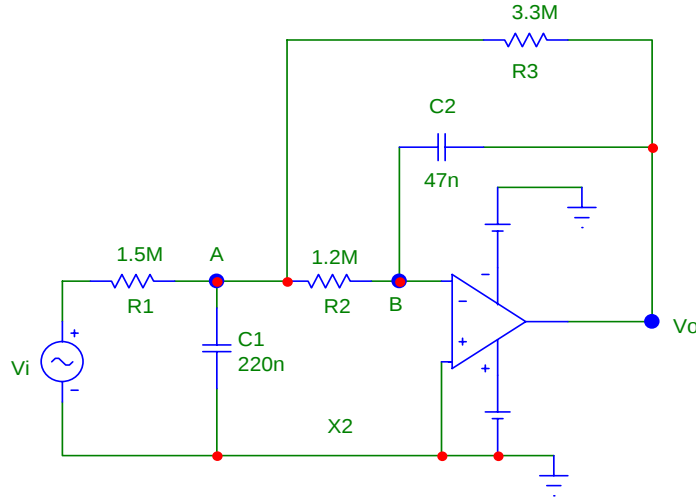


Figura 15.17:

15.10 Filtri attivi a retroazione multipla

I filtri che abbiamo fin qui esaminato fanno uso di una rete RC o CR all'ingresso non invertente di un amplificatore e di una ulteriore rete CR o RC all'ingresso invertente. In ques'ultima uno degli elementi passivi è collegato all'uscita dell'amplificatore, fornendo in tal modo un feedback.

I filtri a retroazione multipla utilizzano due feedback separati ed un'amplificatore invertente. Un esempio di filtro passa-basso a retroazione multipla è mostrato in figura 15.17.

Per ottenere la funzione di trasduzione di questo circuito, applichiamo il teorema di Kirchhoff al nodo indicato con A.

$$\frac{v_i - v_A}{R_1} + \frac{v_o - v_A}{R_3} - \frac{v_A}{Z_{C_1}} - \frac{v_A}{R_2} = 0$$

Dove si è fatto uso della condizione $v_+ = v_- = 0$. Da questa si ottiene:

$$v_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + sC_1 \right) = \frac{v_i}{R_1} + \frac{v_o}{R_3}$$

Applicando la medesima equazione di Kirchhoff al nodo B (ingresso invertente dell'A.O.), troviamo:

$$v_A = -sC_2 R_2 v_o$$

Da queste equazioni si trova poi:

$$\frac{v_o}{R_3} = -\frac{v_i}{R_1} - sC_2 R_2 v_o \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + sC_1 \right)$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{1}{R_1} \frac{1}{\frac{1}{R_3} + sC_2 R_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) + s^2 C_1 C_2 R_2}$$

$$A_v = \frac{-1}{[C_1 C_2 R_1 R_2] \left[s^2 + s \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) + \frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3} \right]}$$

Dal confronto di questa con la funzione caratteristica del filtro passa-basso:

$$G(s) = \frac{A_0 \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} s + \omega_0^2}$$

si trova:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_2 R_3}}$$

$$\frac{\omega_0}{Q_0} = \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Da queste si ottiene poi:

$$\frac{1}{Q_0} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \left[\sqrt{\frac{R_2}{R_3}} + \sqrt{\frac{R_3}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2 R_3}{R_1}} \right]$$

$$A_0 = -\frac{R_3}{R_1}$$

Vediamo che il guadagno alle basse frequenze è quello di un amplificatore invertente realizzato con le sole resistenze R_1 ed R_3 . La pulsazione di taglio ω_0 non dipende invece dalla resistenza R_1 .

La figura (15.18) mostra l'andamento del guadagno di un tale circuito in funzione della frequenza, con la seguente scelta del valore dei componenti: $R_1 = 1.5 M\Omega$, $R_2 = 1.2 M\Omega$, $R_3 = 3.3 M\Omega$, $C_1 = 47 nF$ e per valori di C_2 variabili tra 22 nF (curva 1) e 220 nF (curva 11). A tale scelta di valori corrispondono valori di ω_0 e Q_0 che variano tra gli estremi dati da:

- per $C_1 = 22 nF \rightarrow \omega_0 \approx 16 Hz$, $Q_0 \approx 0.19$
- per $C_1 = 220 nF \rightarrow \omega_0 \approx 5 Hz$, $Q_0 \approx 0.61$

15.11 Filtri notch

Spesso è necessario realizzare dei filtri che eliminino segnale compresi in un intervallo di frequenze molto stretto. Questi sono noti come filtri "notch".

L'idea su cui il più noto dei filtri di questo tipo è basata, è quella del circuito RC a doppia T, mostrato in figura 15.19.

Si può vedere che questo circuito taglia le frequenze corrispondenti alla risonanza:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

In corrispondenza a tale frequenza il ramo superiore A-X-B e quello inferiore A-Y-B introducono sfasamenti uguali ed opposti. Ne segue che in B il segnale risultante si annulla. Ciò è mostrato in figura 15.20. I diagrammi di Bode per il modulo (grafico superiore) e la fase (grafico inferiore) della funzione di trasferimento di tale circuito confermano quanto asserito. Come si vede, il diagramma di Bode per il modulo ha una brusca caduta (intaglio o "notch") alla frequenza di risonanza. In corrispondenza a tale frequenza la fase subisce un'improvvisa variazione di $+\pi$.

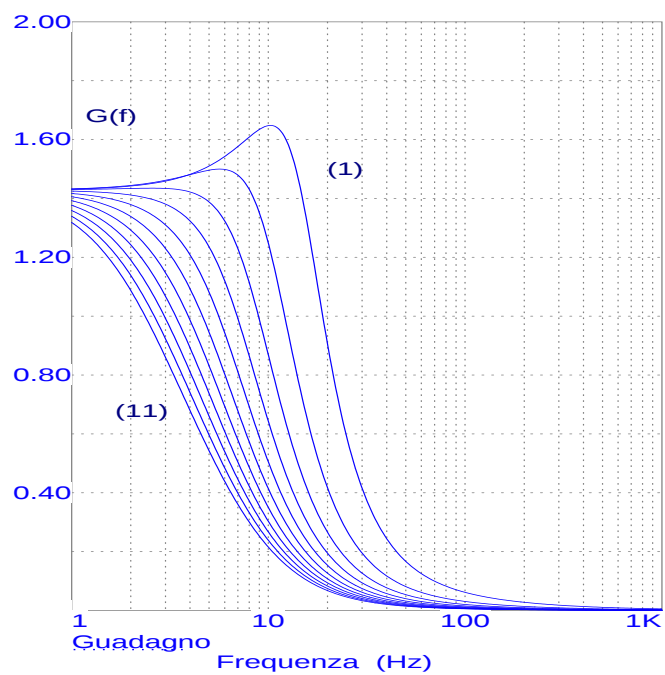


Figura 15.18:

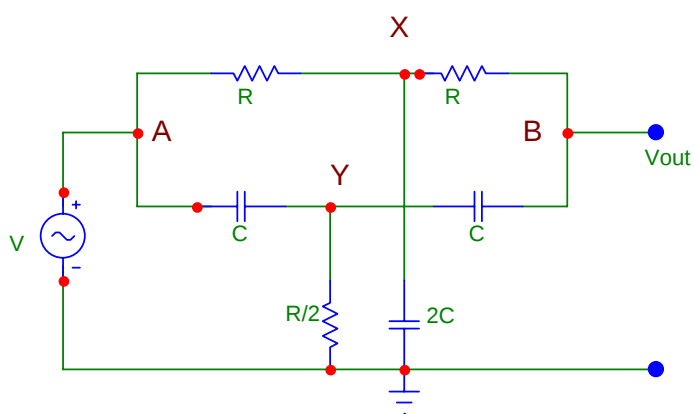


Figura 15.19:

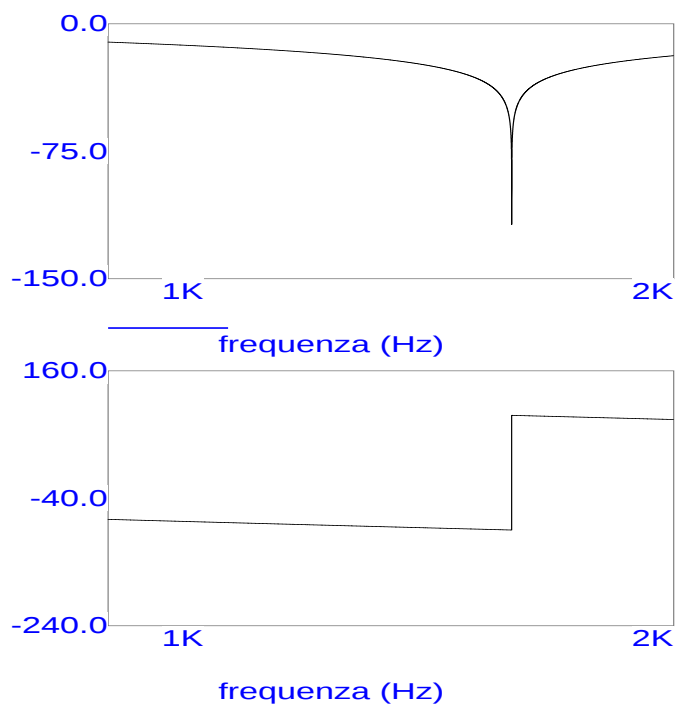


Figura 15.20:

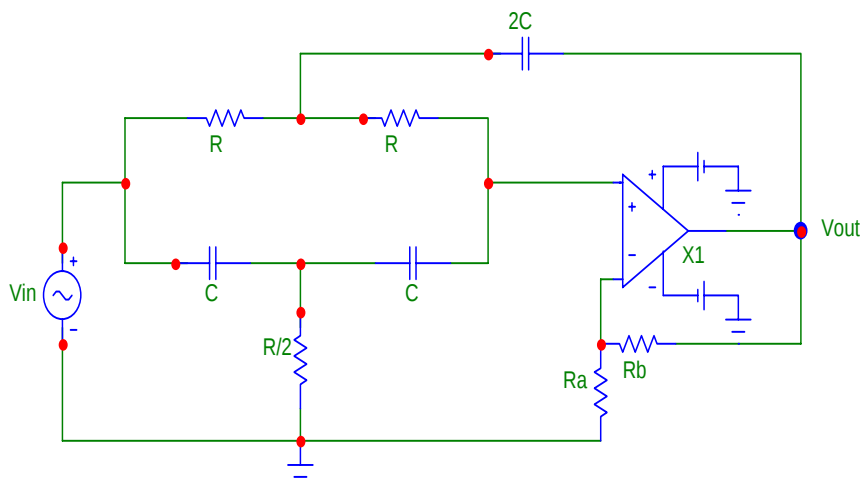


Figura 15.21:

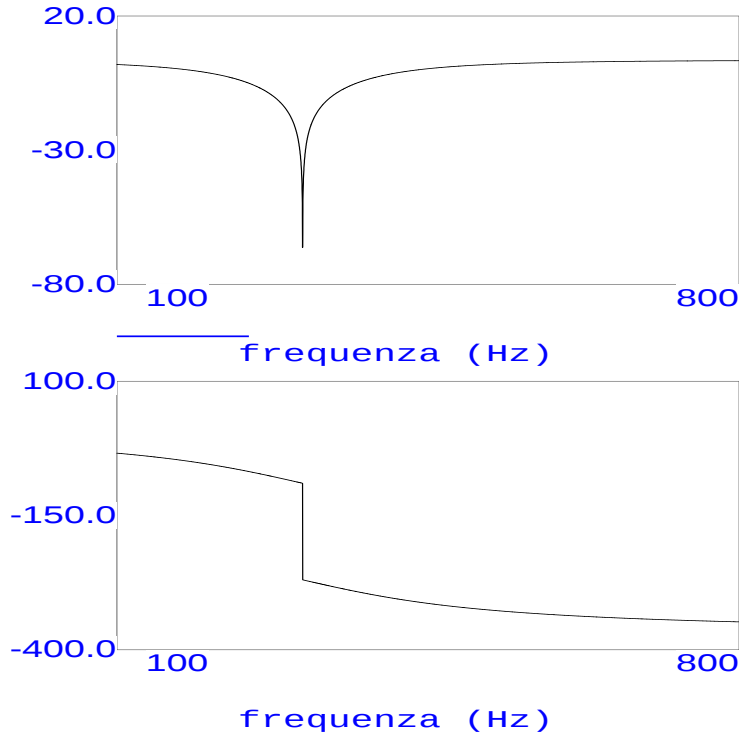


Figura 15.22:

Il circuito mostrato nella figura 15.21 è una implementazione di tale filtro con l'ausilio di un amplificatore operazionale.

La funzione di trasferimento di questo circuito è:

$$G(s) = \frac{A_v(s^2 + \omega_0^2)}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_0}s + \omega_0^2}$$

con:

$$A_v = 1 + \frac{R_b}{R_a}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q_0 = \frac{1}{2(2 - A_v)}$$

Il Q_0 del sistema è determinato dal guadagno A_v dell'amplificatore. Notiamo che A_v deve essere minore di 2 se si vuole un circuito stabile.

La figura 15.22 mostra un esempio di plot di Bode (modulo e fase) per tale circuito.

In tale esempio i valori dei componenti sono tali che $RC = 1000$, $A_v = 0.5$, e quindi: $f_0 = 159$ Hz e $Q_0 = 0.333$.

Filtri notch sono disponibili in commercio nella forma di moduli pronti all'uso, con frequenze che vanno da 1 Hz a 50 kHz, con "profondità" del notch di circa 60 dB.

Un filtro notch, regolabile su di un intervallo di frequenze più ampio di quello del filtro a T, è quello ([11]) mostrato in figura 15.23.

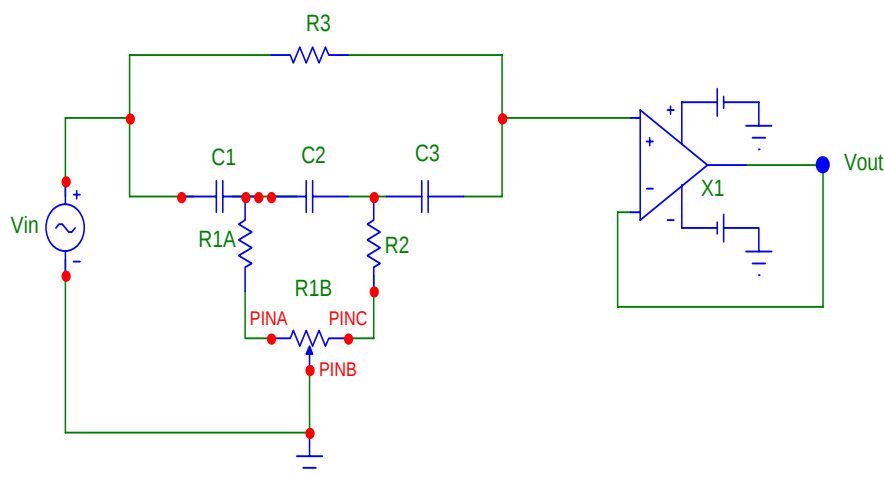


Figura 15.23:

Per questo circuito la frequenza di risonanza è:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi C \sqrt{3R_1 R_2}}$$

con:

$$R_1 = R_{1A} + R_{1B}$$

ed:

$$R_6 = 6(R_1 + R_2)$$

Una tipica funzione di trasferimento di questo circuito è mostrata in figura 15.24.

15.12 Filtri a condensatori commutati

Negli ultimi anni hanno avuto larga diffusione filtri in cui le resistenze sono sostituite da condensatori che vengono, con l'applicazione di opportuni impulsi, rapidamente caricati e scaricati. Questi sono noti come *Switched-Capacitor Filters* (Filtri a condensatori commutati).

Esistono vari motivi per tale scelta. Un primo motivo, di ordine pratico, è nel fatto che nella realizzazione di un filtro sotto forma di circuito integrato è opportuno limitare l'uso di resistenze che, oltre ad essere poco precise, occupano sul chip uno spazio notevole. È facile invece, come vedremo tra poco, simulare una resistenza mediante un condensatore commutato.

Un secondo motivo di tale scelta è nel fatto che un filtro a condensatori commutati può, modificando semplicemente la frequenza degli impulsi di clock che caricano e scaricano il condensatore, fornire la frequenza di taglio ω_0 desiderata, senza alcuna modifica degli elementi passivi presenti.

Per capire come un condensatore commutato possa simulare una resistenza, si consideri il circuito di figura 15.25

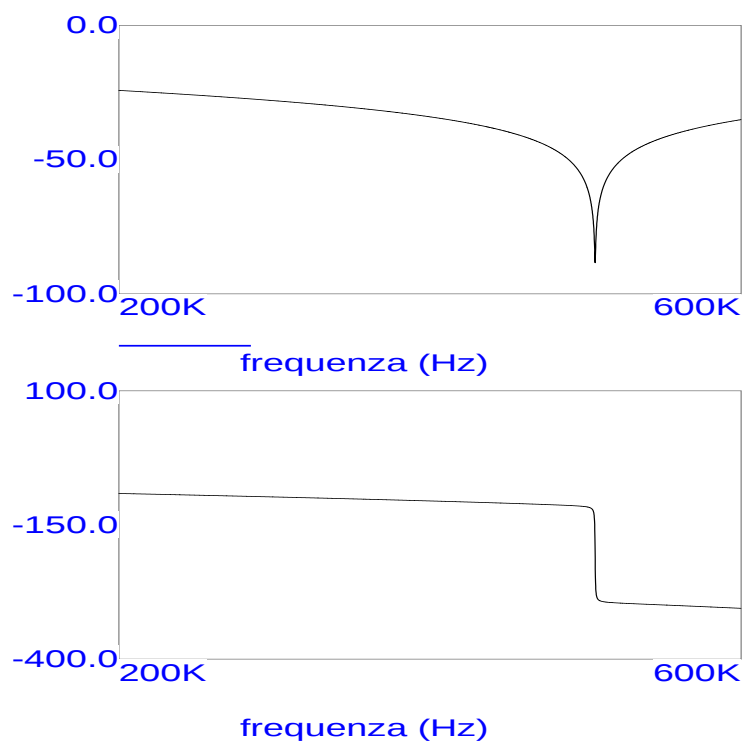


Figura 15.24:

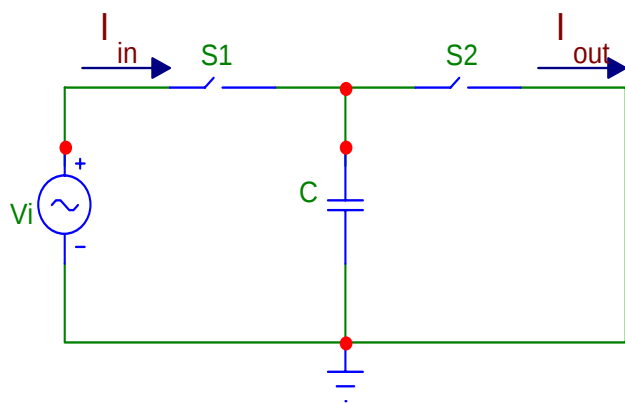


Figura 15.25:

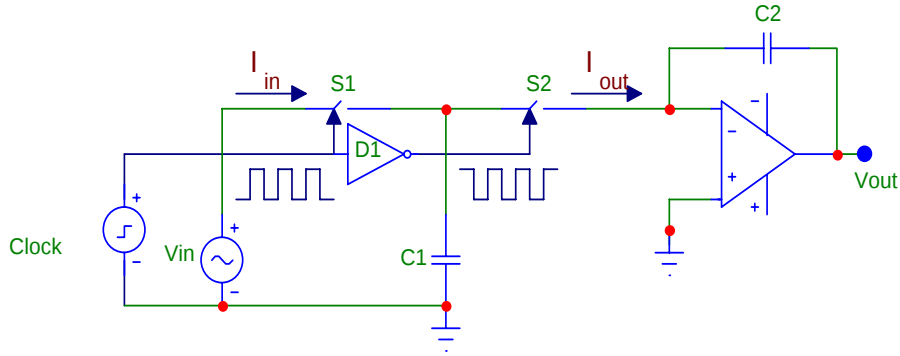


Figura 15.26:

Gli interruttori S_1 ed S_2 (implementati con transistor FET sul chip) sono complementari: quando S_1 è chiuso, S_2 è aperto e viceversa. Con S_1 chiuso la tensione (variabile) presente all'ingresso V_i carica il condensatore C . La carica del condensatore è:

$$q = V_i C$$

tale carica si accumula nel tempo $T/2$ durante il quale S_1 è chiuso. Nel successivo intervallo $T/2$, S_1 è aperto, S_2 chiuso ed il condensatore si scarica. La corrente media nel tempo T sarà quindi:

$$\bar{I} = \bar{I}_{out} = \bar{I}_{in} = \frac{q}{T} = \frac{V_i C}{T} = V_i C f_{ck}$$

con: $f_{ck} = 1/T$.

La resistenza equivalente vista dalla sorgente V_{in} è allora:

$$R = \frac{V_i}{\bar{I}} = \frac{1}{C f_{ck}}$$

Vediamo quindi che R è una funzione di C e di f_{ck} . Fissato C , la resistenza può esser modificata semplicemente modificando la frequenza f_{ck} .

Notiamo che le variazioni di V_{in} debbono avvenire in tempi molto più lunghi di T . Nella pratica, se f_{max} è la massima frequenza contenuta in V_{in} , si sceglie valori di f_{ck} compresi tra 50 e 100 volte f_{max} .

Un esempio dell'uso di un condensatore commutato per realizzare un integratore è mostrato nella figura 15.26.

L'invertitore D_1 ha lo scopo di chiudere S_2 quando il segnale di clock apre S_1 . La resistenza associata al condensatore commutato C_1 è, come visto:

$$R = \frac{1}{C_1 f}$$

dove f è la frequenza del clock.

Il segnale in uscita sarà quindi:

$$V_{out} = -\frac{1}{RC_2} \int V_{in} dt = -f \frac{C_1}{C_2} \int V_{in} dt$$

Vediamo che la costante che moltiplica l'integrale di V_{in} dipende dalla frequenza e dal rapporto delle capacità. Ciò è un importante vantaggio rispetto all'utilizzo di un

integratore che utilizza una resistenza ed una capacità poichè, mentre non è facile realizzare in un integrato un condensatore (o una resistenza) preciso e stabile, è molto più agevole realizzare due capacità il cui rapporto lo sia. Il risultato di ciò è che sono disponibili in commercio filtri a condensatori commutati il cui costo è molto inferiore a quello di filtri convenzionali.

Un secondo vantaggio dei filtri di questo tipo è, come accennato, nel fatto che essi consentono di regolare la frequenza di taglio (quella superiore in filtri passa-basso, quella inferiore in filtri passa-alto etc), con la semplice modifica della frequenza f del segnale di clock. Infatti, come visto, tale modifica equivale a cambiare la resistenza equivalente R e quindi la costante che moltiplica l'integrale di V_{in} .

Filtri a condensatori commutati sono disponibili in commercio sia in versioni dedicate, in cui la configurazione (passa-basso, passa-alto, passa-banda etc.) è fissata, che in versioni "universali", che possono essere adattate a realizzare il filtro che si desidera aggiungendo esternamente i componenti opportuni.

Un problema che è presente nei filtri a condensatori commutati è l'influenza della segnale di clock sul segnale in uscita. Ammettiamo ad esempio di voler realizzare un filtro passa-basso, con una frequenza di taglio superiore di 1 kHz e di utilizzare un filtro a condensatori commutati con una frequenza di clock di 100 kHz. Se il segnale che si vuol filtrare ha componenti di Fourier nella zona 99-101 kHz, osserveremo all'uscita del filtro un segnale spurio, non attenuato, con frequenze inferiori ad 1 kHz. A tale fenomeno si dà il nome di *aliasing*.

