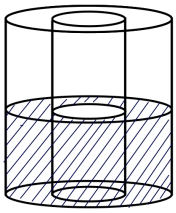
FISICA GENERALE II
INGEGNERIA BIOMEDICA
8/01/2018

1- Un contenitore è costituito da due cilindri conduttori ideali, coassiali, di altezza **h** , raggi **a** e **b,** chiuso inferiormente come mostra la figura. Si consideri trascurabile lo spessore dei cilindri. Un fluido conduttore con conducibilità σ viene versato, lentamente, nello spazio contenuto fra i due cilindri. Il livello del fluido cresce con una velocità costante **v**. Una carica $\mathbf{q_0}$ viene rilasciata nel cilindro interno all' inizio del riempimento.

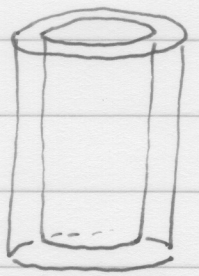
a)Calcolare l'andamento nel tempo della carica presente sulla superficie del conduttore interno.
b)Determinare il livello corrispondente al massimo della corrente che attraversa il fluido.
c)Quanto vale l' energia elettrostatica contenuta nel sistema al termine del riempimento?



2- Un disco conduttore di raggio **R** e spessore **a << R** ruota attorno ad un asse coincidente con il diametro con velocità angolare costante ω. Nello spazio è presente un campo magnetico uniforme **B** perpendicolare all' asse di rotazione. Sia σ la conducibilità .

a)Trascurando gli effetti di autoinduzione calcolare il campo magnetico al centro del disco generato dalle correnti indotte.
b)Determinare il momento di forza che mantiene il disco in rotazione.
c)Quanto vale la potenza dissipata in calore?

Esercizio 1



$$\frac{q}{RC} = -\frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{\int_a^b \bar{E}\cdot d\bar{l}}{\int \bar{j}\cdot\bar{n}\, dS} = \frac{\frac{q}{h}\log\frac{b}{a}}{\sigma\frac{q}{\varepsilon_0}2\pi\varepsilon_0}$$

$$R = \frac{\log b/a}{2\pi\sigma x}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\int_a^b E\cdot dl} = \frac{2\pi h\varepsilon_0}{\log b/a}$$

$$R\cdot C = \frac{\log\frac{b}{a}}{2\pi\sigma x}\cdot\frac{2\pi h\varepsilon_0}{\log\frac{b}{a}} = \frac{h\varepsilon_0}{\sigma v t}$$

$$\int_0^{q_0}\frac{dq}{q} = -\int_0^t \frac{\sigma v t}{h\varepsilon_0}dt = -\frac{\sigma v}{2h\varepsilon_0}t^2$$

1a)

$$\boxed{q(t) = q_0\, e^{-\alpha t^2}}$$

$$\alpha = \frac{\sigma v}{2h\varepsilon_0}$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \qquad i(t) = q_0\, 2\alpha t\, e^{-\alpha t^2}$$

massimo della corrente

$$\frac{di}{dt} = 2 q_0 \alpha \left[e^{-\alpha t^2} + e^{-\alpha t^2} (-\alpha 2 t^2) \right] = 0$$

$$1 - 2\alpha t^2 = 0 \qquad t^* = \sqrt{\frac{h\varepsilon_0}{\sigma v}}$$

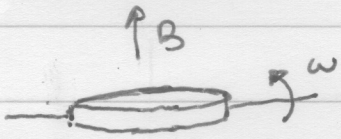
1b) $$\boxed{h_{max} = v t^* = \sqrt{\frac{v h \varepsilon_0}{\sigma}}}$$

con il fluido all'orlo $x = h$

$$q^2_{max} = q_0^2\, e^{-\frac{2\alpha h^2}{v^2}}$$

1c) $$\boxed{\mathcal{E} = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} = \frac{q_0^2\, e^{-\frac{\sigma h}{\varepsilon_0 v}} \log \frac{b}{a}}{4\pi h \varepsilon_0}}$$

Esercizio 2



$$E\, 2\pi r = -\frac{d}{dt} B \pi r^2 \cos\omega t$$

$$E = \frac{1}{2} \pi \omega B r \sin\omega t$$

$$dB' = \mu_0 \frac{di}{2r} = \mu_0 \frac{B}{2r} j\, a\, dr \; ; \quad j = \sigma E$$

integrando

2a) $$\boxed{B' = \frac{1}{4} \sigma \mu_0 a \omega B R \sin\omega t}$$

momento di dipolo magnetico

$$M = \int \pi r^2 \, di = \int_0^R \pi r^2 \, J \, a \, dr \quad ; \quad J = \sigma E$$

$$M = \frac{\pi}{2} \sigma \omega B a \int_0^R r^3 \, dr$$

$$M = \frac{\pi}{8} \sigma \omega B a B^4 \sin \omega t$$

momento della forza

$$\tau = M B \sin \omega t$$

2b) $$\boxed{\tau = \frac{\pi \sigma \omega B^2 a R^4 \sin^2 \omega t}{8}}$$

la potenza dissipata è
uguale alla potenza meccanica

$$\xi = \tau \omega$$

2c) $$\boxed{\xi = \frac{\pi}{8} \sigma \omega^2 B^2 a R^4 \sin^2 \omega t}$$