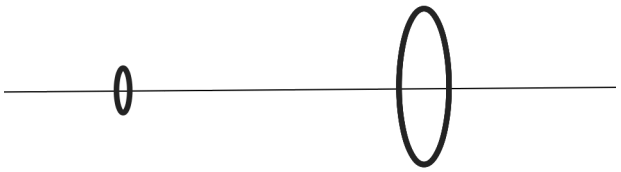
APPELLO STRAORDINARIO
FISICA GENERALE II
INGEGNERIA BIOMEDICA
14/11/2017

1) Un filo conduttore con sezione di raggio $\mathbf{r_a}$, e lunghezza **L** è carico con una carica **q**. Il filo si trova al centro di un cilindro conduttore di raggio interno $\mathbf{r_b}$ e stessa lunghezza **L**. Un materiale dielettrico e' presente fra i due conduttori con una costante dielettrica relativa che varia con la distanza dall' asse nella forma $\boldsymbol{\varepsilon_r = r/r_a}$.

a) Determinare il campo elettrico nello spazio interno.
b) Calcolare la capacità fra i due conduttori.
c) Quanto vale la densità di carica di polarizzazione sulla superficie del filo?

2-Una spira di raggio **r** è percorsa da una corrente **I,** mantenuta costante**.** Una piccola spira di raggio **a << r** e coassiale alla prima scorre a velocità costante **v** lungo tale asse. Sia **R** la resistenza.

a) Determinare la corrente in funzione della posizione.
b)Si consideri una sezione trasversa del filo che costituisce la piccola spira, calcolare la quantità di carica totale che ha attraversato tale sezione quando la spira raggiunge l'infinito assumendo come posizione iniziale il centro della spira grande.
c) Supponiamo di trascurare la resistenza della spiretta e sia L il valore dell' induttanza. Calcolare la nuova corrente.



Esercizio 1

1a) calcolo del campo elettrico

$$D\, 2\pi r L = q \qquad D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E$$

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r 2\pi r L = q$$

$$\varepsilon_0 \frac{r}{r_a} 2\pi r L = q$$

$$\boxed{E_r = \frac{q r_a}{2\pi L \varepsilon_0 r^2}}$$

1b) Calcolo della capacità $C = \frac{q}{V}$

$$V = \int_{r_a}^{r_b} E(r)\, dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{q r_a}{2\pi L \varepsilon_0 r^2}\, dr$$

$$= -\frac{q r_a}{2\pi L \varepsilon_0} \frac{1}{r}\Bigg|_{r_a}^{r_b} = \frac{q r_a}{2\pi L \varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

$$\frac{1}{C} = \frac{q r_a}{q\, 2\pi L \varepsilon_0} \frac{r_b - r_a}{r_a r_b}$$

$$\boxed{C = \frac{2\pi L \varepsilon_0 r_b}{r_b - r_a}}$$

1c) calcolo della carica di polarizzazione

$$\Delta_p = P = \varepsilon_0 \chi E = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E$$

$$= \varepsilon_0 \left(\frac{r_a}{r_a} - 1\right) E \equiv 0$$

$$\boxed{\Delta_p \equiv 0}$$

Esercizio 2

2a) Calcolo della corrente

$$i = \frac{-fem}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{dove} \quad \Phi = \pi a^2 B$$

$$B = \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2+x^2)^{3/2}} \; ; \quad \Phi = \frac{\pi \mu_0 I r^2 a^2}{2(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$i = -\frac{1}{R}\frac{d}{dt}\left[\frac{\pi \mu_0 I r^2 a^2}{2(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\right] \; ; \quad x = vt$$

$$i = -\frac{\pi \mu_0 I r^2 a^2}{2R}\frac{d}{dt}(r^2+v^2t^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$i = -\frac{\pi \mu_0 I r^2 a^2 3}{2 \quad 2R}(r^2+v^2t^2)^{-5/2} \cdot 2v^2t$$

$$i(x) = -\mu \pi I r^2 a^2 \frac{3}{2R}(r^2+x^2)^{-5/2} vx$$

2b) calcolo della carica

$$q = \int i\,dt = -\int \frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}\,dt = -\frac{1}{R}\int_{\Phi(0)}^{\Phi(\infty)} d\Phi$$

$$\boxed{q = \frac{\pi \mu_0 I a^2}{R\,2r}}$$

2c) ~~3b)~~ nuova corrente

$$\Phi = L i \qquad i = \frac{\Phi}{L}$$

$$\boxed{i(x) = \frac{\pi \mu_0 I r^2 a^2}{2L(r^2+x^2)^{3/2}}}$$