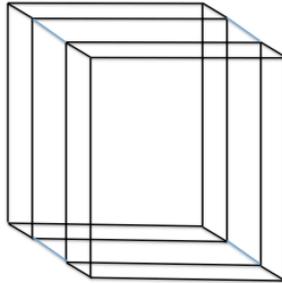


FISICA GENERALE II
INGEGNERIA BIOMEDICA
25/6/2018

1-Due piastre conduttrici parallele di sezione S sono separate da una distanza d . Fra i due conduttori viene depositato un materiale isolante contenente una carica distribuita con densità dipendente dalla posizione della forma $\rho = \alpha x^2$, dove x è la distanza da un piano equidistante dalle superfici interne. Il materiale ha una costante dielettrica assoluta ϵ .

- a) determinare il campo elettrico dentro il dielettrico e la carica elettrica sulle superfici interne dei conduttori.
- b) Se una carica elettrica Q viene depositata su un conduttore determinare il nuovo campo elettrico nel dielettrico.
- c) In questa nuova condizione si calcoli la differenza di potenziale fra i due conduttori.

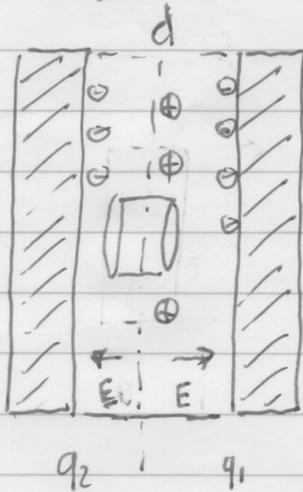


2- Una spira di raggio b è percorsa da una corrente I costante. Una piccola spira di raggio $a \ll b$, coassiale alla prima, scorre a velocità costante $+v$ lungo tale asse.

- a) Se R è la resistenza della spiretta determinare la corrente in funzione della posizione, nelle ipotesi che la corrente sia nulla a meno infinito.
- b) Calcolare la carica totale che ha attraversato la spiretta da quando si trova al centro della spira grande fino al raggiungimento dell'infinito.
- c) Supponiamo di sostituire la spira piccola con una di resistenza trascurabile, autoinduttanza L_2 e stesso raggio. Come varia la nuova corrente nello spazio?



Esercizio 1



Presa una superficie chiusa all'interno del materiale e a cavallo del piano mediano

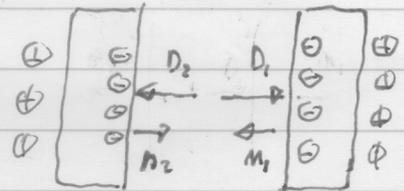
$$\int D ds = q$$

$$2SD = \int_{-x}^{+x} \rho dx \quad 2D = \int_{-x}^{+x} \alpha x^2 dx = \frac{\alpha x^3}{3} \Big|_{-x}^{+x}$$

1.a)

$$D = \frac{1}{3} \alpha x^3$$

$$E = \frac{\alpha x^3}{3\epsilon}$$



La carica sulle superfici dei conduttori

su una superficie $q_1 = -DS = -\frac{\alpha}{3} \left(\frac{d}{2}\right)^3 = -\frac{\alpha}{24} d^3 S$

sull'altra superficie $q_2 = +\frac{\alpha}{24} d^3 S$

carica libera $q'_1 = -D'S = -\frac{\alpha}{24} d^3 + \frac{q}{2}$

1.b) nuovo campo $E' = \frac{1}{3} \frac{\alpha x^3}{\epsilon} - \frac{q}{25\epsilon}$

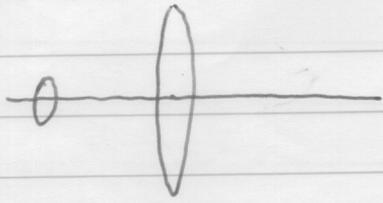
differenza di Potenziale

$$\Delta V = \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} E' dx = \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} \frac{1}{3} \frac{\alpha x^3}{\epsilon} dx - \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} \frac{q}{25\epsilon} dx$$

1.c)

$$\Delta V = -\frac{qd}{25\epsilon}$$

Esercizio 2



$$i = -\frac{1}{R} \frac{d\phi}{dt} = -\frac{1}{R} \frac{d(\pi a^2 B(x))}{dt}$$

$$B(x) = \frac{\mu_0 I b^2}{2 (b^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$i = -\frac{1}{R} \pi a^2 \frac{dB}{dx} \frac{dx}{dt} = -\frac{1}{R} \pi a^2 v \frac{dB}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\mu_0 I}{2} \frac{b^2}{(b^2 + x^2)^{3/2}} \right) = -\frac{\mu_0}{2} \frac{b^2 \cdot 3}{2} \frac{2xI}{(b^2 + x^2)^{5/2}}$$

$$i(x) = \frac{\pi a^2 v}{R} \frac{b^2 \cdot 3}{2} \frac{x I \mu_0}{(b^2 + x^2)^{5/2}}$$

2.a)

$$i(x) = \frac{3 \mu_0 \pi a^2 b^2 x I v}{2 R (b^2 + x^2)^{5/2}}$$

$$2.b) \quad q = \int_0^2 i dt = \int_0^x -\frac{1}{R} \frac{d\phi}{dt} dt = -\frac{1}{R} \int_0^x d\phi = \frac{1}{R} \pi a^2 B(0)$$

$$q = \frac{1}{R} \pi a^2 \frac{\mu_0 I}{2} \frac{b^2}{b^3} = \frac{\mu_0 \pi a^2 I}{2 R b}$$

$$q = \frac{\mu_0 \pi a^2 I}{2 R b}$$

$$\phi(x) = -\mathcal{L}i$$

$$i = -\frac{d(x)}{\mathcal{L}} = -\frac{\pi a^2 B(x)}{\mathcal{L}}$$

$$i(x) = -\frac{\pi a^2}{\mathcal{L}} \frac{\mu_0 I b^2}{2(b^2+x^2)^{3/2}}$$

2c)

$$i(x) = -\frac{\pi a^2 b^2 I \mu_0}{2\mathcal{L} (b^2+x^2)^{3/2}}$$

$$2D = \int_{-x}^x \rho \, dx \quad 2D = \int_{-x}^x dx^2 dx = \frac{2}{3} x^3$$

$$E = \frac{\rho x^3}{3\epsilon_0}$$

$$\begin{matrix} \rho & \rho & \rho & \rho & \rho \\ \rho & \rho & \rho & \rho & \rho \\ \rho & \rho & \rho & \rho & \rho \\ \rho & \rho & \rho & \rho & \rho \\ \rho & \rho & \rho & \rho & \rho \end{matrix}$$

La carica sulle superfici dei conduttori

$$q_1 = -DS = -\int \rho \, d^3s = -\frac{\rho}{2} d^3s$$

$$q_2 = \frac{\rho}{2} d^3s$$

$$q'_1 = -D'S = -\int \rho' \, d^3s + \frac{q}{2}$$

$$E' = \frac{\rho x^3}{3\epsilon_0} - \frac{q}{25\epsilon_0}$$

$$dV = \int E' \, dx = \int \left(\frac{\rho x^3}{3\epsilon_0} - \frac{q}{25\epsilon_0} \right) dx$$

$$dV = -\frac{q}{25\epsilon_0} dx$$