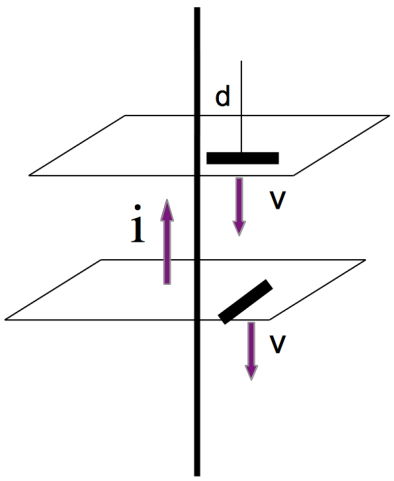
FISICA GENERALE II
INGEGNERIA BIOMEDICA
14 / 02 / 2017

1- Una densità superficiale di carica **+Δ** è presente su una superfice sferica di raggio **R**.

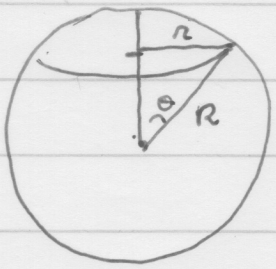
a) Determinare l' energia di configurazione del sistema.
b) Si supponga di rimuovere una parte della distribuzione corrispondente ad una calotta sferica di raggio inferiore **r**. Calcolare il campo elettrico al centro della sfera .
c) Una carica positiva **+q**, di massa **m**, viene rilasciata nel centro della sfera con velocità nulla. Sotto l'effetto del campo la carica fuoriesce dalla sfera, calcolare la velocità che la carica raggiunge all' infinito.

2- In un filo infinitamente esteso è presente una corrente **i**. Una sbarretta metallica di lunghezza **l** scorre con una velocità **V**, parallelamente al filo mantenendosi perpendicolare al filo con baricentro a distanza **d > l** (vedi figura).

a) Si determini la differenza di potenziale ai capi della sbarretta.
b) Calcolare la densità di carica generata dal campo elettrico diretto lungo l'asta.
c) Rispondere alla domanda precedente supponendo di ruotare la sbarretta di **90** gradi attorno al baricentro con l'asse di rotazione parallelo al filo.



Calcolo dell'energia di configurazione



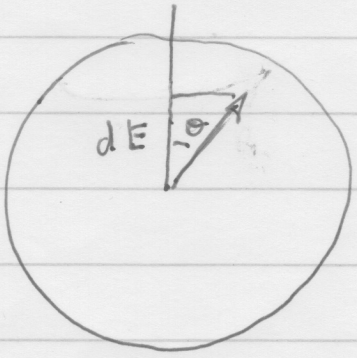
$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

$$\xi = \int u \, dv \; ; \; q = 4\pi R^2 \Delta$$

1a) $$\xi = \int_0^\infty \frac{1}{2}\varepsilon_0 \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)^2 4\pi r^2 \, dr = \frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R} =$$

oppure $$\xi = \frac{1}{2}\frac{q^2}{c} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{2\pi\Delta^2 R^3}{\varepsilon_0}$$

CAMPO ELETTRICO



$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta$$

$$dE = \frac{\Delta \, dS}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta$$

$$E = \int_0^{\bar\theta} \frac{\Delta R^2 2\pi \sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta \, d\theta$$

$$E = \int_0^{\bar\theta} \frac{\Delta}{2\varepsilon_0}\sin\theta \, d\sin\theta = \frac{\Delta}{2\varepsilon_0}\frac{1}{2}\sin^2\bar\theta$$

$$\sin\bar\theta = \frac{r}{R}$$

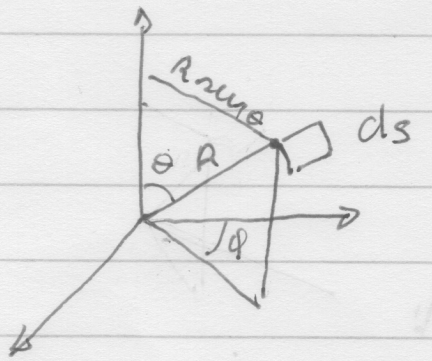
1b) $$E = \frac{\Delta}{4\varepsilon_0}\frac{r^2}{R^2}$$

calcolo della velocità

conservazione dell'energia

$$\frac{1}{2} m v^2 = U_{sfera} + U_{calotta}$$

$$U_{sfera} = \frac{q \Delta R}{\varepsilon_0}$$



Area della calotta

$$ds = R^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

$$S = \int_0^{\bar{\theta}} R^2 \sin\theta \, 2\pi \, d\theta$$

$$= 2\pi R^2 (1 - \cos\bar{\theta})$$

$$\cos\theta = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}$$

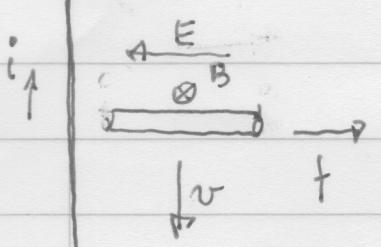
$$U_{calotta} = - q \frac{\Delta R}{\varepsilon_0} \frac{1}{2} (1 - \cos\theta)$$

$$U_{TOT} = q \frac{\Delta R}{\varepsilon_0} - q \frac{\Delta R}{2\varepsilon_0} (1 - \cos\theta)$$

$$U_{TOT} = \frac{q \Delta R}{2\varepsilon_0} \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2} \right]$$

1c)

$$v = \sqrt{\frac{2 U_{TOT}}{m}}$$



$$\vec{f} = q\,\vec{v}\wedge\vec{B} =$$

$$E = -\frac{f}{q} = -vB$$

$$E = -\frac{v\,\mu_0 i}{2\pi r}$$

$$V = \int_{d-\frac{\ell}{2}}^{d+\frac{\ell}{2}} E\,dr = -\frac{v\mu_0 i}{2\pi}\int_{d-\frac{\ell}{2}}^{d+\frac{\ell}{2}} \frac{1}{r}\,dr$$

2a) $$V = -\frac{v\mu_0 i}{2\pi}\,\ln r\Big|_{d-\frac{\ell}{2}}^{d+\frac{\ell}{2}} = -\frac{v\mu_0 i}{2\pi}\,\ln\left(\frac{d+\frac{\ell}{2}}{d-\frac{\ell}{2}}\right)$$

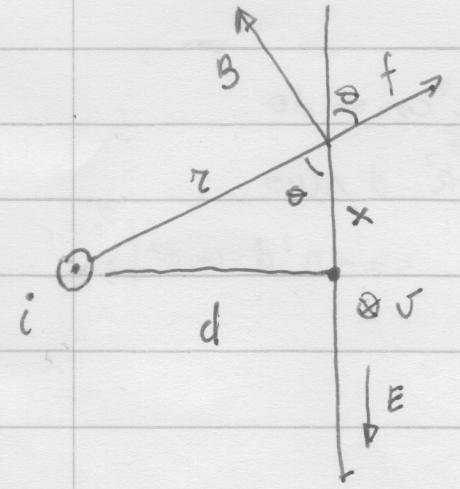
donde $q = \varepsilon_0 \int E\cdot n\,ds \Rightarrow \Delta q = \varepsilon_0\,\Delta E\,S$

$$\frac{\Delta q}{\Delta v} = \rho = \varepsilon_0 \frac{dE}{dr}\frac{S}{S}$$

$$\rho(r) = \varepsilon_0 \frac{d}{dr} E = -\varepsilon_0 \frac{d}{dr}\left(\frac{v\mu_0 i}{2\pi r}\right)$$

$$= \frac{v\mu_0 i\varepsilon_0}{2\pi}\left(-\frac{1}{r^2}\right)$$

2b) $$\rho(r) = +\frac{v\mu_0 i\,\varepsilon_0}{2\pi r^2}$$



$$E_x = -vB\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$E_x = -vB\frac{x}{r}$$

$$= -v\frac{\mu_0 i}{2\pi r^2}x$$

$$r = \sqrt{x^2+d^2}$$

$$E(x) = -\frac{v\mu_0 i}{2\pi}\frac{x}{(x^2+d^2)}$$

$$\rho(x) = \varepsilon_0\frac{d}{dx}E = -\frac{\varepsilon_0 v\mu_0 i}{2\pi}\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{x^2+d^2}\right)$$

$$\rho(x) = -\frac{\varepsilon_0 v\mu_0 i}{2\pi}\frac{(x^2+d^2)-2x\cdot x}{(x^2+d^2)^2}$$

2c)

$$\rho(x) = -\frac{\varepsilon_0 v\mu_0 i}{2\pi}\cdot\frac{d^2-x^2}{(x^2+d^2)^2}$$