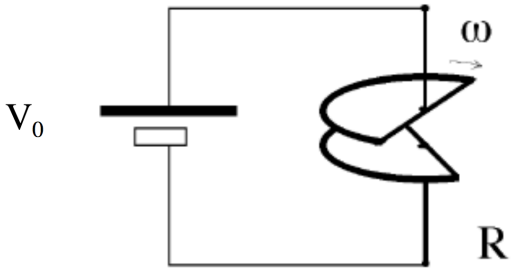
FISICA GENERALE II
INGEGNERIA BIOMEDICA
16/7/2018

1) Un condensatore variabile è costituito da due piastre semicircolari di raggio R ed interfacciate a distanza **d << R**. Una delle piastre ruota con velocità angolare **ω** attorno ad un asse perpendicolare al piano del conduttore, come mostra la figura. Ai capi di tale condensatore è applicato un generatore di tensione continua $\mathbf{V_0}$.

a) Si determini l' andamento della corrente nel circuito, trascurando gli effetti resistivi.
b) Quanto vale l' energia elettrostatica media contenuta nel condensatore?
c) Un nuovo condensatore $\mathbf{C_0}$ viene collegato in serie al vecchio condensatore. Calcolare la nuova corrente in funzione del tempo.

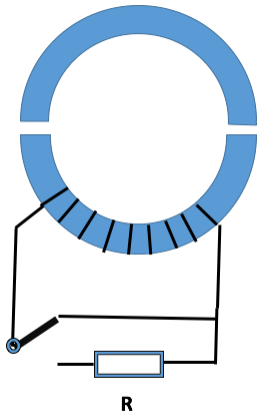


2) Un ferromagnete a forma toroidale, di raggio maggiore $\mathbf{R_1}$, raggio minore $\mathbf{R_2}$ e permiabilità magnetica **μ**, viene tagliato a metà come mostra la figura. I due pezzi vengono allontanati di una distanza $\mathbf{x << R_2}$. **N** spire vengono avvolte attorno ad uno dei ferromagneti con gli estremi cortocircuitati. Si supponga che una corrente I_0 sia presente nell' avvolgimento quando **x=0**.

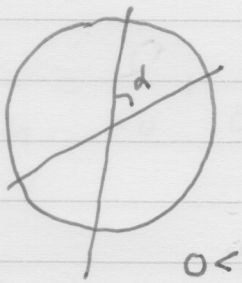
a) Determinare la corrente che scorre nel filo al variare della distanza **x** trascurando gli effetti resistivi.

b) Calcolare le forza che mantiene uniti i ferromagneti per **x=0**

c) Tramite un interruttore si devia la corrente su una resistenza **R** calcolare l'andamento nel tempo della corrente per **x = d** .

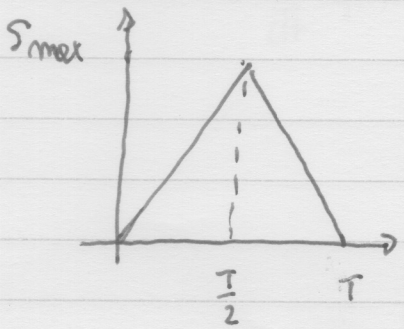


Calcolo della corrente



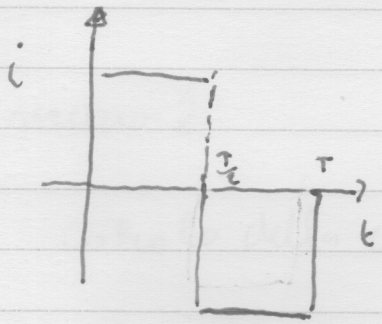
$$S(t) = \frac{\alpha}{2\pi} \pi R^2 = \frac{\alpha}{2} R^2$$

$$0 < t < \frac{T}{2} \rightarrow S(t) = \frac{R^2 \omega}{2} t \; ; \; \frac{T}{2} < t < T \rightarrow S(t) = \frac{R^2 \omega}{2} (T - t)$$



$$C(t) = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

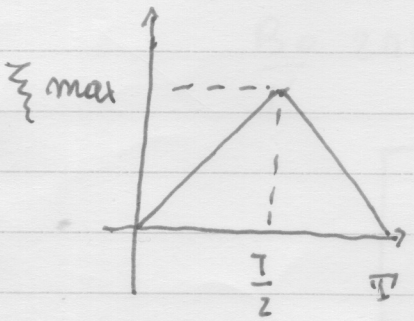
$$q(t) = V_0 C(t) \qquad i = V_0 \frac{d}{dt} C(t)$$



$$\boxed{i(t) = \pm \frac{V_0 \varepsilon_0 R^2 \omega}{2d}}$$

Energia media

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} C V_0^2 \qquad \mathcal{E}(t) = \frac{1}{2} V_0^2 \frac{\varepsilon_0 R^2 \omega}{2d} t$$



$$\mathcal{E}_{max} = \frac{1}{2} V_0^2 \frac{\varepsilon_0 R^2 \omega}{2d} \cdot \frac{T}{2}$$

$$\mathcal{E}_{med} = \frac{1}{T} \frac{\mathcal{E}_{max} \cdot T}{2} = \frac{\mathcal{E}_{max}}{2}$$

$$\boxed{\mathcal{E}_{med} = \frac{\mathcal{E}_{max}}{2}}$$

Nuova corrente

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C(t)} \qquad q = V_0^2 C_{eq} = \frac{V_0^2}{\left(\frac{1}{C_0} + \frac{1}{C(t)}\right)}$$

$$i(t) = \frac{d}{dt} q(t) = \frac{V_0^2}{\left(\frac{1}{C_0} + \frac{1}{C(t)}\right)^2} \left(\frac{1}{C(t)}\right)^2 \frac{dC(t)}{dt}$$

$$\boxed{i(t) = \frac{V_0^2}{\left(\frac{C}{C_0} + 1\right)^2} \left(\pm \frac{\varepsilon_0 R^2 \omega}{2d}\right)}$$

Esercizio 2

Calcolo della corrente

$$\oint H \, dl = Ni \Rightarrow H_1 (2\pi R_1 - 2x) + H_2 \, 2x = Ni$$

$$\frac{B}{\mu} (2\pi R_1 - 2x) + \frac{B}{\mu_0} 2x = Ni$$

il flusso si conserva $\qquad \phi_0 = \phi(x) \Rightarrow B_0 = B(x)$

$$\frac{B_0}{\mu} 2\pi R_1 = N i_0 \qquad B_0 = \frac{\mu N i_0}{2\pi R_1}$$

$$\boxed{i(x) = \frac{i_0 \mu}{2\pi R_1} \left[\frac{2\pi R_1 - 2x}{\mu} + \frac{2x}{\mu_0} \right]}$$

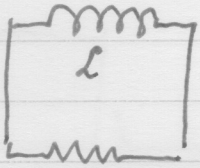
Calcolo della forza

$$U = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \Phi i \quad ; \quad \Phi = \text{costante} = N B_0 \pi R_2^2$$

$$F = -\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{2} \Phi \frac{di}{dx} \quad ; \quad \frac{di}{dx} = \frac{i_0}{2\pi R_1} \left[\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right]$$

$$\boxed{F = -\frac{1}{2} \frac{N^2 \mu_0^2 \pi R_2^2 i_0^2}{(2\pi R_1)^2} \left[\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right]}$$

chiudendo l'interruttore la corrente scorre in R



$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad ; \quad i(0) = i_0$$

$$\boxed{i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}} \quad \text{dove} \quad \tau = \frac{L(d)}{R}$$

Calcolo di: $L(d)$

$$L = \frac{\Phi}{i} = \frac{N B \pi R_2^2}{i} = \frac{N^2 \pi R_2^2 i}{\left[\frac{1}{\mu} (2\pi R_1 - 2d) + \frac{1}{\mu_0} 2d \right] i}$$

$$\boxed{L = \frac{N^2 \pi R_2^2}{\frac{1}{\mu} (2\pi R_1 - 2d) + \frac{1}{\mu_0} 2d}}$$