

Capitolo 20

Preamplificatori ad amplificatori per rivelatori di particelle

20.1 Introduzione

Una particella elettricamente carica che attraversa un mezzo materiale può, se la sua energia è sufficientemente elevata (energia cinetica $\geq 1 \text{ MeV}$) dar luogo a processi che causano una perdita d'energia della particella, energia depositata nel mezzo attraversato. Tra tali processi, particolarmente importanti sono la ionizzazione, il *brehmsstrahlung*, la radiazione di luce *Cěrenkov*, la radiazione di transizione ed altri. Tale rilascio di energia, la cui natura ed ampiezza dipendono sia dal particolare mezzo attraversato che dalla natura della particella carica (elettrone, protone, mesone $\pi^\pm$, leptone $\mu^\pm, \dots$) può esser utilizzato per rivelare la particella. In particolare si può:

- (a) valutare l'istante in cui la particella è passata nel mezzo;
- (b) ottenere una stima dell'energia della particella, che è spesso legata all'energia che essa ha depositato nel mezzo medesimo;
- (c) misurare la posizione della particella nell'istante in cui essa ha attraversato il mezzo;
- (d) "identificare" la particella; cioè stabilire (entro un predeterminato "livello di confidenza") se essa sia un elettrone, π , protone... . In tale tipo di applicazione sono molto utili i rivelatori basati sull'emissione di luce *Cěrenkov* e quelli basati sulla radiazione di transizione.

Non intendiamo qui entrare nei dettagli dei rivelatori, ma limitarci a studiare alcuni dei problemi che essi pongono all'elettronica di "front end", cioè ai circuiti che debbono amplificare e rivelare i deboli segnali elettrici prodotti. Ovviamente, i vincoli posti sull'elettronica cambiano molto a seconda del tipo di rivelatore e del tipo di informazione che si vuole estrarre (tempo, energia, posizione etc.). Ciò vuol dire che una trattazione esauriente dei problemi elettronici da affrontare non può esser disgiunta da una trattazione dei diversi rivelatori. Ci limiteremo qui a discutere alcuni dei principali problemi e ad esaminare le soluzioni comunemente adottate. Dettagli possono essere trovati nelle referenze ([23]), ([24]), ([26]), ([28]), ([27]), ([29]).

Esamineremo, a titolo di esempio, la struttura di tre rivelatori: lo scintillatore, il tubo proporzionale ed il rivelatore a semiconduttore.

20.2 Rivelatori a scintillazione

Una particella carica che attraversa un mezzo materiale può provocare dei processi di eccitazione molecolare. Le molecole eccitate decadono poi al loro stato fondamentale con emissione di luce. In alcuni casi il processo di decadimento è molto rapido ($\leq 10^{-8}$ s), nel qual caso si parla di "fluorescenza". In altri casi il processo è lento, poichè lo stato eccitato raggiunto è metastabile. In tal caso si parla di "fosforescenza". La vita media relativa alla fosforescenza può variare tra qualche microsecondo e diverse ore. Nei rivelatori di particelle, dovendosi rivelare processi che si susseguono ad intervalli di tempo molto brevi ($\approx 1 - 100$ ns) si ricorre a sostanze in cui il tempo di decadimento è breve, e quindi a quelle in cui è soppressa la componente di fosforescenza.

In prima approssimazione, l'evoluzione temporale del processo di emissione può esser descritta da un semplice termine esponenziale:

$$N(t)dt = \frac{N_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} dt$$

dove $N(t)$ è il numero totale di fotoni emessi nell'intervallo di tempo $(0 - t)$, N_0 il numero totale di fotoni emessi e τ la costante di decadimento (vita media).

Il segnale consiste in un brusco impulso, caratterizzato da un "tempo di salita" brevissimo, che poi scende in modo esponenziale.

In alcuni casi le costanti di tempo interessate nel processo di decadimento sono due; in tal caso si può scrivere:

$$N(t)dt = \left(A e^{-\frac{t}{\tau_f}} + B e^{-\frac{t}{\tau_s}} \right) dt$$

dove τ_f è la costante di tempo relativa alla componente a breve vita media e τ_s quella della componente a vita media lunga.

Per esser concretamente utilizzabile, uno scintillatore deve avere le seguenti caratteristiche:

- (a) elevata efficienza di conversione di energia in radiazione;
- (b) trasparenza alla radiazione emessa;
- (c) spettro di emissione adatto alla rivelazione della luce (che tipicamente utilizza dei fotomoltiplicatori);
- (d) breve tempo di decadimento.

Esistono svariati tipi di materiali scintillanti che possiedono in maggiore o minore misura tali caratteristiche. I più comunemente usati sono degli scintillatori organici in soluzioni organiche liquide o plastiche (come plastiche sono comunemente adoperate il polistirene, il poliviniltoluene o il polifenil-benzene). Le costanti di decadimento vanno da 1.7 a 4 ns. Essendo la costante di decadimento così breve,

non è sempre possibile trascurare rispetto ad essa il tempo di salita. Una parametrizzazione spesso adoperata per tener conto di ciò è una convoluzione di una gaussiana con un termine esponenziale:

$$N(t) = N_0 f(\sigma, t) e^{-t/\tau}$$

dove $\sigma \approx 0.5 \text{ ns}$.

Lo spettro di emissione di queste sostanze è nella regione 400-500 nm.

L'efficienza di conversione è definita come l'energia che una particella deve perdere in media perchè sia prodotto un fotone. Negli scintillatori plastici tale energia è dell'ordine di 1000-3000 eV. Tale efficienza è piuttosto bassa rispetto a quella che si ha in altri tipi di rivelatore. Poichè la risoluzione in energia di un rivelatore è tanto migliore quanto più bassa è la soglia minima di energia che esso può rivelare, si vede che la risoluzione in energia di uno scintillatore non è molto buona. In effetti, fatta eccezione per gli scintillatori a cristalli inorganici, che hanno un'ottima risoluzione in energia, gli scintillatori comunemente adoperati (liquidi e plastici) hanno principalmente il pregio di una elevatissima velocità di risposta e di un costo contenuto.

Gli scintillatori basati su cristalli inorganici, il cui uso è frequente in applicazioni che richiedano una elevata risoluzione in energia, sono caratterizzati da tempi di decadimento molto più lunghi, il che ne sconsiglia l'uso in esperimenti ad alto rate. La tabella 20.1, contenente dati tratti dalla referenza [30], mostra alcune grandezze caratteristiche di rivelatori inorganici, confrontate alle analoghe per scintillatori organici plastici. Le grandezze mostrate nella tabella sono: la densità ρ , la lunghezza di radiazione λ_r ¹, il tempo di decadimento τ , il numero di fotoni prodotti per MeV di energia depositata nel materiale, la lunghezza d'onda λ_{max} che corrisponde al picco dell'emissione di luce nello scintillatore ed infine l'indice di rifrazione n . Quest'ultimo è importante poichè, nell'accoppiare lo scintillatore alle guide di luce, il numero di fotoni che si perdono è tanto minore quanto più l'indice di rifrazione dello scintillatore è vicino a quello della guida di luce.

Come si vede dalla tabella, gli scintillatori organici plastici (mostrati nelle ultime tre righe della tabella) hanno tempi di decadimento molto più brevi di quelli che caratterizzano gli scintillatori inorganici. In compenso, questi ultimi producono un numero di fotoni, per unità di energia depositata dalla particella, che è molto maggiore. Ciò è dovuto al fatto che si tratta di materiali tipicamente ad alto numero atomico Z .

Quanto alla rapidità di risposta, solo lo Ioduro di Cesio, con $\tau=10 \text{ ns}$, può esser pensato come un competitore degli scintillatori plastici.

Come accennato, i fotoni prodotti quando una particella attraversa uno scintillatore, possono essere rivelati facendo uso di un fotomoltiplicatore. Nella prossima sezione discuteremo il principio di funzionamento di questi.

20.3 Fotomoltiplicatori

Un fotomoltiplicatore è un dispositivo che converte un (debole) segnale luminoso in un impulso di corrente. Esso è costituito di un tubo a vuoto, come schematiz-

¹La lunghezza di radiazione è definita come la lunghezza di materiale necessaria per attenuare l'energia della particella incidente ad $1/e$ del suo valore. Essa dipende dalla densità, dal numero atomico e dal numero di massa

Materiale	ρ (g/cm ³)	λ_r (cm)	τ (ns)	fotoni/MeV	λ_{max} (nm)	n
<i>BaF₂</i>	4.89	2.03	0.6-620	2000-6500	220-310	1.45
<i>CsI(Tl)</i>	4.51	1.86	900	51800	570	1.74
<i>CsI(Na)</i>	4.51	1.86	630	38500	420	1.74
<i>CsI</i>	4.51	1.86	10	16800	310	1.74
<i>NaI(Tl)</i>	3.70	2.59	230	37700	410	1.77
BGO	7.13	1.13	300	8200	480	2.15
<i>CaF₂(Eu)</i>	3.18	3.5	1000	23650	435	1.43
NE102A	1.032	42.5	2.5	—	425	1.58
NE104	1.032	42.5	1.8	—	405	1.58
NE110	1.032	42.5	3.3	—	437	1.58
NE111	1.032	42.5	1.7	—	370	1.58

Tabella 20.1: Caratteristiche di alcuni scintillatori

zato in figura 20.1, sull'interno della cui faccia frontale è depositato un materiale fotosensibile, cioè un materiale con una bassa soglia per l'effetto fotoelettrico.

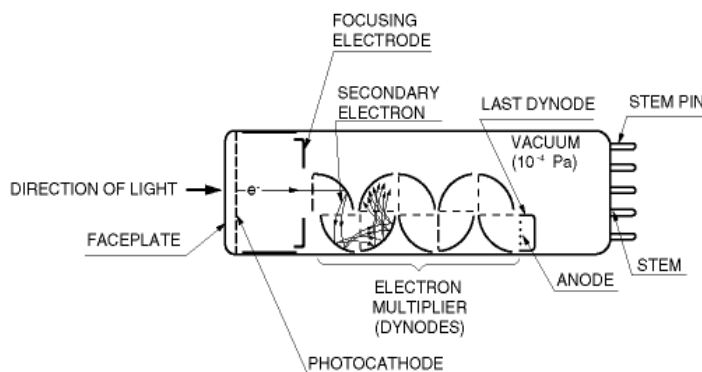


Figura 20.1:

Un certo numero di elettrodi sono posti all'interno del tubo (dinodi) con il compito di "moltiplicare" il numero di elettroni prodotti per effetto fotoelettrico dalla radiazione che investe il fotocatodo. Infine un ulteriore elettrodo (anodo) raccoglie la nuvola di elettroni prodotta dalla moltiplicazione, fornendo in uscita un breve impulso di corrente. Il fotocatodo è tenuto ad un potenziale negativo rispetto all'anodo, mentre i vari dinodi sono tenuti a potenziali (negativi) via via decrescenti andando dal fotocatodo verso l'anodo.

Un elettrone prodotto nel processo di interazione del fotone incidente con il materiale che costituisce il fotocatodo, è accelerato verso il primo dinodo dal potenziale applicato. Qui esso può liberare 2 o più elettroni, che vengono accelerati verso il secondo dinodo, e così di seguito. Si ha così un processo di moltiplicazione che genera infine una "nuvola" di elettroni, raccolta poi dall'anodo.

Si definisce "fattore di emissione secondaria" il numero medio di elettroni emessi da un dinodo colpito da un elettrone. Tale fattore dipende, oltre che dal materiale

di cui sono costituiti i dinodi, dal potenziale acceleratore applicato, vale a dire dall'energia cinetica che gli elettroni prodotti acquistano per effetto del campo.

Il "guadagno" di un fotomoltiplicatore, definito come la carica all'anodo per unità di carica all'uscita del fotocatodo (o equivalentemente come il numero di elettroni che raggiungono l'anodo per un elettrone emesso dal fotocatodo) dipende ovviamente dal fattore di emissione secondaria e dal numero di dinodi (numero di stadi). I fotomoltiplicatori disponibili in commercio hanno tra 10 e 14 stadi, con guadagni tipici di 10^7 . Poichè il fattore di emissione secondaria aumenta molto rapidamente all'aumentare della tensione applicata, ed essendo il guadagno in carica del fotomoltiplicatore proporzionale ad una potenza elevata di tale coefficiente, ne segue che una anche piccola variazione della tensione applicata si traduce in un'apprezzabile variazione del guadagno. Per tale motivo è importante far uso di alimentatori d'alta tensione che abbiano un'elevata stabilità. É anche importante stabilire delle condizioni di operazione del fotomoltiplicatore tali che la risposta dipenda poco dalla tensione applicata (zona di *plateau*).

Un altro parametro caratteristico dei fotomoltiplicatori è legato alla probabilità che un fotone al fotocatodo dia luogo ad un elettrone:

$$n(\lambda) \equiv \frac{n^\circ \text{ di fotoelettroni}}{n^\circ \text{ di fotoni incidenti}}$$

che dipende dalla lunghezza d'onda λ della radiazione incidente. Valori tipici di n vanno dal 10 al 25% al picco della distribuzione di $n(\lambda)$.

20.4 Forma dell'impulso all'uscita del fotomoltiplicatore

Il segnale all'uscita del fotomoltiplicatore è un breve impulso di corrente, il cui integrale è la carica totale, proporzionale al numero di fotoelettroni liberati al catodo del fotomoltiplicatore. Il fotomoltiplicatore è, con ottima approssimazione, un generatore di corrente, in parallelo con la capacità vista dall'anodo guardando verso massa e con una resistenza R , come mostrato in figura 20.2.

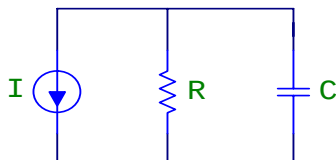


Figura 20.2:

La capacità è quella intrinseca dell'anodo più eventuali capacità associate al cavo utilizzato per prelevare il segnale. La resistenza R è la resistenza intrinseca dell'anodo più le eventuali resistenze associate al cavo ed al carico.

Esaminiamo ora l'andamento del segnale all'uscita del fotomoltiplicatore. Ammettendo che il segnale luminoso al fotocatodo sia quello emesso dallo scintillatore

e che questo si possa approssimare con una singola costante di tempo, la corrente anodica sarà data da:

$$i(t) = G \frac{N_e e}{\tau_s} e^{-t/\tau_s}$$

dove G è il guadagno del fotomoltiplicatore; N_e il numero di fotoelettroni emessi dal catodo; e la carica dell'elettrone; τ_s la costante di decadimento dello scintillatore. L'equazione del nostro circuito è:

$$\tilde{v} = \tilde{i}\tilde{Z} = A \frac{R/sC}{R + 1/sC} \frac{1}{s + 1/\tau_s} = \frac{R}{\tau} \frac{A}{(s + 1/\tau)(s + 1/\tau_s)}$$

con:

$$A = G \frac{N_e e}{\tau_s}$$

Se $\tau \neq \tau_s$, l'antitrasformata può esser calcolata con facilità facendo uso della relazione (4.14) a pagina 132.

Si trova:

$$\begin{aligned} v &= \frac{RA}{\tau} \left\{ \left[\frac{e^{st}}{s + 1/\tau_s} \right]_{s=-1/\tau} + \left[\frac{e^{st}}{s + 1/\tau} \right]_{s=-1/\tau_s} \right\} = \\ &= \frac{RA}{\tau} \left\{ \frac{e^{-t/\tau}}{1/\tau_s - 1/\tau} + \frac{e^{-t/\tau_s}}{1/\tau - 1/\tau_s} \right\} = \frac{GN_e e R}{\tau - \tau_s} \{ e^{-t/\tau} - e^{-t/\tau_s} \} = \\ &= \frac{Q}{C} \frac{\tau}{\tau - \tau_s} \{ e^{-t/\tau} - e^{-t/\tau_s} \} \end{aligned}$$

dove $Q = GN_e e$ è la carica totale liberata all'anodo.

Se $\tau = \tau_s$, cioè se la costante di tempo del circuito è uguale a quella dello scintillatore, l'antitrasformata di Laplace si può calcolare facendo uso della (4.15) a pagina 132. Si ha in tal caso:

$$\tilde{v} = \frac{RA}{\tau} \frac{1}{(s + 1/\tau)^2}$$

da cui:

$$v(t) = \frac{RA}{\tau} t e^{-t/\tau} = \frac{RGN_e e}{\tau^2} t e^{-t/\tau} = \frac{Q}{C\tau} t e^{-t/\tau}$$

L'andamento della $v(t)$ è qualitativamente mostrato in figura 20.3, nel caso in cui sia $\tau \neq \tau_s$ ed in figura 20.4 nel caso $\tau = \tau_s$:

Nel caso in cui è $\tau \ll \tau_s$ l'ampiezza del segnale è ridotta, ma essa riproduce fedelmente la forma del segnale dallo scintillatore. Il tempo di salita è rapido ed è determinato essenzialmente dalla costante di tempo τ del circuito. Quello di discesa è invece determinato da τ_s . In tali condizioni si dice che si lavora nel "modo corrente", poichè $v(t)$ in tali condizioni è una replica della corrente attraverso la resistenza R .

Per $\tau \gg \tau_s$ l'ampiezza del segnale aumenta, ma contemporaneamente l'impulso si allunga. La durata dell'impulso in tali condizioni è determinato essenzialmente dalla costante di tempo del circuito. Il tempo di salita è invece determinato da

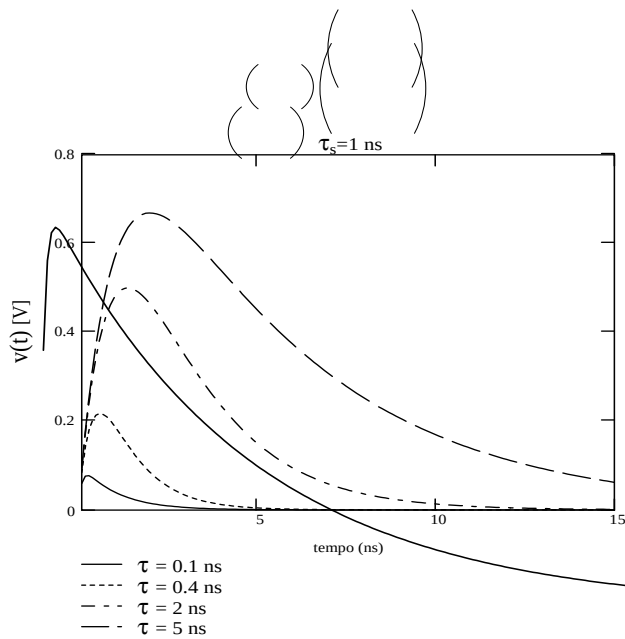


Figura 20.3:

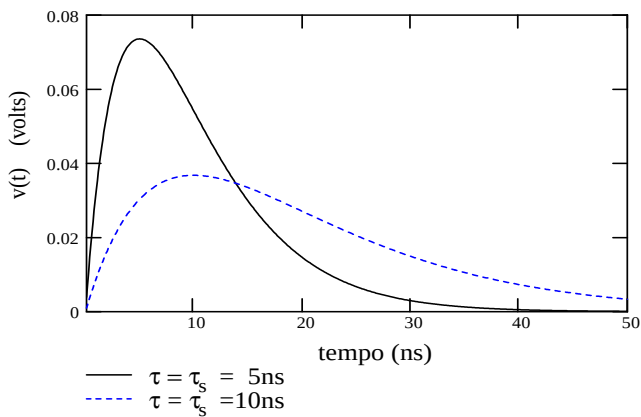


Figura 20.4:

τ_s , ed è quindi breve. Si dice che si lavora nel "modo tensione", poichè ora $v(t)$ è essenzialmente la differenza di potenziale ai capi di C , che "integra" la corrente.

In genere si preferisce lavorare nel modo tensione, poichè in tali circostanze si hanno impulsi più elevati ($\approx 1\text{ V}$). Il prezzo che si paga è che gli impulsi sono molto più lunghi e che, come conseguenza, ad elevati rates di conteggio si può avere sovrapposizione di impulsi generati da arrivi successivi di particelle sul rivelatore. Tale fenomeno è noto come "pile-up" e su di esso torneremo in seguito.

Lavorando nel modo corrente si può eliminare tale inconveniente e si ha inoltre il vantaggio di un segnale che riproduce la forma del segnale emesso dalla scintillatore (che è utile in alcune applicazioni particolari). Il prezzo che si paga è quello di un segnale di pochi mV, quindi fortemente influenzato dal rumore.

Per una trattazione esauriente dei rivelatori a scintillazione e dei fotomoltiplicatori si consultino le referenze [24], [27], [28].

20.5 Rivelatori a gas

Una particella che attraversi una regione in cui sia presente un gas, può liberare delle cariche (elettroni e ioni) nella zona attraversata. Se un'opportuna differenza di potenziale è applicata tra elettrodi posti nella medesima regione, nascerà una corrente di drift degli elettroni verso l'elettrodo tenuto a potenziale positivo e degli ioni verso quello tenuto a potenziale negativo. Su tali elettrodi si avrà quindi una corrente, proporzionale al numero di ioni-elettroni prodotti e quindi all'energia che la particella ha perduto nell'attraversare il mezzo.

Il più antico dei rivelatori a gas, la camera a ionizzazione, ha ora un limitato campo di applicazioni. Un notevole progresso in questo tipo di rivelatori si è avuto con lo sviluppo dei contatori proporzionali, il cui prototipo, mostrato in figura 20.5, è costituito da un cilindro metallico, avente un diametro dell'ordine del centimetro.

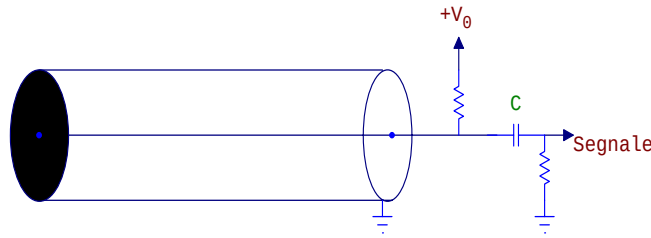


Figura 20.5:

Lungo l'asse del cilindro è tenuto sotto una leggera tensione un sottile filamento metallico avente un diametro di poche decine di μm , isolato elettricamente dalle pareti del cilindro.

Il cilindro è chiuso alle estremità e riempito con un gas a pressione atmosferica. In genere si adopera un gas nobile (Argon) con l'aggiunta di una piccola percentuale ($\approx 10\%$) di un gas quale CO_2 o CH_4 . La differenza di potenziale applicata tra il filamento centrale (anodo) e l'involucro metallico (catodo) è di diverse centinaia di volts. Gli elettroni liberati dal passaggio di una particella nel rivelatore sono accelerati verso l'anodo dal campo elettrico ($\sim 1/r$, con r distanza dall'anodo) ed, in prossimità di questo hanno ormai acquistato abbastanza energia da ionizzare a loro volta, producendo altri elettroni che sono nuovamente accelerati. Il processo si ripete molte volte fino a generare una carica apprezzabile che è poi raccolta dall'anodo. Gli ioni positivi prodotti migreranno invece verso il catodo producendo un impulso di tensione ² all'uscita (anodo nell'esempio) del rivelatore.

Si può dimostrare che la forma dell'impulso di tensione è data da:

$$v(t) = -\frac{q}{4\pi\epsilon L} \ln \left(1 + \frac{\mu C V_0}{\pi \epsilon a^2} t \right)$$

dove:

- L = lunghezza del rivelatore

²In realtà il moto degli ioni verso il catodo induce un segnale in corrente. Questo è però integrato dalla capacità del rivelatore, producendo così un segnale in carica, e quindi una tensione ai capi di tale capacità

- ϵ = costante dielettrica del gas
- C = capacit  per unit  di lunghezza del condensatore cilindrico.
- μ = mobilit  degli ioni nel gas (ricordiamo che la mobilit    il rapporto tra la velocit  di drift ed il campo elettrico)
- V_0 = potenziale applicato
- q = carica prodotta dalla ionizzazione primaria
- a = raggio del cilindro
- t = tempo (misurato a partire dall'istante in cui la particella   passata)

L'andamento tipico della $v(t)$   mostrato in figura 20.6:

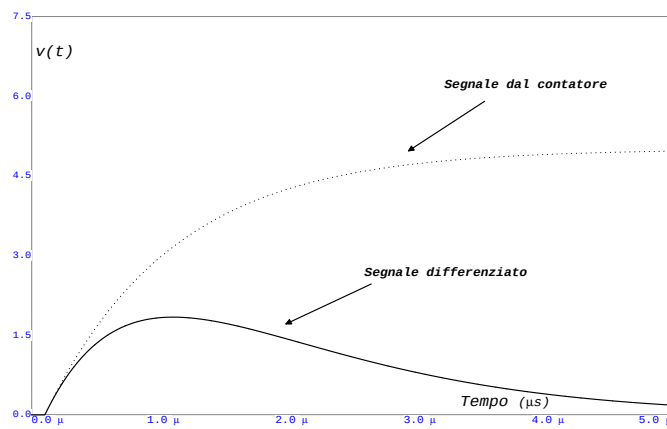


Figura 20.6:

Il segnale   intrinsecamente lungo. Occorrer  quindi differenziarlo, ad esempio utilizzando un circuito CR. Il segnale risultante dalla differenziazione   mostrato nella stessa figura.

A causa del processo di moltiplicazione a valanga che ha luogo nel gas, e del fatto che   possibile realizzare rivelatori in cui la zona di gas attraversata dalla particella   relativamente spessa ($\approx$ cm), l'ampiezza dei segnali prodotti da tale tipo di rivelatore   intrinsecamente elevata e pone quindi richieste di non grande entit  sull'elettronica posta a valle.

20.6 Rivelatori a semiconduttore

In un normale diodo realizzato mediante una giunzione p-n si ha una corrente apprezzabile solo se la polarizzazione applicata   diretta. L'applicazione invece di una polarizzazione inversa dar  luogo ad una corrente molto piccola (la corrente inversa I_0) dovuta alla generazione termica di coppie elettrone-lacuna nella zona p ed in quella n (vedi figura 20.7). Attorno alla giunzione si forma quella che   nota come "zona di svuotamento", dove   presente un accumulo di cariche negative sul lato "p" della giunzione e positive su quello "n". Notiamo che le cariche presenti in tale

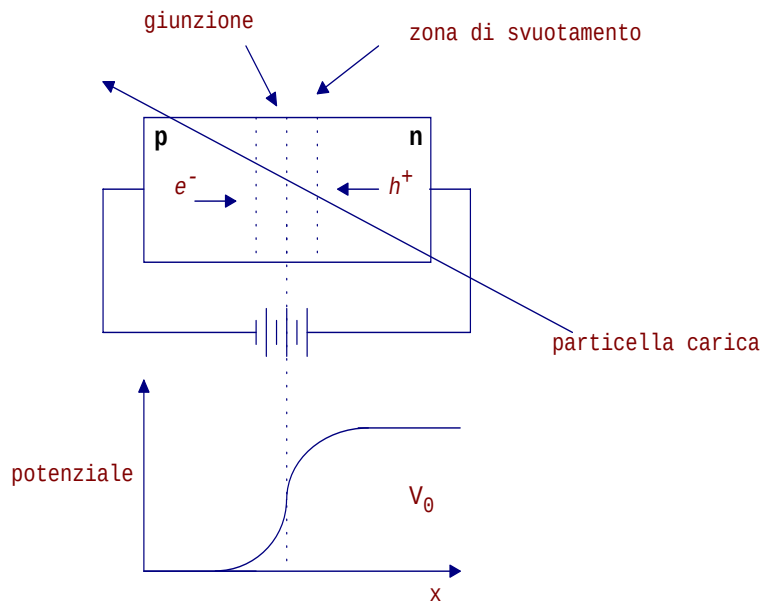


Figura 20.7:

regione sono "legate"; esse non contribuiscono alla conducibilità che, in tale zona, è estremamente bassa. Di qui il termine "zona di svuotamento".

Se una particella ionizzante attraversa la zona di svuotamento, essa libererà coppie elettrone-lacuna lungo il percorso. Come mostrato in figura, gli elettroni generati nella zona di svuotamento sul lato p saranno allora accelerati dal potenziale esterno V applicato e fluiranno verso la zona n. Analogamente, le lacune generate nella zona n in prossimità della giunzione saranno accelerate dal potenziale V e si muoveranno verso la zona p.

Si avrà in tal modo un improvviso aumento della corrente inversa attraverso il diodo. La misura di tale corrente può essere utilizzata per rivelare il passaggio della particella ed eventualmente per valutare l'energia che essa ha depositato nell'attraversare il mezzo (cioè la zona di svuotamento).

La generazione di coppie elettrone-lacuna in una giunzione p-n attraversata da una particella carica è, per molti rispetti, simile alla produzione di coppie elettrone-ione nei rivelatori a gas, con una importante differenza. Mentre nel caso dei rivelatori a gas l'energia necessaria a produrre una coppia era ≈ 30 eV, nel caso di un semiconduttore sono sufficienti 3-4 eV, cioè un ordine di grandezza meno. Poiché la risoluzione in energia del rivelatore è tanto migliore quanto maggiore il numero di coppie prodotte, ne segue un indubbio vantaggio nel caso dei rivelatori a semiconduttore. A ciò contribuisce anche la maggior densità del materiale nel caso di un semiconduttore, rispetto al caso del gas. Per farci un'idea del segnale che possiamo aspettarci in un tipico rivelatore, consideriamo ad esempio il caso di un rivelatore al silicio dello spessore di $300 \mu m$. Una particella ultrarelativistica che attraversa tale spessore, deposita un'energia di circa 116 KeV. Poiché bastano circa 3.6 KeV per produrre una coppia elettrone-lacuna, il numero di coppie prodotte sarà:

$$n_p = \frac{116}{3.6} \cdot 1000 \approx 32200$$

corrispondenti ad una carica di:

$$32200 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 5.16 \cdot 10^{-15} \text{ C}$$

cioè circa 5.1 fC.

I materiali adoperati per realizzare i diodi da usare come rivelatori sono principalmente il silicio ed il germanio. Rivelatori al germanio sono adoperati in misure che richiedano una elevata risoluzione energetica (fino a 150-200 eV). Ciò è possibile grazie al fatto che si riesce a produrre Ge con elevatissime purezze (concentrazioni di impurezze che scendono fino a $10^{10} \text{ atomi/cm}^3$) il che consente di realizzare diodi al Ge che possono operare con tensioni inverse molto elevate e conseguentemente con zone di svuotamento molto ampie (fino a $\approx 10 \text{ mm}$). Purtroppo, tali rivelatori debbono essere operati a bassissime temperature ($\approx 80^\circ \text{K}$) a causa della bassissima (0.7 eV) differenza di energia tra banda di conduzione e banda di valenza nel Ge. Se un rivelatore al Ge fosse adoperato a temperatura ambiente, la corrente inversa risultante sarebbe inaccettabilmente elevata.

Un uso molto più diffuso hanno i rivelatori al Si, che possono essere adoperati a temperatura ambiente. I diodi utilizzati come rivelatori in fisica nucleare e subnucleare sono di regola drogati in modo fortemente sbilanciato: un materiale di tipo p viene fortemente drogato n da un lato (o viceversa). Inoltre, lo spessore del materiale di tipo p è molto minore di quello di tipo n. In tali condizioni la zona di svuotamento verrà ad estendersi in profondità nel lato p (quello di maggiore spessore), come mostrato in figura 20.8.

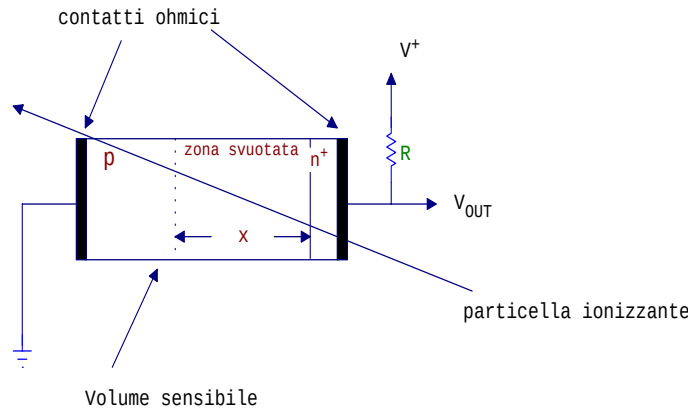


Figura 20.8:

La zona di svuotamento si estenderà tanto più in profondità all'interno della zona p quanto più elevata sarà la polarizzazione inversa applicata. Si può dimostrare (ref. [24], pag. 217, [26], pag. 357, [29] pag. 181) che la profondità della zona di svuotamento è data da:

$$d \simeq \sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{eN_A}}$$

dove V_0 è la tensione inversa applicata, N_A la concentrazione degli accettori (nell'ipotesi $N_D \gg N_A$) ed ϵ la costante dielettrica del materiale.

Come vediamo, la profondità della zona di svuotamento cresce con la radice quadrata della tensione inversa applicata. Se il rivelatore è di piccolo spessore sarà

facile raggiungere una tensione tale da far sì che la larghezza della zona svuotata, d , divenga praticamente uguale allo spessore del detector. Si dice che il rivelatore è allora completamente svuotato. Nei rivelatori comunemente adoperati, il completo svuotamento si raggiunge per tensioni di 50-100 V.

Questa condizione di lavoro è quella quasi sempre adoperata.

Si può facilmente vedere che, per un rivelatore completamente svuotato, il campo elettrico decresce linearmente in funzione della distanza x dalla giunzione. Se la tensione inversa applicata è maggiore di quella che corrisponde al completo svuotamento, il campo elettrico sarà la somma di tale "tensione in eccesso" e di quella linearmente decrescente che corrisponde al completo svuotamento. Se la tensione inversa vien fatta aumentare ulteriormente, il termine costante diverrà quello dominante. Useremo nel seguito tale modello.

Dobbiamo ora esaminare i processi che hanno luogo nel rivelatore quando questo è attraversato da una particella carica. Sono possibili due situazioni estreme:

- (a) la particella deposita tutta la sua energia in un punto determinato, caratterizzato da un determinato valore di x ;
- (b) la particella attraversa tutto il rivelatore, depositando energia a tutti i possibili valori di x .

Calcoleremo la risposta temporale del rivelatore nel caso a). La risposta nel caso b) potrà poi essere ottenuta, effettuando una opportuna integrazione, a partire da quella relativa al caso a), dove si intenda per "energia depositata" quella della singola coppia elettrone-lacuna, nel dato punto del campo presente all'interno del diodo.

Notiamo che il diodo svuotato può essere assimilato ad un condensatore piano, di spessore pari allo spessore d della zona di svuotamento che, nel caso in esame, coincide in pratica con lo spessore fisico del rivelatore.

Esaminiamo l'effetto che il moto di drift delle cariche (elettroni e lacune) liberate nella zona di svuotamento, ha sulla carica presente sulle "armature" del condensatore-diodo. La capacità del condensatore è:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

dove A è la superficie delle "armature".

Se la differenza di potenziale ai capi del "condensatore" è V , la sua energia sarà:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

Una carica q , posta ad una distanza x dalla giunzione, avrà un'energia:

$$\mathcal{E} = qx E(x) = qx E$$

dove E è il campo elettrico, che nel caso in esame non dipende da x . Essendo poi $E = V/d$, avremo:

$$\mathcal{E} = qx E = qx \frac{V}{d}$$

Se ora la carica si sposta di un tratto infinitesimo dx , la conseguente variazione della sua energia (cioè il lavoro che il campo avrà fatto su di essa) sarà:

$$d\mathcal{E} = q \frac{V}{d} dx \quad (20.1)$$

A questa dovrà corrispondere una variazione dell'energia totale del condensatore:

$$d \left(\frac{Q^2}{2C} \right) = \frac{Q}{C} dQ \quad (20.2)$$

Uguagliando le espressioni 20.1 e 20.2 si trova:

$$\frac{Q}{C} dQ = \frac{q}{d} V dx$$

da cui:

$$dQ = \frac{q}{d} dx$$

Nel caso in esame, le cariche che si spostano per effetto del campo elettrico sono l'elettrone e la lacuna prodotta nel punto di ascissa x . Esse si muoveranno in versi opposti ma, avendo cariche opposte, i loro effetti saranno concordi.

L'elettrone si muoverà in direzione opposta a quella del campo elettrico (cioè verso destra nella figura), la lacuna nella direzione del campo.

Le rispettive velocità di drift v_e e v_h (costanti se il campo è costante) sono date da:

$$v_e = \mu_e E$$

$$v_h = \mu_h E$$

dove μ_e e μ_h sono le rispettive mobilità (che, per il silicio a temperatura ambiente, valgono: $\mu_e \simeq 1350 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$ e $\mu_h \simeq 480 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$).

La carica totale indotta dal moto dell'elettrone al tempo t sarà allora:

$$Q_e(t) = \frac{q}{d} v_e t$$

Se indichiamo con N_e il numero di elettroni prodotti nel punto x , la relativa corrente sarà:

$$I_e(t) = \frac{N_e q}{d} v_e$$

al tempo $t = x/v_e$ l'elettrone avrà raggiunto la giunzione (che, nel modello in esame, rappresenta una delle armature del condensatore). La carica finale sarà quindi:

$$Q_e \left(t = \frac{x}{v_e} \right) = \frac{q}{d} x$$

Analogamente, la carica indotta dal moto della lacuna al tempo t sarà:

$$Q_h(t) = \frac{q}{d} v_h t$$

e la relativa corrente, per un numero N_h di lacune prodotte nel punto x , sarà:

$$I_h(t) = \frac{N_h q}{d} v_h$$

Questa sarà diversa da zero fino all'istante:

$$t' = \frac{d - x}{v_h}$$

A tale istante la carica Q_h avrà raggiunto l'altra armatura. La carica finale indotta dal moto della lacuna sarà allora:

$$Q \left(t = \frac{d - x}{v_h} \right) = q \frac{d - x}{d}$$

La carica complessiva raccolta sarà:

$$\frac{q}{d} x + \frac{q}{d} (d - x) = q$$

Se la radiazione incidente perde tutta la propria energia appena al di là della giunzione, x sarà molto piccolo ed il contributo degli elettroni sarà trascurabile (la relativa corrente si annulla in tempi molto brevi). Sopravvive in tal caso il solo contributo delle lacune.

Riassumendo, i contributi alla carica raccolta al tempo t sono dati da:

$$Q_e(t) = \frac{q}{d} v_e t \quad (0 < t < \frac{x}{v_e})$$

$$Q_h(t) = \frac{q}{d} v_h t \quad (0 < t < \frac{d - x}{v_h})$$

$$Q(t) = \frac{q}{d} (v_e + v_h) t \quad (0 < t < \frac{x}{v_e})$$

$$Q(t) = \frac{q}{d} v_h t \quad (\frac{x}{v_e} < t < \frac{d - x}{v_h})$$

L'andamento temporale della carica raccolta sarà allora quello indicato in figura 20.9 dove si è fatto l'ipotesi che sia:

$$\frac{d - x}{v_h} > \frac{x}{v_e}$$

Ciò è vero nell'ipotesi che la polarizzazione inversa applicata al diodo sia sufficientemente elevata da poter considerare il campo elettrico costante nell'intera zona attiva.

Qualora invece la polarizzazione applicata fosse giusto quella sufficiente ad ottenere il completo svuotamento del rivelatore, il campo avrebbe un andamento linearmente decrescente andando dalla giunzione (valore massimo del campo) all'estremità della zona attiva del rivelatore (campo nullo). In tal caso le formule ottenute vanno modificate. Il risultato (vedasi [24] e [26]) è:

$$Q_e(t) = \frac{q}{d} x \left(1 - e^{\mu_e t / \mu_h \tau} \right) \quad (t < \tau \frac{\mu_h}{\mu_e})$$

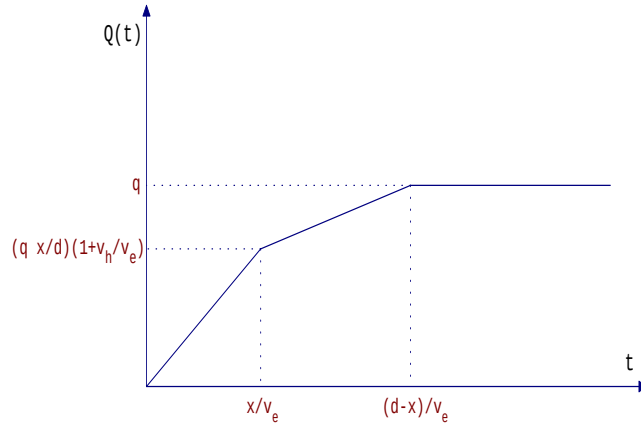


Figura 20.9:

$$Q_e(t) = \frac{q}{d}x(1 - e^{-t/\tau}) \quad (t \geq \tau \frac{\mu_h}{\mu_e})$$

$$Q_h(t) = -\frac{q}{d}x(1 - e^{-t/\tau})$$

dove $\tau = \epsilon/\sigma$; ϵ è la costante dielettrica, σ la conducibilità e μ_e e μ_h indicano rispettivamente le mobilità degli elettroni e delle lacune. Inoltre x è la distanza dalla giunzione del punto dove la coppia è stata prodotta.

La forma del corrispondente impulso di carica è quella mostrata in figura 20.10.

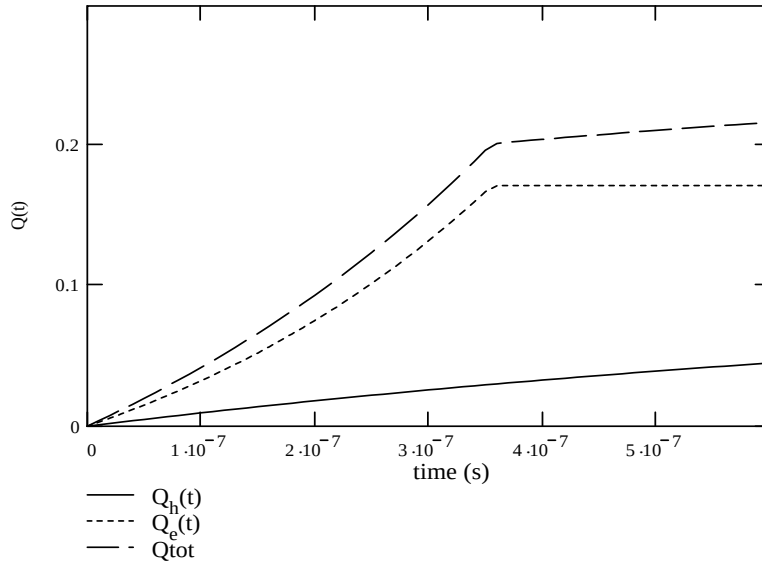


Figura 20.10:

Il parametro τ determina ora il tempo di salita del segnale. In silicio abbiamo $\tau = \rho 10^{-12} s$, con ρ espresso in Ωcm . Quindi, per $\rho \simeq 1000 \Omega cm$, $\tau = 1 ns$.

Notiamo che nel grafico $Q_h(t)$ satura asintoticamente al valore qx/d , mentre $Q_e(t)$ satura al valore $-(q/d)x(1 - e)$.

Notiamo poi che, non essendo presente nel caso dei rivelatori a semiconduttore alcun processo di moltiplicazione come quello incontrato nel caso dei tubi proporzionali, il segnale prodotto da un rivelatore a semiconduttore è relativamente piccolo. Si dovrà quindi ricorrere ad una preamplificazione del segnale prima di ogni ulteriore elaborazione/trasmissione dello stesso. Si dovrà quindi trasformare il segnale in carica in un segnale in tensione ed a tale scopo si ricorrerà ad un amplificatore di carica.

Questo è illustrato nella figura 20.11(a).

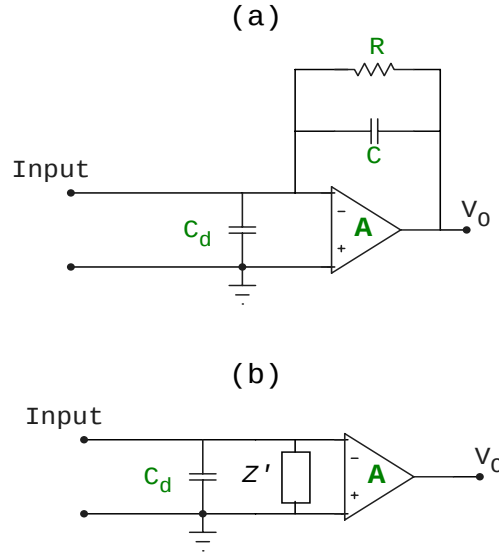


Figura 20.11:

In questo circuito C_d schematizza la capacità associata al detector più eventuali cavetti di collegamento con l'amplificatore. Poiché C_d può cambiare con la temperatura, scelta del punto di lavoro etc., è importante realizzare un circuito che fornisca una risposta indipendente da tale capacità. Ciò è quanto avviene nel circuito di figura. Per vederlo, ammettiamo che il segnale in ingresso sia un impulso di corrente:

$$i(t) = Q\delta(t)$$

con:

$$\int_0^\infty i(t)dt = Q$$

Facendo uso del teorema di Miller, trasformiamo il circuito in quello mostrato in figura 20.11(b), dove è:

$$Z' = \frac{Z}{1 + A}$$

con A il modulo del guadagno dell'operazionale e Z il parallelo di R con l'impedenza capacitiva associata a C :

$$Z = \frac{1}{C(s + 1/RC)} = \frac{1}{C(s + 1/\tau)}$$

dove $\tau = RC$.

Quindi:

$$Z' = \frac{1}{C(1+A)(s + 1/\tau)}$$

La trasformata dell'impedenza del parallelo di Z' e Z_{C_d} è:

$$\frac{1}{C(1+A)/\tau + [C(1+A) + C_d]s}$$

La risposta sarà indipendente da C_d se è:

$$C_d \ll C(1+A)$$

In tal caso, l'espressione precedente diventa:

$$\frac{1}{C(1+A)} \frac{1}{s + 1/\tau} \equiv Z_{Tot}$$

La tensione all'ingresso dell'operazionale sarà ora:

$$\tilde{v}_{in} = Z_{Tot} \cdot \tilde{i}(s) = Z_{Tot} Q$$

poichè la trasformata di Laplace di $i(t) = Q\delta(t)$ è giusto Q .

Da qui segue:

$$v_{in} = \frac{Q}{C(1+A)} e^{-t/\tau}$$

e quindi:

$$v_{out} = \frac{AQ}{C(1+A)} e^{-t/\tau} \approx \frac{Q}{C} e^{-t/\tau}$$

Quindi la risposta di tale amplificatore dipende solo dalla capacità di feedback C . Il tempo di caduta del segnale dipende dal prodotto $\tau = RC$.

20.7 Il concetto di equivalent-noise-charge

Se il segnale all'uscita del rivelatore è di piccola ampiezza il rumore elettronico introdotto dal preamplificatore diviene importante. E' questo il caso dei rivelatori a semiconduttore, ma anche di altri (ad esempio quelli ad Argon liquido) che non possiedono un meccanismo interno di moltiplicazione della carica, quale quello presente invece nei tubi proporzionali.

Poichè il segnale di tensione all'uscita del preamplificatore corrisponde ad una carica all'uscita del rivelatore (la carica accumulata sul condensatore d'ingresso del preamplificatore) si esprime il rumore osservato in uscita, cioè il valore quadratico medio v_{rms} della tensione in uscita, come quella carica che, se presente all'uscita del rivelatore, darebbe all'uscita del preamplificatore una tensione pari a v_{rms} . Notiamo che la *carica media di rumore* è nulla, mentre è diverso da zero il suo valore quadratico medio.

Anche se l'energia depositata nel corso di ogni singolo evento fosse costante, il valor medio osservato fluttuerebbe come conseguenza del rumore introdotto dall'amplificatore. Poichè l'energia depositata è proporzionale alla carica depositata, ciò implica un limite sulla risoluzione energetica.

Se indichiamo con C_{in} la capacità d'ingresso del preamplificatore, con A_0 l'amplificazione e con $Q_n = ENC$ la "equivalent noise charge" avremo:

$$ENC = Q_n = C_{in} \frac{v_{rms}}{A_0}$$

Le dimensioni della ENC sono Coulomb. È però uso comune quello di quotarla in "elettroni", dividendo il valore in Coulomb per la carica dell'elettrone ($1.6 \cdot 10^{-19}$ Coulomb).

Nel caso di un rivelatore al silicio (o al germanio) la ENC è legata alla risoluzione in energia. Infatti, per produrre una coppia elettrone-lacuna nel silicio sono necessari 3.66 eV. Se osserviamo un gran numero di eventi in ciascuno dei quali una particella di energia E deposita (per produzione di coppie elettrone-lacuna) tutta la sua energia nel materiale, il numero di coppie sarà:

$$n_p = \frac{E \text{ (eV)}}{3.66} \quad (20.3)$$

La carica all'uscita del detector sarà:

$$q = n_p \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} E}{3.66} \text{ (C)} = 0.437 \cdot 10^{-19} E \text{ (C)} \quad (20.4)$$

e la tensione all'uscita del preamplificatore:

$$v = \frac{q}{C_{in}} A_0 = E \frac{A_0}{C_{in}} 0.437 \cdot 10^{-19} \text{ (Volt)} \quad (20.5)$$

Se possono essere trascurate le fluttuazioni statistiche sul numero n_p di coppie, la tensione in uscita dovrà avere un valore ben definito, uguale per tutti gli eventi. La distribuzione sarà cioè una funzione $\delta(v)$. Il rumore del preamplificatore altera questa situazione. Non avremo più una funzione δ ma una gaussiana, la cui larghezza a metà altezza è legata al rumore introdotto dall'amplificatore.

Se indichiamo con Q la carica totale depositata in un evento, con Q_n la *carica di rumore* nel medesimo evento e con Q_t la carica effettiva totale, avremo:

$$Q_t = Q + Q_n$$

$$\overline{Q_t^2} = \overline{Q^2} + \overline{Q_n^2} = Q^2 + \overline{Q_n^2}$$

poichè stiamo facendo l'ipotesi che la carica depositata sia sempre la medesima.

D'altronde, poichè la carica Q_n fluttua con valor medio zero, avremo:

$$\overline{Q_t} = Q$$

Lo scarto quadratico medio della carica totale osservata dalla media, sarà allora:

$$\sigma_Q^2 = \overline{Q_t^2} - \overline{Q_t}^2 = \overline{Q_n^2} = ENC^2$$

La fluttuazione sull'energia misurata sarà allora:

$$\sigma_E = \sigma_Q / 0.437 \cdot 10^{-19} \text{ (eV)}$$

la larghezza a metà altezza della distribuzione in energia sarà poi data da:

$$\Gamma = fwhm = \sigma_E 2.36 \quad (20.6)$$

dove il fattore 2.36 è quello che lega la larghezza a metà altezza alla σ della distribuzione.

Ad esempio, una ENC di 500 elettroni, corrispondente ad una carica di $8 \cdot 10^{-17}$ (C), corrisponde ad una fwhm per l'energia di 1.83 KeV.

La ENC dipende sia dalle caratteristiche del preamplificatore, che dalla capacità d'uscita del rivelatore e di quella associata ai cavi di collegamento. Si può far vedere (vedi sezione 20.13) che essa è esprimibile come:

$$ENC = k_1 + k_2 C_{ext}$$

dove C_{ext} contiene l'effetto delle capacità associate ai cavi ed al rivelatore, mentre il contributo della capacità d'ingresso del preamplificatore è contenuto nel termine k_1 . Le costanti k_1 e k_2 , dipendenti dal preamplificatore, sono normalmente fornite dal costruttore.

20.8 Struttura della catena di rivelazione ed amplificazione

La funzione principale di un amplificatore di impulsi in fisica nucleare/subnucleare è quella di trasformare il debole segnale generato dal rivelatore, dopo averlo amplificato ed opportunamente "sagomato" in un impulso più adatto per la successiva elaborazione. Il primo passo di tale elaborazione consiste nell'immagazzinamento (sample and hold) del segnale analogico e nella successiva conversione dell'altezza dell'impulso in un numero (conversione analogico-digitale mediante ADC) ed eventualmente del tempo associato al fronte di salita del segnale in un numero (conversione tempo-digitale mediante un TDC).

In tale processo, il rivelatore ha il compito di convertire l'energia depositata in una carica elettrica, che può dar luogo ad un segnale in corrente, se la costante di tempo associata al rivelatore ed al successivo preamplificatore è piccola rispetto alla durata del processo che dà luogo al deposito di energia nel rivelatore; ad un segnale in carica nel caso opposto.

Il rivelatore è seguito da un preamplificatore, che converte il segnale di carica (o di corrente) in un segnale di tensione, con un minimo contributo di rumore. Questo è seguito da un amplificatore-formatore, di cui ci occuperemo nei prossimi paragrafi. Segue poi la catena di lettura.

L'informazione contenuta nell'impulso iniziale deve essere preservata in tale processo. A tale scopo il sistema preamplificatore-formatore-amplificatore deve preservare la relazione lineare tra l'altezza del segnale prodotto dal rivelatore e quella del segnale all'uscita dell'amplificatore, conservando al medesimo tempo l'informazione temporale. La forma, ampiezza e contenuto in rumore del segnale che il preamplificatore fornisce all'amplificatore sono determinati dal rivelatore e dal preamplificatore.

La carica totale generata da ciascuna particella assorbita nel rivelatore è direttamente proporzionale all'energia che essa ha perduta. Si tratta di cariche molto piccole, che variano tra 10^{-15} e 10^{-10} Coulomb/impulso (cioè tra 1 fC e 100 pC).

La durata dell'impulso varia a seconda del rivelatore e, per un dato rivelatore, può variare con il tipo di particella e con la sua energia. La durata più breve si ha nel caso dei rivelatori a scintillazione e nei rivelatori a semiconduttore aventi una zona di svuotamento poco profonda. In tali casi, le durate tipiche variano tra 0.1 e 10 ns. Le durate più lunghe si hanno nel caso dei rivelatori a gas (10 ns-5 μ s).

Per ciò che concerne l'energia convertita in carica, i fattori di conversione (ϵ) nel caso dei rivelatori a semiconduttore sono 3.6 eV/coppia elettrone-lacuna nel silicio e 2.9 eV nel caso del Germanio. Non si ha moltiplicazione.

Nei rivelatori a scintillazione il valore effettivo di ϵ varia tra 3 e 30 eV/elettrone, con guadagni dell'ordine di 10^7 nel fotomoltiplicatore.

Nei rivelatori a gas i fattori di conversione valgono 25-35 eV/coppia elettrone-ione. I fattori di moltiplicazione sono dell'ordine di 10^4 nel caso dei contatori proporzionali.

Notiamo ancora che, anche nei casi in cui il segnale all'uscita del rivelatore è una corrente, è l'integrale di questa, cioè la carica, che è direttamente legata all'energia rilasciata nel rivelatore. È quindi necessario in tal caso integrare il segnale.

Se la costante di tempo degli elementi presenti all'uscita del rivelatore è piccola rispetto alla durata della corrente, la forma del segnale in uscita sarà preservata ed avremo un segnale del tipo "current- mode". Se viceversa la costante di tempo è grande, il segnale in corrente sarà integrato dal ed avremo in uscita un segnale di tensione: $V=Q/C$, dove Q è la carica totale rilasciata nel detector e C è la capacità d'uscita. L'impulso di tensione avrà poi un decadimento esponenziale con costante di tempo determinata dal rivelatore. Il tempo di salita sarà invece coincidente con il tempo di salita dell'impulso di corrente e non dipenderà dalla costante di tempo del circuito.

20.9 "Formazione" dei segnali prodotti da rivelatori di particelle

Da quanto si è visto nei paragrafi precedenti, il segnale all'uscita del rivelatore è nella più gran parte dei casi un segnale in carica che, opportunamente integrato, fornisce un segnale in tensione. Tale segnale ha in genere un piccolo tempo di salita (determinato dalla piccola costante di tempo del rivelatore) ma un tempo di decadimento molto lungo (qualche decina di μ s). In prima approssimazione possiamo approssimare il segnale come mostrato in figura 20.12(a). L'altezza del segnale è proporzionale all'energia rilasciata.

Il problema che qui si incontra è costituito dal fatto che, lavorando a rates elevati, i successivi impulsi vengono a sommarsi, di modo che l'altezza di un impulso è la somma di questo e delle code di quelli che lo hanno preceduto, come illustrato in figura 20.12(b). Tale fenomeno è noto come "pile-up".

Per risolvere tale problema occorre trasformare il segnale originale in uno abbastanza stretto da evitare il problema del pile-up, conservando però l'informazione sull'altezza d'impulso. Un metodo spesso adoperato a tale scopo è quello noto come CR-RC shaping, tramite un circuito che effettua prima una differenziazione e poi un'integrazione del segnale. Un circuito che realizza tale funzione è mostrato in figura 20.13, dove gli inseguitori di tensione con amplificazione unitaria hanno lo scopo di disaccoppiare in continua.

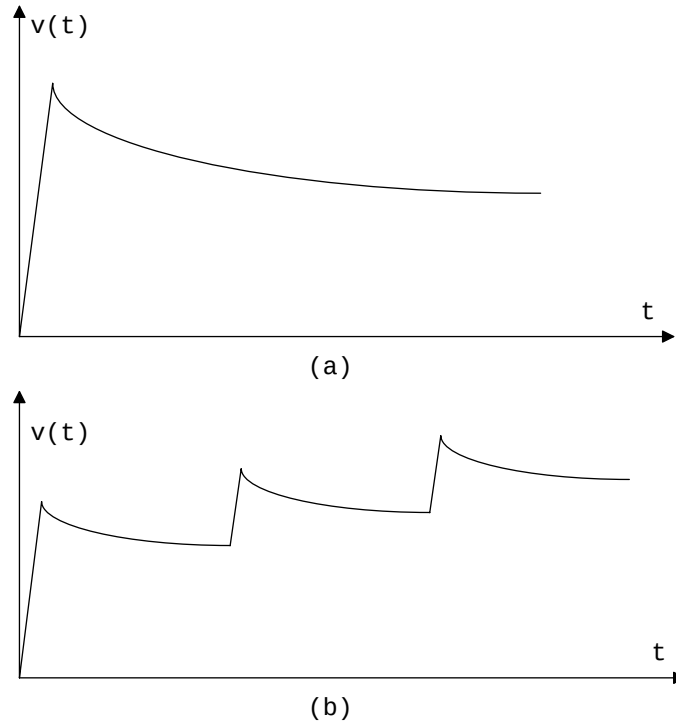


Figura 20.12:

La funzione di trasferimento del circuito è:

$$G(s) = \frac{sC_1R_1}{1 + R_1C_1s} \frac{1}{1 + R_2C_2s} = \frac{1}{\tau_2} \frac{s}{(s + 1/\tau_1)(s + 1/\tau_2)} \quad (20.7)$$

Se l'impulso di tensione all'uscita del rivelatore (o dell'integratore alla sua uscita) è un esponenziale caratterizzato da una costante di tempo molto grande, possiamo schematizzarlo approssimativamente con un gradino di tensione di altezza A . Ricordando che la trasformata del gradino unitario è $1/s$, la tensione in uscita dal formatore sarà data dall'antitrasformata di:

$$\tilde{v}_{out} = A \frac{1}{\tau_2(s + 1/\tau_1)(s + 1/\tau_2)} \quad (20.8)$$

L'antitrasformata può essere ricavata seguendo il procedimento adottato in precedenza in questo capitolo. Si trova:

a) per $\tau_1 \neq \tau_2$:

$$v_{out}(t) = \frac{A\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} [e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2}] \quad (20.9)$$

b) per $\tau_1 = \tau_2 \equiv \tau$:

$$v_{out}(t) = \frac{A}{\tau} te^{-t/\tau} \quad (20.10)$$

La forma di tali impulsi, simile nei due casi indicati, è qualitativamente indicata in figura 20.14.

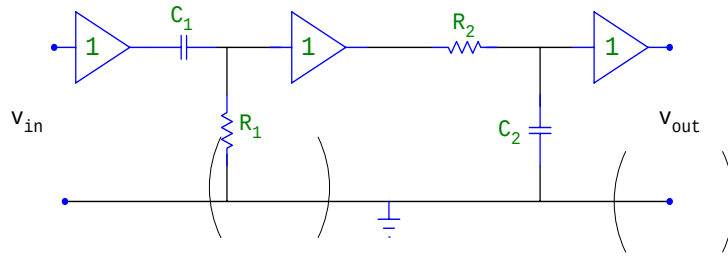


Figura 20.13:

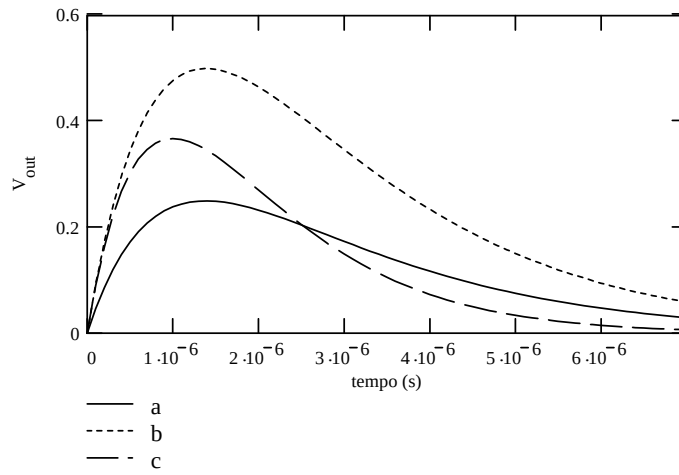


Figura 20.14:

Nella figura, la curva (a) è stata ottenuta facendo uso di valori $\tau_1 = 1 \mu s$, $\tau_2 = 2 \mu s$; la (b) per $\tau_1 = 2 \mu s$, $\tau_2 = 1 \mu s$ e la (c) per $\tau_1 = \tau_2 = 1 \mu s$.

Notiamo che nel caso $\tau_1 \neq \tau_2$, il massimo si ha per:

$$t = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \ln \frac{\tau_2}{\tau_1}$$

Il corrispondente valore di v_{max} può facilmente essere ottenuto dalla 20.9. Ponendo $r = \tau_2/\tau_1$, troviamo:

$$v_{max} = \frac{A}{1-r} \left[(-r)^{r/(r-1)} - (-r)^{1/(r-1)} \right]$$

Per $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ troviamo invece:

$$t(v_{max}) = \tau$$

e

$$v_{max} = \frac{A}{e}$$

La scelta delle costanti di tempo dipende in primo luogo dalla costante di tempo del rivelatore, cioè dal tempo necessario per la raccolta della carica. Se si vuol

ridurre il pile-up è desiderabile scegliere dei valori il più piccoli possibile, in modo da assicurare un rapido ritorno allo zero del segnale in uscita. D'altro canto, il risultato che abbiamo ottenuto era basato sull'ipotesi che il segnale all'ingresso del formatore CR-RC fosse molto lungo, in modo da poterlo approssimare con un gradino.

Se il tempo di decadimento del segnale è invece corto, la funzione di trasferimento continuerà ad esser data dall'equazione 20.7, ma la trasformata dell'input (che è un esponenziale) sarà ora:

$$\frac{1}{s + 1/\tau}$$

e la trasformata dell'output sarà:

$$\tilde{v}_{out} = \frac{s}{\tau_2(s + 1/\tau)(s + 1/\tau_1)(s + 1/\tau_2)} \quad (20.11)$$

Si può risolvere tale equazione e far vedere che la soluzione è:

$$\begin{aligned} v(t) = & \tau\tau_1 \left[\frac{-1}{[(\tau - \tau_1)(\tau - \tau_2)]} \cdot e^{-t/\tau} + \right. \\ & + \frac{1}{[(\tau_1 - \tau_2)(\tau - \tau_1)]} \cdot e^{-t/\tau_1} - \\ & \left. - \frac{1}{[(\tau_1 - \tau_2)(\tau - \tau_2)]} \cdot e^{-t/\tau_2} \right] \end{aligned}$$

Questa ha l'aspetto mostrato in figura 20.15.

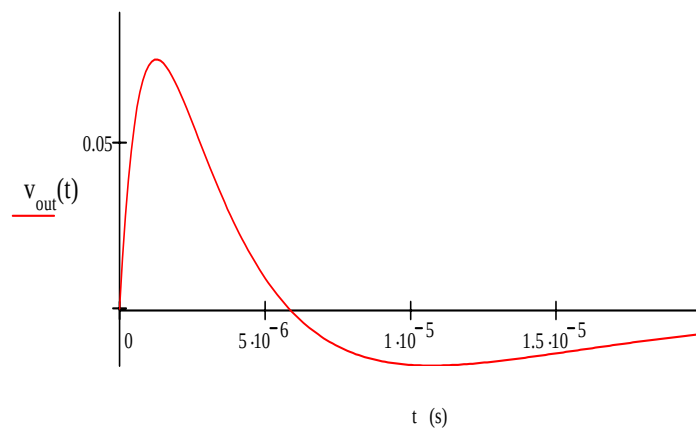


Figura 20.15:

Si vede che il segnale raggiunge un massimo, ridiscende fino a raggiungere valori negativi e poi risale lentamente verso lo zero. Tale discesa a valori negativi causa un pile-up di segnali (questa volta il successivo segnale "siede" sulla coda di un impulso negativo) ed è un difetto da correggere ³.

Notiamo per inciso che la "coda" è dovuta alla costante di tempo τ dell'amplificatore.

³Questo è noto come "undershoot"

La 20.11 ha uno zero a numeratore e tre poli in $s = -1/\tau$, $s = -1/\tau_1$, $s = -1/\tau_2$. Se si riesce a trasformarla in una funzione priva di zeri e con solo due poli (come era la 20.8, il problema sarà risolto.

La soluzione è stata trovata da Nowlin e Blankenship (Review of Scientific Instruments, 36, 1830 (1965)) ed è nota come "pole-zero cancellation".

La modifica da apportare al circuito consiste nel porre una resistenza in parallelo al condensatore che effettua la differenziazione, come mostrato in figura 20.16.

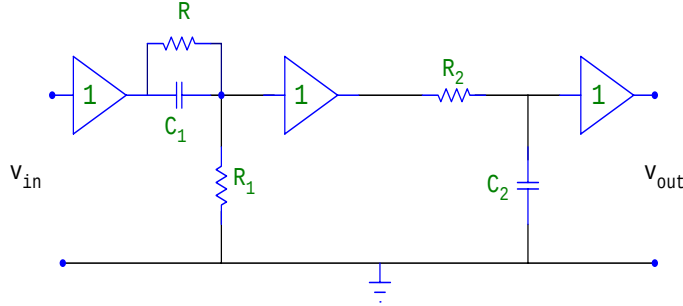


Figura 20.16:

La funzione di trasferimento è:

$$G(s) = \frac{R_1(1 + RC_1s)}{R_1(1 + R_1C_1s) + R} \cdot \frac{1}{sC_2R_2 + 1}$$

che, ponendo:

$$\tau' = RC_1, \quad \tau'' = \tau' \frac{R_1}{R_1 + R}, \quad \tau_2 = R_2C_2$$

può essere messa nella forma:

$$G(s) = \frac{s + 1/\tau'}{s + 1/\tau''} \frac{1}{s + 1/\tau_2}$$

La trasformata della risposta all'esponenziale:

$$Ae^{-t/\tau}$$

sarà:

$$\tilde{v}_{out} = \frac{A}{\tau_2} \frac{1}{s + 1/\tau} \frac{s + 1/\tau'}{s + 1/\tau''} \frac{1}{s + 1/\tau_2}$$

Scegliendo ora R e C_1 in modo tale che $\tau' = \tau$, si ottiene:

$$\tilde{v}_{out} = \frac{A}{\tau_2} \frac{1}{(s + 1/\tau'')(s + 1/\tau_2)}$$

Cioè abbiamo una risposta del tipo desiderato.

Possiamo scegliere ancora R_1 in modo tale che τ'' sia uguale al vecchio valore di τ_1 , ed il risultato sarà esattamente quello voluto.

Notiamo che, con il procedimento adottato abbiamo "spostato" la posizione dello zero della funzione di trasferimento iniziale in uno zero nel punto $1/\tau'$ ed abbiamo fatto in modo che τ' fosse giusto uguale alla costante di tempo τ dell'esponenziale in ingresso, in modo tale da "cancellare" lo zero con il polo in $s = -1/\tau$. Di qui l'origine del nome.

20.10 Altri metodi di "shaping" dei segnali

Esistono molti altri metodi per la formazione (shaping dei segnali). Dettagli possono esser trovati nelle referenze: [23] (pagg. 91 e seguenti), [24] (pagg. 272-275), [26] (pagg. 564-582).

Ci limiteremo qui ad accennare sommariamente ad alcuni dei metodi seguiti.

20.10.1 Shaping $CR - (RC)^n$

Questo è anche noto come "shaping gaussiano".

Se facciamo seguire ad un singolo circuito CR (differenziatore) n circuiti RC (integratori) si ottiene un impulso in uscita che è, con buona approssimazione, una gaussiana. Se tutte le costanti di tempo sono uguali a τ , la soluzione è:

$$v_{out} = v_0 \left(\frac{t}{\tau} \right)^n e^{-t/\tau}$$

In pratica, un circuito $CR - (RC)^4$ dà già dei buoni risultati.

In tale circuito, il tempo necessario perchè il segnale raggiunga il suo valore massimo è $n\tau$, ed è quindi più lungo di quello ottenibile con un semplice circuito CR-RC. Tuttavia la discesa a zero è molto più rapida ed il pileup è quindi ridotto. Il metodo dello shaping gaussiano ha anche il vantaggio di migliorare il rapporto segnale/rumore.

20.10.2 Shaping triangolare

È stato dimostrato che l'ottimo dal punto di vista del rapporto segnale-rumore è ottenibile con un circuito che fornisca un segnale triangolare. È possibile approssimare tale comportamento facendo uso di filtri attivi.

20.11 Spostamento della linea di zero

Con tale termine si intende il fatto che un segnale periodico (o all'incirca periodico) il cui valor medio sia diverso da zero, acquista un valor medio zero se lo si fa passare attraverso un condensatore. Ciò è legato al fatto che un condensatore non può trasmettere una componente continua. Poichè i formatori (shapers) che abbiamo descritto utilizzano tutti dei condensatori in serie per effettuare la differenziazione del segnale, questo sarà inevitabilmente spostato in modo che il valor medio sia nullo (vedi figura 20.17).

Tale fenomeno (comunemente indicato come "baseline shift") causa un'alterazione dell'ampiezza dei singoli impulsi, normalmente riferita allo zero. Si può inoltre vedere che lo spostamento dipende dalla frequenza di arrivo degli impulsi, il che lo rende ancora più noioso.

Si può ovviare a tale problema essenzialmente con due tecniche diverse. La prima di queste, nota come "baseline restoration" consiste nell'utilizzo di appositi circuiti che "riportano" il segnale a zero dopo ciascun impulso. Per dettagli, si vedano le referenze [23] e [26].

La seconda tecnica consiste nel trasformare l'impulso unipolare come quello fin qui ipotizzato, in un impulso bipolare. Questo ha già un valor medio nullo e non subisce quindi alcuno "shift" nell'attraversare un condensatore. L'impulso bipolare

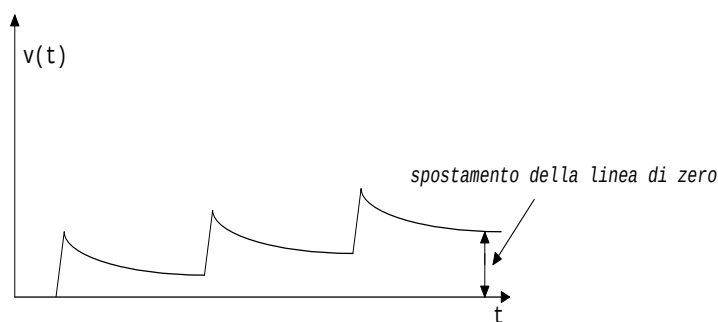


Figura 20.17:

è ottenuto da quello unipolare facendo in modo che questo subisca una "riflessione" e facendo poi seguire al segnale iniziale quello riflesso, come qualitativamente indicato in figura 20.18 nel caso di un impulso rettangolare.

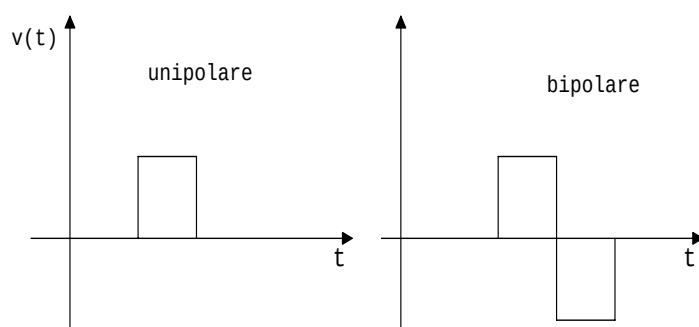


Figura 20.18:

Il metodo più ovvio per realizzare tale riflessione dell'impulso è quello di ricorrere ad una linea di ritardo cortocircuitata ad un'estremità. Poichè il coefficiente di riflessione ρ di una linea avente impedenza caratteristica Z , chiusa su di una resistenza R è:

$$\rho = \frac{R - Z}{R + Z}$$

Si vede che per $R=0$ si ha $\rho = -1$. Un gradino sarà quindi trasformato in un segnale rettangolare di durata pari al doppio del ritardo caratteristico della linea. Uno schema tipico è mostrato in figura 20.19:

Se a questa prima riflessione se ne fa seguire una seconda, come mostrato nella parte destra della figura, si ottiene un impulso bipolare. Questo non presenta più il problema del "baseline shift", ma ha l'inconveniente di uno spettro di Fourier molto ampio, con conseguente necessità di amplificatori ad ampia banda passante il che introduce un elevato livello di rumore. Per ovviare a tale inconveniente conviene integrare il segnale all'uscita della seconda linea di ritardo, ottenendo in tal modo un segnale triangolare, come mostrato in figura 20.20.

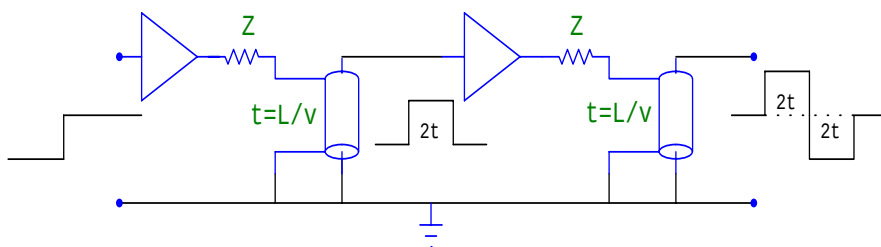


Figura 20.19:

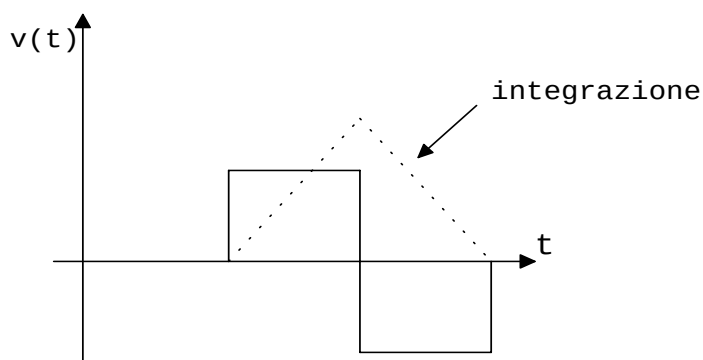


Figura 20.20:

Il segnale così ottenuto è nuovamente positivo e presenta quindi nuovamente il problema della "baseline shift". Una seconda differenziazione con una "delay line" lo trasformerà nuovamente in un segnale bipolare, conservando la forma triangolare, che è molto buona dal punto di vista del rumore.

Un metodo alternativo per ottenere un impulso bipolare è quello di effettuare una seconda differenziazione dopo la prima formazione CR-RC. Si adopererà cioè un sistema CR-RC-CR. Questo schema è mostrato in figura 20.21.

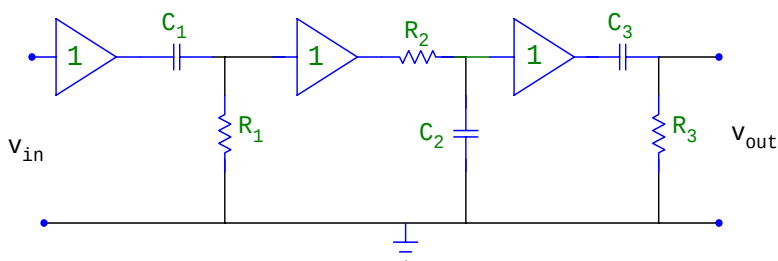


Figura 20.21:

La forma d'onda che ne risulta, per un impulso esponenziale in ingresso, è mostrata in figura 20.22.

Vediamo che ora lo spostamento dallo zero è meno severo di quello che si ha con

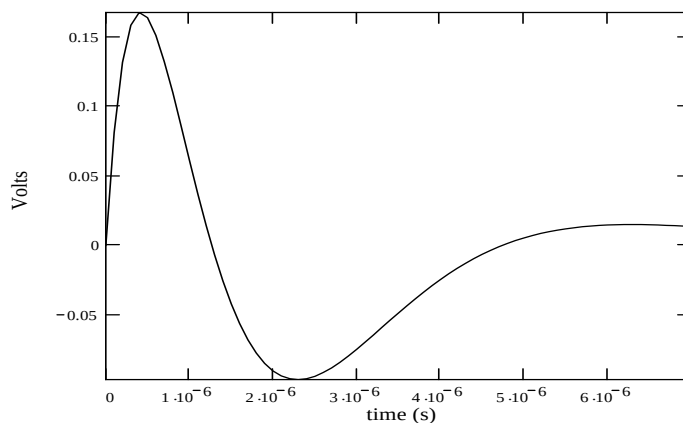


Figura 20.22:

segnali unipolari. Tuttavia le aree sopra e sotto l'asse non sono esattamente uguali, quindi un piccolo spostamento dello zero è sempre presente.

20.12 Deficit balistico e scelta delle costanti di tempo

Il segnale ottenuto facendo uso di uno shaping CR-RC ha un andamento temporale dato dalla 20.9, che possiamo riscrivere nella forma:

$$v_{out}(t) = A \frac{\tau_F}{\tau_F + \tau_R} (e^{-t/\tau_F} - e^{-t/\tau_R}) \quad (20.12)$$

dove abbiamo posto:

$$\tau_F = \tau_1 \quad , \quad \tau_R = \tau_2$$

Possiamo vedere che τ_F è legato al tempo di discesa del segnale e τ_R a quello di salita. Vediamo infatti che per $\tau_F \rightarrow \infty$, l'espressione in parentesi diventa:

$$1 - e^{-t/\tau_R}$$

che descrive un esponenziale crescente con costante di tempo τ_R .

Analogamente, per $\tau_R \rightarrow 0$ l'espressione in parentesi si riduce a :

$$e^{-t/\tau_F}$$

cioè ad un esponenziale decrescente con costante di tempo τ_F .

Ammettiamo ora che il tempo di salita τ_R sia quello caratteristico del rivelatore medesimo. L'altezza dell'impulso associato al segnale è proporzionale all'energia rilasciata dalla particella nel rivelatore. Il segnale di tensione tenderebbe a divenire asintoticamente uguale a tale valore, se il termine $\exp(-t/\tau_F)$ non intervenisse a farlo scendere verso lo zero. Ciò è illustrato in figura 20.23.

Alla differenza tra il valore asintotico che il segnale tenderebbe ad acquistare per effetto dell'integrazione ed il valore massimo che esso effettivamente raggiunge prima di ricominciare a scendere per effetto della differenziazione, si dà il nome di "deficit balistico".

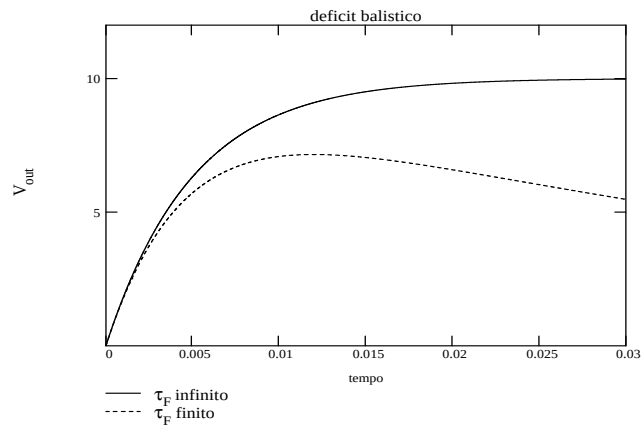


Figura 20.23:

Si potrebbe pensare di ridurre il deficit balistico scegliendo (un valore) di τ_F molto grande. Tale scelta va però contro l'esigenza di avere dei segnali corti, per evitare il fenomeno del "pile-up".

In figura 20.24 è mostrato l'andamento ottenuto facendo uso della 20.12 (con $A=1$) fissando τ_R a $1\ \mu s$ e per i valori di τ_F indicati in figura.

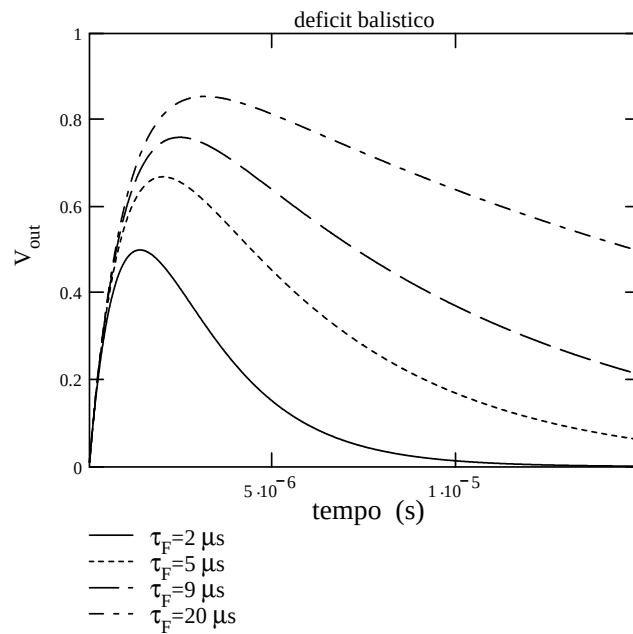


Figura 20.24:

20.13 Shaping e rumore

Abbiamo visto al capitolo 19 che la potenza di rumore in un amplificatore a FET è data, nel dominio della frequenza, dall'espressione 19.42, che riscriviamo per comodità:

$$\overline{v_N^2} = \frac{d\omega}{\omega} \left\{ A_f + \frac{2KT}{\pi R_g C_{in}^2 \omega} + \frac{eI_g}{\pi \omega C_{in}^2} + \frac{2KT\omega}{\pi g_m} \right\} \quad (20.13)$$

dove g_m è la transconduttanza del FET, C_{in} la capacità parassita all'ingresso dello stesso, I_g la corrente di gate, R_g la resistenza di gate ed A_f una costante che rende conto del rumore $1/f$.

La potenza di rumore all'uscita di un circuito di shaping dipenderà dalla funzione di trasferimento $f(\omega)$ che lo caratterizza. Si dimostra che lo shaping ottimale dal punto di vista del rapporto segnale/rumore è quello che fornisce in uscita un segnale a cuspidi, come quello di figura 20.25.

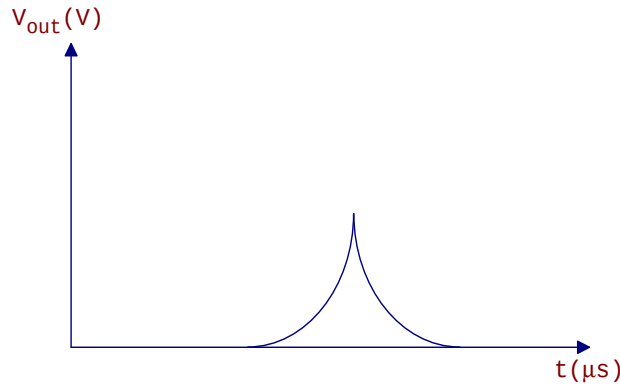


Figura 20.25:

Uno shaping di questo tipo non è realizzabile nella pratica. Dei segnali che costituiscono delle ragionevoli approssimazioni a quello ideale sono quello triangolare e quello gaussiano. Esamineremo qui lo shaping triangolare. Questo può essere ottenuto facendo uso di una funzione di trasferimento del tipo di quella discussa nel capitolo 10 (equazione 10.32 con $\omega_L = \omega_U = 1/\tau$) cioè:

$$G(\omega) = \frac{A_0(\omega\tau)}{(1 + \omega^2\tau^2)}$$

La tensione quadratica media di rumore all'uscita dell'amplificatore sarà allora:

$$\overline{w_N^2} = \int_0^\infty |G(\omega)|^2 \overline{v_N^2} d\omega$$

Da cui:

$$\overline{w_N^2} = A_0^2 \left(\frac{kT}{2R_g} \frac{\tau}{C_{in}^2} + \frac{eI_g}{4} \frac{\tau}{C_{in}^2} + \frac{kT}{2g_m\tau} + \frac{A_f}{2} \right) \quad (20.14)$$

Ammettiamo ora che Q sia la carica che il rivelatore deposita sulla capacità d'ingresso dell'amplificatore (C_{in}). Se A_0 è il guadagno dell'amplificatore, il segnale in uscita sarà:

$$v'_{out} = A_0 \frac{Q}{C_{in}}$$

Tuttavia, in presenza di uno shaping triangolare, con tempi di salita e di discesa del segnale $T_R = T_f = \tau$, il guadagno è ridotto di un fattore e . Cioè:

$$v_{out} = \frac{A_0}{e} \frac{Q}{C_{in}} \quad (20.15)$$

La ENC si ottiene uguagliando la 20.14 ed il quadrato della 20.15:

$$\frac{A_0^2}{e^2} \frac{Q^2}{C_{in}^2} = A_0^2 \left(\frac{kT}{2R_g} \frac{\tau}{C_{in}^2} + \frac{eI_g}{4} \frac{\tau}{C_{in}^2} + \frac{kT}{2g_m\tau} + \frac{A_f}{2} \right)$$

da cui si ha:

$$(ENC)^2 = Q^2 = e^2 \left\{ \frac{kT}{2R_g} \tau + \frac{eI_g}{4} \tau + \frac{kTC_{in}^2}{2g_m\tau} + \frac{A_f C_{in}^2}{2} \right\} \quad (20.16)$$

I primi due termini non dipendono da C_{in} , i restanti due ne dipendono.

Ciò è legato al fatto che per i primi due termini la sorgente di rumore, come il segnale, può esser considerata in parallelo alla capacità C_{in} , mentre per i rimanenti due la sorgente di rumore è in serie.

Esaminiamo ora la dipendenza del rumore dalla costante di tempo τ . Riscriviamo a tale scopo la 20.16 nella forma:

$$(ENC)^2 = L\tau + \frac{M}{\tau} C_{in}^2 + NC_{in}^2 \quad (20.17)$$

Questa ha un minimo quando si annulla la derivata prima, cioè:

$$L - \frac{M}{\tau^2} C_{in}^2 = 0$$

da cui:

$$\tau_{min}^2 = \frac{M}{L} C_{in}^2$$

$$\tau_{min} = \sqrt{\frac{M}{L}} C_{in}$$

(notiamo che la derivata seconda è positiva: $2MC_{in}^2/\tau^3 > 0$).

Sostituendo questa espressione di τ_{min} nella 20.17 si trova il minimo valore della ENC:

$$(ENC)_{min}^2 = \sqrt{LM} C_{in} + \sqrt{LM} C_{in} + NC_{in}^2$$

Vediamo che con questa scelta i primi due termini contribuiscono in ugual misura. Essi corrispondono rispettivamente al rumore termico nella resistenza di gate ed allo shot noise nella corrente di gate.

Sostituendo valori numerici tipici si trova che τ deve essere almeno dell'ordine dei μs . Questo valore è troppo alto se si lavora a rates elevati. Scegliendo valori

di τ molto minori di quello ottimale, il contributo del rumore termico nel canale diviene dominante sui primi due. Se il rumore 1/f può essere trascurato, il rumore complessivo diviene:

$$(ENC)^2 \approx M \frac{C_{in}^2}{\tau} = e^2 \frac{KTC_{in}^2}{2g_m\tau}$$

o anche:

$$ENC \approx \sqrt{\frac{M}{\tau}} C_{in}$$

Inoltre C_{in} può esser divisa in due pezzi: la capacità esterna (C_{ext}) all'amplificatore (cavi, rivelatore, etc.) e quella (C_0) del FET, per cui:

$$ENC = \sqrt{\frac{M}{\tau}} (C_0 + C_{ext}) = k_1 + k_2 C_{ext}$$

Nel caso dei preamplificatori commerciali, i produttori quotano le costanti k_1 e k_2 (per valori dati di τ), in opportune unità (vedi sotto).

ENC è espressa in Coulomb e anche in numero di elettroni. Nel caso dei rivelatori a semiconduttore FWHM Kev (Silicio)