

Capitolo 17

Oscillatori sinusoidali

17.1 Introduzione

Consideriamo un amplificatore a banda larga (vedi figura 17.1), seguito da un circuito (attivo o passivo) che fornisce in uscita una frazione (β) del segnale presente al suo ingresso.

Avremo all'uscita: $Y(t) = A\beta X(t)$. Se il segnale presente all'ingresso è sinusoidale, l'uscita $Y(t)$ sarà anch'essa sinusoidale. L'effetto della funzione di trasduzione $A\beta$ è quello di modificare fase ed ampiezza del segnale presente in ingresso.

Se $A\beta$ è tale da non modificare, ad una certa frequenza f_0 , nè l'ampiezza nè la fase del segnale presente in ingresso, cioè se per $f = f_0$ è $A\beta = 1$ (reale), allora potremo pensare di utilizzare $Y(t)$ al posto dell'ingresso $X(t)$ ed aspettarci che il sistema mantenga delle oscillazioni (eventualmente smorzate) di frequenza f_0 .

Ciò è quanto in realtà avviene. Il circuito descritto dalla funzione di trasferimento β è il circuito di feedback (o di reazione). La condizione $A\beta = 1$ è nota come condizione di Barkhausen. Essa deve essere verificata ad una sola frequenza.

Il circuito di feedback nel caso generale può esser disegnato come in figura 17.2. Avremo:

$$e(t) = X(t) + \beta X'(t)$$

$$X'(t) = Ae(t) = AX(t) + A\beta X'(t)$$

da cui:

$$X'(t)(1 - A\beta) = AX(t)$$



Figura 17.1:

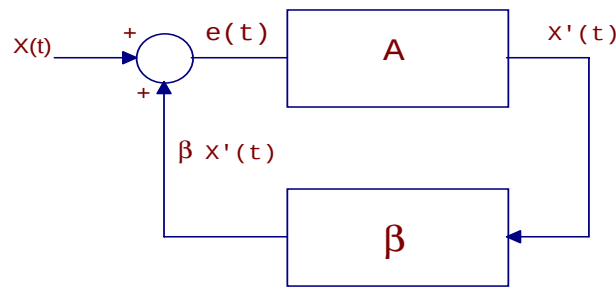


Figura 17.2:

$$X'(t) = \frac{A}{1 - A\beta} X(t) \quad (17.1)$$

Se definiamo un guadagno con feedback, A_f , come:

$$A_f = \frac{X'(t)}{X(t)} \quad (17.2)$$

vediamo che:

$$A_f = \frac{A}{1 - A\beta} \quad (17.3)$$

che va ad infinito per $A\beta = 1$. Ciò implica che, con $X(t) = 0$, il sistema avrà un valore finito del segnale in uscita $X'(t)$.

La condizione di Barkhausen dovrà essere soddisfatta ad una sola frequenza f_0 (frequenza di oscillazione) che è quella che annulla la parte immaginaria di $A\beta$. La condizione che $A\beta = 1$ per $f = f_0$ (che cioè sia uguale ad 1 la parte reale), viene poi adoperata per determinare gli altri parametri dell'amplificatore e della rete di reazione.

17.2 Realizzazione di un oscillatore sinusoidale

Per realizzare un oscillatore sinusoidale dobbiamo costruire un circuito con retroazione positiva che, ad una ben determinata frequenza, soddisfi le due condizioni seguenti:

- lo sfasamento complessivo lungo l'intera maglia deve essere uguale a zero
- il guadagno in tensione lungo l'intera maglia deve valere 1

Queste due condizioni possono poi esser ottenute in due modi diversi:

- facendo uso di un amplificatore a larga banda ed una rete passiva di reazione che abbia una buona selettività, che cioè realizzi la condizione di Barkhausen alla frequenza desiderata f_0
- adoperando un elemento (amplificatore o altro) che, alla frequenza f_0 , introduca uno sfasamento di $\pi/2$ seguito da un secondo elemento che, alla stessa frequenza, introduca uno sfasamento di $-\pi/2$

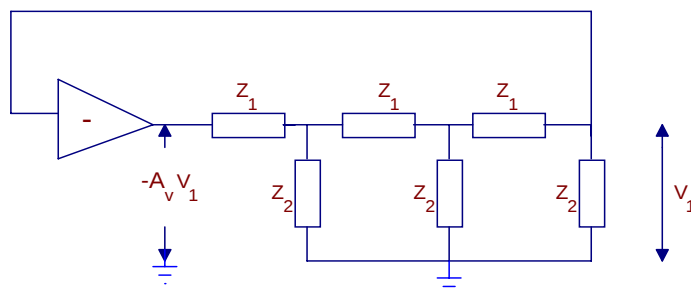


Figura 17.3:

Ci occuperemo ora degli oscillatori sinusoidali del primo tipo. Questi possono a loro volta essere suddivisi in due classi:

- quelli in cui la rete passiva introduce uno sfasamento di π . In tal caso l'amplificatore dovrà essere invertente
- quelli in cui la rete passiva non introduce alcuno sfasamento. In tal caso l'amplificatore dovrà essere non-invertente

Va infine notato che la condizione $|A\beta| = 1$ non sarà mai rigorosamente soddisfatta da un circuito reale. Anche se essa lo fosse a circuito spento, la variazione dei parametri fisici della rete con la temperatura potrebbe far sì che la condizione non fosse più soddisfatta a circuito acceso. Se $|A\beta|$ è minore di 1 l'oscillazione si estinguerà rapidamente. Se $|A\beta| > 1$, l'oscillazione tenderà ad esaltarsi e con ciò manderà il sistema fuori dalla zona lineare. Tale non-linearità diverrà sempre più marcata via via che l'ampiezza delle oscillazioni aumenta. L'effetto della non-linearità sarà quello di *limitare* l'escursione delle oscillazioni e riportare il circuito in zona lineare.

Si vede da quanto detto che è opportuno che $|A\beta|$ sia, anche se poco, superiore ad 1. Una buona regola è che $|A\beta|$ sia maggiore di 1 di circa il 5%.

17.3 L'oscillatore a sfasamento

In tale tipo di oscillatore viene adoperato un amplificatore invertente, seguito da tre celle RC (o RL) in cascata, tali da fornire uno sfasamento complessivo di 180° . La necessità di adoperare tre celle è dovuta al fatto che lo sfasamento introdotto da ciascuna cella è sicuramente inferiore a 90° .

Il circuito appare come in figura 17.3.

Se ammettiamo che l'impedenza d'ingresso dell'amplificatore sia infinitamente grande e quella d'uscita nulla, il circuito equivalente sarà quello di figura 17.4, dove compare il generatore dipendente $A_v v_1$.

Per questo circuito, con le notazioni indicate in figura, abbiamo le seguenti equazioni:

$$i'' = \frac{v_1}{Z_2}$$

$$v'' = (Z_1 + Z_2)i'' = (Z_1 + Z_2)\frac{v_1}{Z_2}$$

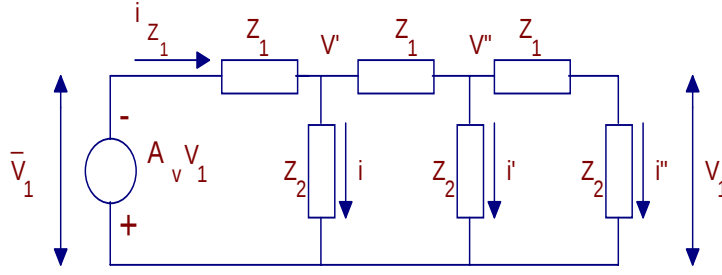


Figura 17.4:

$$i' = \frac{v''}{Z_2} = (Z_1 + Z_2) \frac{v_1}{Z_2^2}$$

$$v' = v'' + Z_1(i' + i'') = (Z_1 + Z_2) \frac{v_1}{Z_2} + \left[\frac{Z_1 + Z_2}{Z_2^2} + \frac{1}{Z_2} \right] Z_1 v_1$$

da cui:

$$v' = v_1 \left[3 \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 + 1 \right]$$

$$i = \frac{v'}{Z_2} = \frac{v_1}{Z_2} \left[\left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 + 3 \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) + 1 \right]$$

$$i_{Z_1} = i + i' + i'' = \frac{v_1}{Z_2} \left[\left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 + 3 \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) + 1 \right] + \frac{v_1}{Z_1} \left[\left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 \right] + \frac{v_1}{Z_2}$$

Con riferimento alla figura 17.4, il feedback β è nel nostro caso: $\beta = \frac{v_1}{v_1}$.
Calcoliamo $\overline{v_1}$:

$$\overline{v_1} = v' + Z_1 i_{Z_1} = v_1 \left[\left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^3 + 5 \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 + 6 \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) + 1 \right]$$

da cui:

$$\beta = \frac{1}{\left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^3 + 5 \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 + 6 \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) + 1}$$

e quindi:

$$A\beta = - \frac{A_v}{\left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^3 + 5 \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 + 6 \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) + 1}$$

La condizione: $A\beta = 1$ (reale) implica:

$$-A_v = \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^3 + 5 \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 + 6 \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) + 1$$

e che entrambi i membri di tale equazione siano reali (essendo A_v reale). Poichè d'altronde Z_1 e Z_2 sono uno reale e l'altro immaginario, ne segue che solo le potenze

dispari di Z_1/Z_2 possono contribuire alla parte immaginaria dell'espressione. La condizione di risonanza è allora:

$$\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^3 + 6\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) = 0$$

che implica:

$$\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 = -6$$

Da questa si ottiene per A_v :

$$-A_v = 5\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 + 1 = -30 + 1 = -29$$

$$A_v = 29$$

Cioè l'amplificatore invertente deve avere un guadagno pari a 29, indipendentemente dal tipo di elemento reattivo considerato.

L'equazione:

$$\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 = -6$$

ci dà inoltre il valore della frequenza di oscillazione. Se ad esempio è:

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_2 = R$$

si ha:

$$\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 = -\frac{1}{(\omega RC)^2} = -6$$

da cui:

$$\omega^2 = \frac{1}{6(RC)^2}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{6}RC}$$

Se invece è:

$$Z_1 = R$$

$$Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$$

si ha:

$$\omega = \frac{\sqrt{6}}{RC}$$

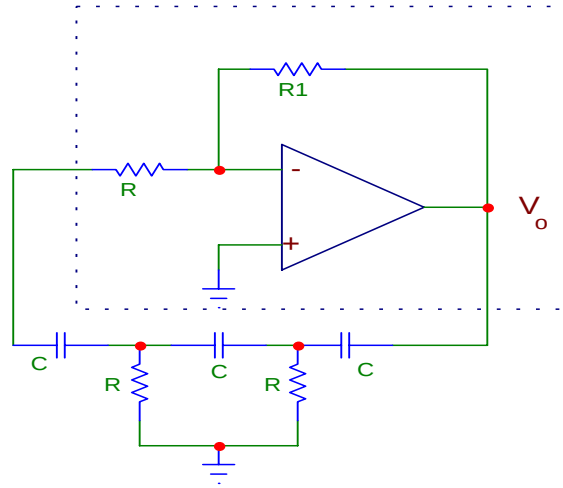


Figura 17.5:

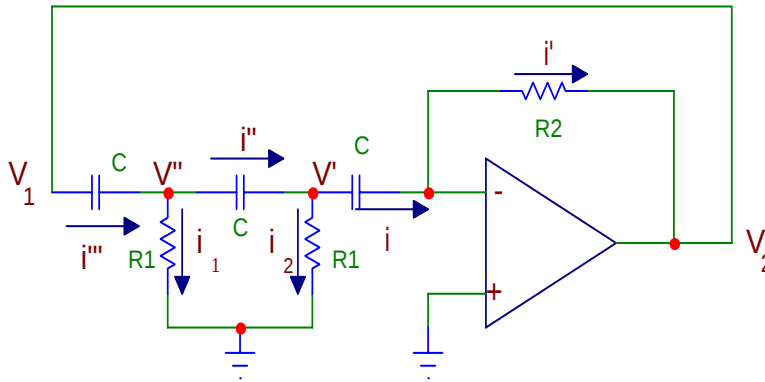


Figura 17.6:

Notiamo che oscillatori di questo tipo sono convenienti finchè sono trascurabili gli effetti reattivi dell'elemento attivo. Essi vengono pertanto adoperati fino a qualche centinaio di kHz.

Un esempio di oscillatore a sfasamento che utilizza un amplificatore operazionale è quello di figura 17.5.

Notiamo che l'amplificatore, costituito dall'operazionale con la resistenza di feedback R_1 e la resistenza d'ingresso R , ha l'uscita collegata alla rete CR-CR-CR (la terza resistenza R è quella sull'ingresso invertente dell'operazionale, che è una massa virtuale).

Il guadagno dell'amplificatore indicato dal rettangolo tratteggiato è: $A_v = -R_1/R$. La condizione $|A_v| = 29$ richiede che sia $R_1 = 29R$. In realtà, come già detto, è bene che tale condizione sia soddisfatta con un qualche margine (e.g. se $R=1k$ dovrà essere $R_1 \simeq 31k$).

Un oscillatore a sfasamento analogo a questo è indicato nella figura 17.6.

Analizziamo il funzionamento di questo circuito. La condizione di Barkhausen è evidentemente: $v_1 = v_2$ (a catena aperta).

Procedendo in modo analogo a quello seguito nell'analizzare il caso generale discusso in precedenza e facendo uso della variabile complessa s , avremo:

$$v_2 = -R_2 i'$$

$$v' = \frac{i'}{sC} = -\frac{v_2}{sR_2C}$$

$$i_2 = \frac{v'}{R_1} = -\frac{v_2}{sR_1R_2C}$$

$$i'' = i_2 + i' = -\frac{v_2}{R_2}\left(1 + \frac{1}{sR_1C}\right)$$

$$v'' = v' + \frac{i''}{sC} = -\frac{v_2}{sR_2C}\left(2 + \frac{1}{sR_1C}\right)$$

$$i_1 = \frac{v''}{R_1} = -\frac{v_2}{sR_1R_2C}\left(2 + \frac{1}{sR_1C}\right)$$

$$i''' = i'' + i_1 = -\frac{v_2}{R_2}\left(1 + \frac{3}{sR_1C} + \frac{1}{(sR_1C)^2}\right)$$

$$v_1 = v'' + \frac{i'''}{sC} = -\frac{v_2}{sR_2C}\left(3 + \frac{4}{sR_1C} + \frac{1}{(sR_1C)^2}\right)$$

imponendo la condizione che questo sia uguale a v_2 , otteniamo:

$$R_2 = -\frac{1}{sC}\left(3 + \frac{4}{sR_1C} + \frac{1}{(sR_1C)^2}\right)$$

Poniamo ora: $s = j\omega$. La parte immaginaria dell'espressione scritta per R_2 è:

$$-\frac{3}{\omega C} + \frac{1}{R_1^2 C^3 \omega^3}$$

che si annulla per:

$$\omega = \omega_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{3}R_1C}$$

Per tale valore di ω , R_2 vale:

$$R_2 = \frac{4}{\omega^2 R_1 C^2} = 12R_1$$

In pratica si sceglierà un valore di R_2 leggermente più alto di questo, diciamo del 5%, se si vuole evitare un rapido smorzamento delle oscillazioni. L'ampiezza di queste sarà limitata dal fatto che, per effetto del feedback, il dispositivo attivo uscirà rapidamente dalla zona lineare.

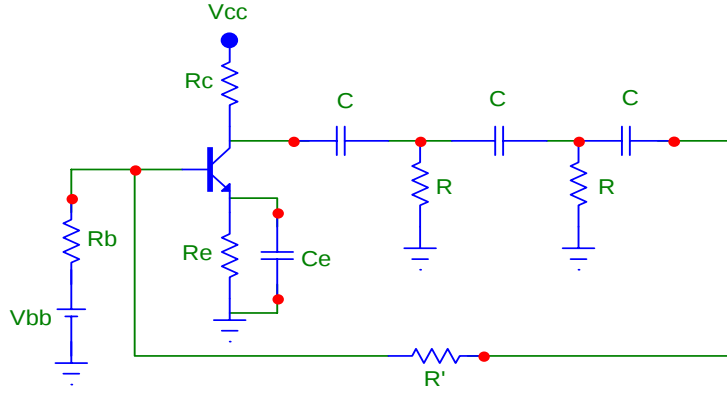


Figura 17.7:

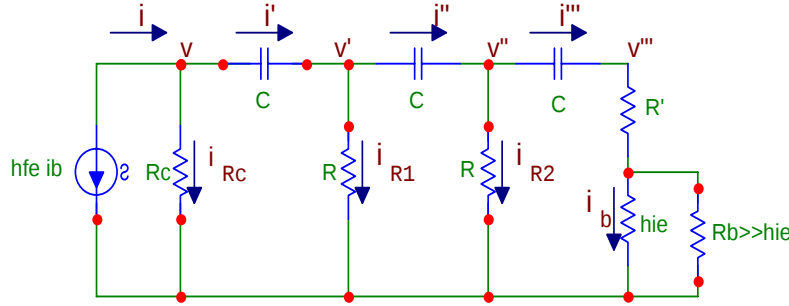


Figura 17.8:

17.4 Oscillatore a sfasamento a transistor bipolare

Sappiamo che in un amplificatore a transistor ad emettitore comune l'uscita è sfasata di 180° rispetto all'ingresso. Se quindi inseriamo una rete passiva di feedback che introduca un ulteriore sfasamento di 180° e dimensioniamo opportunamente l'attenuazione introdotta dalla rete, possiamo realizzare un oscillatore sinusoidale.

Come negli esempi precedenti, la rete passiva potrà essere ottenuta tramite tre elementi CR-CR-CR, come mostrato in figura 17.7.

Notiamo che la resistenza associata al terzo gruppo CR è costituita dalla resistenza R' in serie con il parallelo di R_b ed h_{ie} . Ammetteremo che sia $R_b \gg h_{ie}$. Per esaminare il comportamento di questo circuito, sostituiamo al transistor il suo modello a parametri h, ottenendo in tal modo il circuito equivalente mostrato in figura 17.8 (dove abbiamo trascurato h_{re} ed h_{oe}) e dove $R \simeq R' + h_{ie}$.

Calcoliamo la corrente i a partire da i_b , come fatto negli esempi precedenti.

$$i''' = i_b$$

$$v''' = (R' + h_{ie})i_b \approx Ri_b$$

$$v'' = v''' + \frac{i_b}{sC} = i_b[R + \frac{1}{sC}]$$

$$i_{R_2} = \frac{v''}{R} = i_b[1 + \frac{1}{sRC}]$$

$$i'' = i''' + i_{R_2} = i_b + i_{R_2} = i_b[2 + \frac{1}{sRC}]$$

$$v' = v'' + \frac{i''}{sC} = i_b[R + \frac{3}{sC} + \frac{R}{(sRC)^2}]$$

$$i_{R_1} = \frac{v'}{R} = i_b[R + \frac{3}{sRC} + \frac{1}{(sRC)^2}]$$

$$i' = i'' + i_{R_1} = i_b[3 + \frac{4}{sRC} + \frac{1}{(sRC)^2}]$$

$$v = v' + \frac{i'}{sC} = i_b[R + \frac{6}{sC} + \frac{5R}{(sRC)^2} + \frac{R}{(sRC)^3}]$$

$$i_{R_c} = \frac{v}{R_c} = \frac{i_b R}{R_c} [1 + \frac{6}{sRC} + \frac{5}{(sRC)^2} + \frac{1}{(sRC)^3}]$$

La corrente nel circuito di collettore è allora:

$$-h_{fe} i_b = i = i' + i_{R_c} = i_b [3 + \frac{4}{sRC} + \frac{1}{(sRC)^2} + \frac{R}{R_c} + \frac{6}{sR_c C} + \frac{5}{R_c R (sC)^2} + \frac{1}{R_c R^2 (sC)^3}] \quad (17.4)$$

L'espressione in parentesi quadra deve, come visto in precedenza, essere reale. Ugualizzando a zero la parte immaginaria (cioè la somma dei termini che contengono potenze dispari di s), otteniamo:

$$\frac{4}{sR} + \frac{6}{(sR_c)} + \frac{1}{s^3 R^2 R_c C^2} = 0$$

cioè, ponendo $s = j\omega$:

$$\frac{4}{R\omega} + \frac{6}{R_c \omega} - \frac{1}{R_c R^2 C^2 \omega^3} = 0$$

da cui si ottiene dopo qualche passaggio:

$$\omega^2 = \frac{1}{(6 + 4\frac{R_c}{R})R^2 C^2}$$

La frequenza di risonanza $f_0 = \omega_0/(2\pi)$ sarà quindi:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC \sqrt{6 + 4\frac{R_c}{R}}} \quad (17.5)$$

dalla 17.4, sostituendo il valore ottenuto per ω_0 , si ha:

$$h_{fe} = -[3 - \frac{1}{R^2 C^2 \omega_0^2} + \frac{R}{R_c} - \frac{5}{R_c R C^2 \omega_0^2}]$$

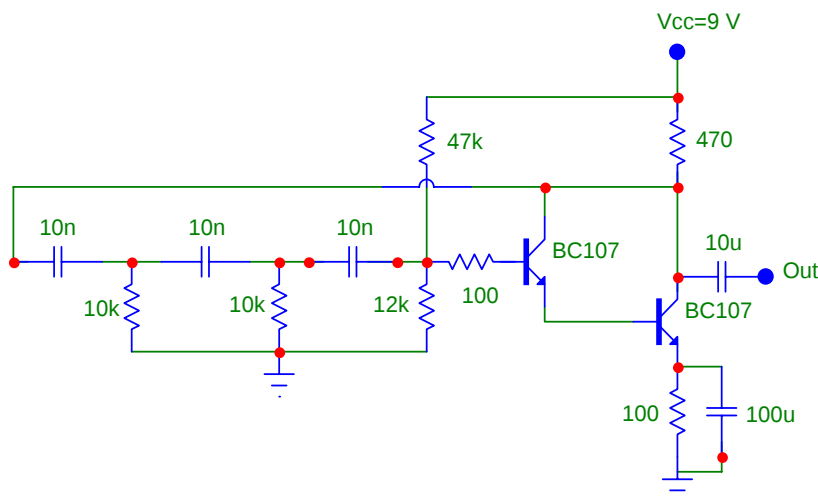


Figura 17.9:

che, con qualche passaggio si riduce a:

$$h_{fe} = 23 + 29 \frac{R}{R_c} + 4 \frac{R_c}{R}$$

Ponendo $k \equiv \frac{R}{R_c}$, questa diventa:

$$h_{fe} = 23 + 29k + \frac{4}{k}$$

Da questa possiamo ricavare k:

$$k = \frac{R}{R_c} = \frac{h_{fe} - 23}{58} + \sqrt{\left(\frac{23 - h_{fe}}{58}\right)^2 - \frac{4}{29}}$$

Dati h_{fe} ed ω_0 si può ricavare R/R_c da quest'ultima equazione e poi RC dalla 17.5.

Notiamo che, affinché il radicando sia positivo occorre che sia:

$$\left(\frac{h_{fe} - 23}{58}\right)^2 > \frac{4}{29}$$

cioè:

$$h_{fe} > 23 + \sqrt{464} = 44.6$$

Se h_{fe} è minore di tale valore, il circuito non potrà oscillare.

Un esempio concreto di oscillatore a sfasamento a transistor bipolare è quello di figura 17.9.

Notiamo che i due transistor BC107 sono adoperati nella configurazione Darlington, con che l'impedenza d'ingresso è estremamente elevata.

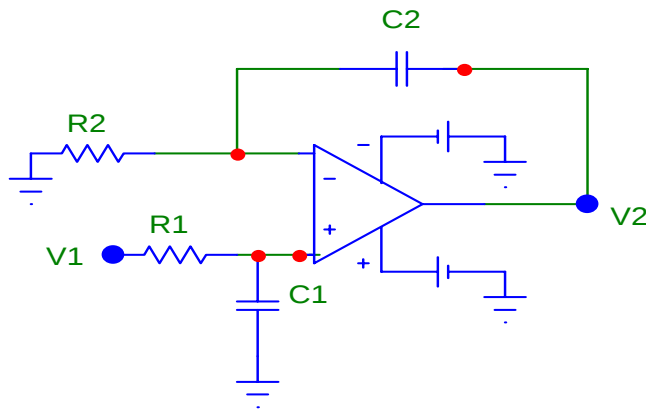


Figura 17.10:

17.5 L'oscillatore sinusoidale in quadratura

La condizione di Barkhausen $A\beta = 1$ (reale) implica che lo sfasamento complessivo dell'amplificatore con reazione positiva debba essere nullo. Ciò può esser ottenuto utilizzando un amplificatore che introduca uno sfasamento di $+90^\circ$ ed una rete di reazione costituita da un secondo amplificatore che introduca uno sfasamento di -90° . Si parla allora di *oscillatore in quadratura*.

Un sistema basato su tale schema può esser realizzato facendo uso di un integratore invertente seguito da uno non-invertente. Un integratore non-invertente è quello mostrato in figura 17.10

La condizione $v_- = v_+$ fornisce:

$$\frac{\tilde{v}_1}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} \frac{1}{sC_1} = \frac{\tilde{v}_2}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} R_2$$

dove la soprascritta $\tilde{}$ sta ad indicare la trasformata di Laplace. Da questa segue:

$$\tilde{v}_2 = \frac{\tilde{v}_1(1 + sC_2R_2)}{sC_2R_2(1 + sC_1R_1)}$$

che, per $R_1C_1 = R_2C_2$ ci da:

$$\tilde{v}_2 = \left(\frac{1}{C_2R_2}\right) \frac{\tilde{v}_1}{s}$$

che à appunto la trasformata della risposta di un integratore non-invertente.

Se ora a tale circuito facciamo seguire un integratore invertente, otteniamo il circuito di figura 17.11 che, come vedremo, si comporta da oscillatore sinusoidale.

L'operazionale A, con le capacità C_1, C_2 e le resistenze R_1, R_2 , costituisce un integratore non invertente. Questo è *alimentato* dall'integratore invertente costituito dall'operazionale B con la capacità C_3 e la resistenza R_3 . Poichè la funzione di trasduzione dell'integratore invertente è data da:

$$\tilde{v}_1 = -\frac{1}{C_3R_3} \frac{\tilde{v}_o}{s}$$

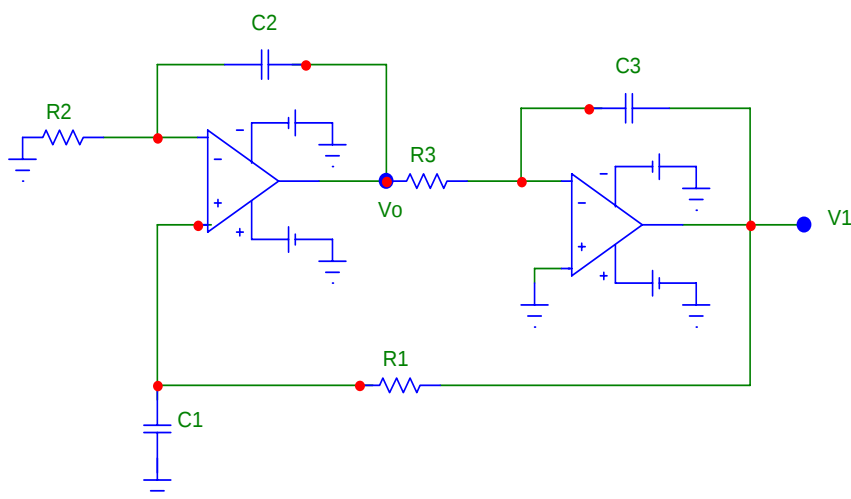


Figura 17.11:

la funzione di trasduzione della maglia sarà:

$$\tilde{v}_1 = -\frac{1}{sC_3R_3} \frac{1+sC_2R_2}{1+sC_1R_1} \frac{1}{sC_2R_2} \tilde{v}_1$$

Ponendo $C_1 = C_2 = C_3 = R$, $R_1 = R_2 = R_3 = R$ e quindi:

$$C_1R_1 = C_2R_2 = C_3R_3 = CR$$

segue:

$$\frac{1}{\omega^2 C^2 R^2} = 1$$

dove si è fatto uso della sostituzione $s = j\omega$. Si ottiene in tal modo per la frequenza angolare di oscillazione:

$$\omega = \frac{1}{RC}$$

Nella pratica è necessario che R_2C_2 sia maggiore di R_1C_1 se si vuole che le oscillazioni persistano.

17.6 Circuiti limitatori negli oscillatori sinusoidali

In tutti gli esempi visti si è accennato all'opportunità che $|A\beta|$ sia leggermente maggiore di 1, per evitare un rapido smorzamento delle oscillazioni. Ciò potrebbe però causare una rapida uscita degli amplificatori dalla loro zona lineare, con che le oscillazioni sarebbero fortemente deformate.

Per ovviare a tale inconveniente è opportuno inserire nella rete di reazione un elemento che riporti il sistema in zona lineare.

Ciò può esser ottenuto in vari modi. Un metodo spesso adoperato è quello di sostituire una resistenza (ad esempio, nell'oscillatore a sfasamento di figura 17.5,

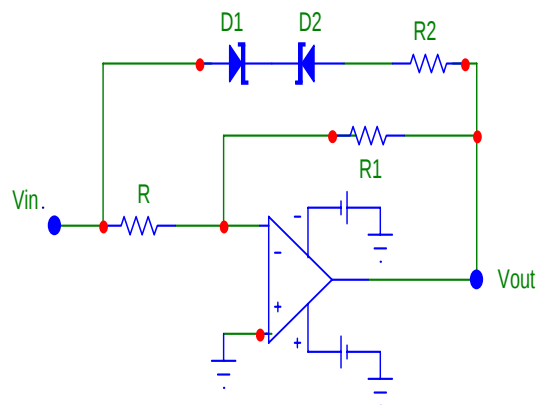


Figura 17.12:

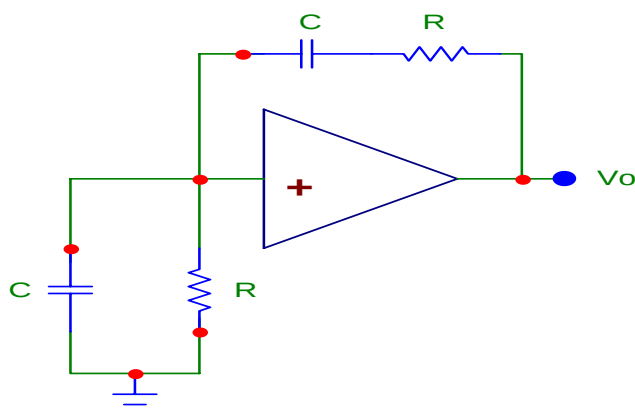


Figura 17.13:

la resistenza R posta all'ingresso invertente dell'operazionale) con una resistenza che abbia un coefficiente di temperatura positivo (cioè un *sensistore*). In tal modo, se il guadagno dell'amplificatore aumenta, aumenterà la corrente in R con una conseguente diminuzione del guadagno.

Un'alternativa all'uso del sensistore è quella di inserire una coppia di Zener contrapposti, in serie con una opportuna resistenza, in parallelo alle resistenze $R_1 - R$ come mostrato in figura 17.12.

In questo circuito, se v_{out} aumenta oltre $v_z + v_\gamma$, i diodi Zener conducono ed il guadagno diminuisce. Un analogo circuito può essere utilizzato, nel circuito di figura 17.10, in serie con la capacità C_2 .

17.7 Oscillatore a mezzo ponte di Wien

Questo adopera un amplificatore non-invertente, come indicato in figura 17.13.

Se facciamo l'ipotesi che l'impedenza d'ingresso dell'amplificatore sia infinita e quella d'uscita sia nulla, possiamo far uso del circuito equivalente di figura 17.14 per verificare il funzionamento

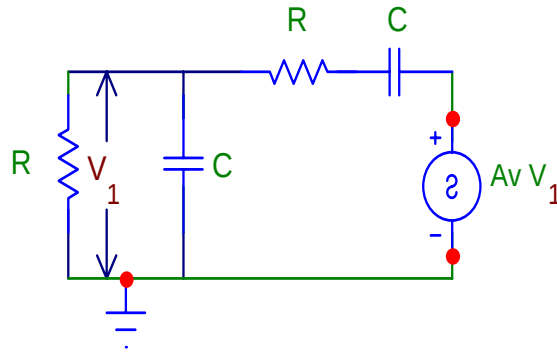


Figura 17.14:

Da tale circuito si ottiene facilmente:

$$v_1 = (A_v v_1) \frac{Z_p}{Z_p + Z_s}$$

dove Z_s è l'impedenza-serie e Z_p quella parallelo di R e C:

$$Z_p = \frac{R/sC}{R + 1/sC}$$

$$Z_s = R + 1/sC$$

Si ottiene in tal modo:

$$A_v = \frac{(sRC)^2 + 3(sRC) + 1}{sRC}$$

La parte immaginaria di tale espressione si annulla per:

$$sRC + \frac{1}{sRC} = 0$$

cioè:

$$(sRC)^2 = -1$$

e quindi, ponendo $s = j\omega$, per:

$$\omega = \frac{1}{RC}$$

Per tale valore di ω si ha $A_v = 3$. Questo dovrà quindi essere il guadagno dell'amplificatore.

17.8 L'oscillatore a ponte di Wien

In tale tipo di oscillatore un ponte bilanciato (vedi figura 17.15) viene adoperato come circuito di feedback.

I quattro rami del ponte sono costituiti dalle impedenze R_1, R_2, Z_1, Z_2 . L'input del ponte è l'uscita v_o dell'operazionale e l'output del ponte tra i nodi 1 e 2 fornisce l'input differenziale all'amplificatore operazionale (vedi figura 17.16). Se il ponte è

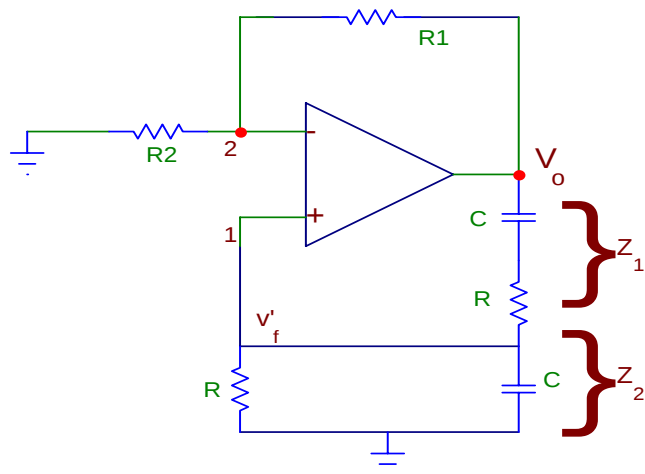


Figura 17.15:

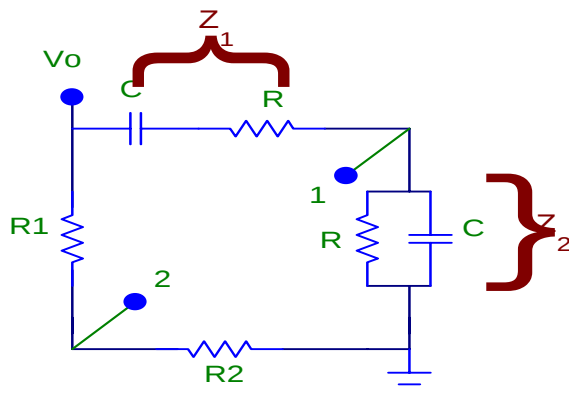


Figura 17.16:

bilanciato, avremo $v_{1-2} = 0$, con un valore finito di v_o . Ciò richiede che la tensione nel punto 2, determinata dal partitore $R_1 - R_2$, sia uguale a quella nel punto 1, determinata dal partitore $Z_1 - Z_2$, cioè che sia:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

In definitiva, nel circuito di figura 17.15, se il ponte è bilanciato, la differenza di potenziale tra l'ingresso invertente e quello non invertente dell'operazionale, sarà nulla. Ciò richiede che il feedback negativo introdotto dal ramo $R_1 - R_2$ bilanci quello positivo introdotto dal ramo $Z_1 - Z_2$.

Il guadagno dell'anello è $A\beta$, dove:

$$\beta = \frac{v'_f}{v_o} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

ed:

$$A \equiv \frac{v_0}{v'_f} = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

Avremo allora:

$$\beta A = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

Cioè:

$$\beta A = \frac{\alpha}{3\alpha - j(1 - \alpha^2)} \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

dove: $\alpha \equiv \omega RC$. La condizione di Barkhausen: $A\beta = 1$ impone che sia:

$$1 - \alpha^2 = 0$$

cioè $\alpha = \omega RC = 1$. Se tale condizione è soddisfatta, l'ulteriore vincolo:

$$\beta A = 1 = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

porta a:

$$1 + \frac{R_1}{R_2} = 3$$

cioè:

$$\frac{R_1}{R_2} = 2$$

É possibile cambiare con continuità la frequenza di risonanza cambiando simultaneamente i valore dei due condensatori C. É possibile poi modificare il range di frequenza (in modo discontinuo) cambiando i valori delle due resistenze (uguali) R.

L'uscita di tale circuito, se montato senza ulteriori precauzioni, potrebbe facilmente saturare al livello alto o a quello basso dell'A.O., o esibire instabilità nelle oscillazioni. É possibile renderlo stabile, come accennato in precedenza, con l'aggiunta di opportuni diodi. Un esempio è quello mostrato in figura 17.17. I due diodi servono a "bypassare" la resistenza R_1 e quindi a ridurre il guadagno (dato nell'esempio da $1 + (R_1 + R_5 + f \cdot X_2)/(R_6 + f \cdot X_2)$, con f il fattore di regolazione del potenziometro X_2) non appena l'uscita tenda a divenire troppo alta in valore assoluto.

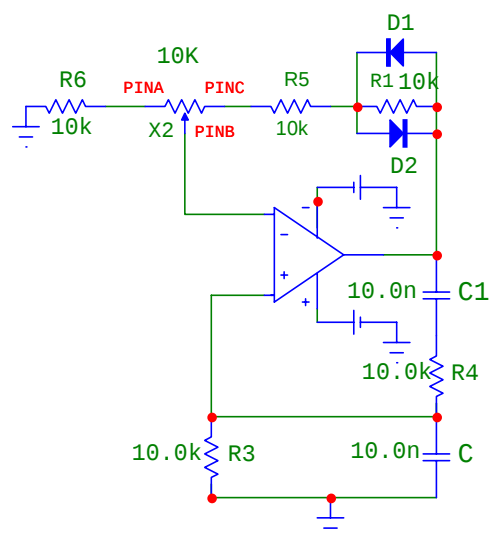


Figura 17.17:

