

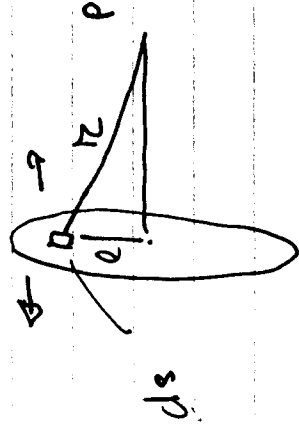
Esercizi

$$W_0: \frac{r_1}{r_2} \uparrow \frac{r_1}{r_2} P \text{ ---}$$

disco diffusore ; s sorgente piana

calcolare l'intensità in P.

$$r_1 \gg r_2 \Rightarrow W_d = W_0 \frac{\pi R^2}{4\pi r_1^2} = \frac{W_0 R^2}{4 r_1^2}$$



$$dW = \frac{W_d}{8\pi r^2} ds$$

emissione
mezzo a
distanza, media
a rimedia

$$ds = 2\pi r dr$$

un anello



$$dW_{\text{anello}} = \frac{W_d}{2\pi r^2} 2\pi r dr = \frac{W_d}{r^2} r dr$$

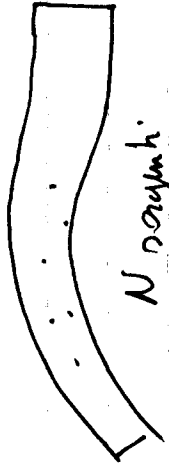
$$dI = \frac{dW}{4\pi r^2} \quad \text{infatti} \quad I = \langle S \rangle$$

valore di potenza

$$\int S dA = W \quad S A = W \quad \langle S \rangle = \frac{W}{A_{\text{area}}}$$

$$I = \int \frac{W_d}{4\pi r^2} r^2 dr = \int \frac{W_d}{4\pi r^2} r dr = \frac{W_d}{4\pi r^2} \int \frac{1}{r} dr$$

$$= \frac{W_d}{4\pi r^2} \ln \frac{\sqrt{r_1^2 + h^2}}{h}$$

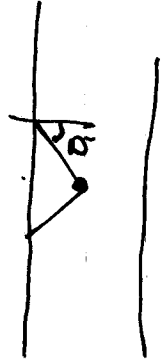


N raggi

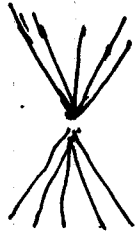
di potenza W

sezione S
lunghezza L
indice n

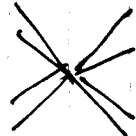
colleare l'intensità luminosa a gli
estremi delle fibre



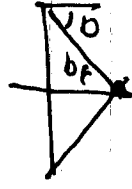
$$\sin \theta_1 = \frac{1}{n}$$



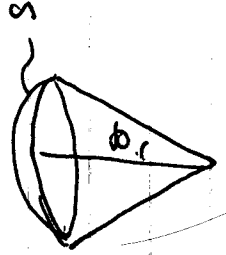
parte rimanente



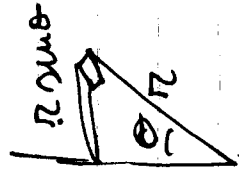
parte uscente



colleare la parte uscente



$$S =$$



$$ds = r \cdot d\phi \cdot r \sin \theta \, d\theta$$

$$ds = r^2 \, d\theta \, \sin \theta \, d\phi$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^\theta r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$S = \int_0^\theta 2\pi r^2 \sin \theta \, d\theta = 2\pi r^2 [\cos \theta]_0^\theta$$

$$S = 2\pi r^2 (1 - \cos \theta_c)$$

$$W_{\text{usate}} = 2 \cdot W \cdot \frac{2\pi r^2 (1 - \cos \vartheta_e)}{4\pi r^2}$$

$$\stackrel{!}{=} W (1 - \cos \vartheta_e)$$

potenze perse $NW(1 - \cos \vartheta_e)$

potenze emessa a gli estremi

$$W_0 = NW - NW(1 - \cos \vartheta_e)$$

$$\stackrel{!}{=} NW \cos \vartheta_e$$

$$I = \frac{W}{2S} = \frac{NW}{2S} \cos \vartheta_e = \frac{NW}{2S} \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta_e}$$

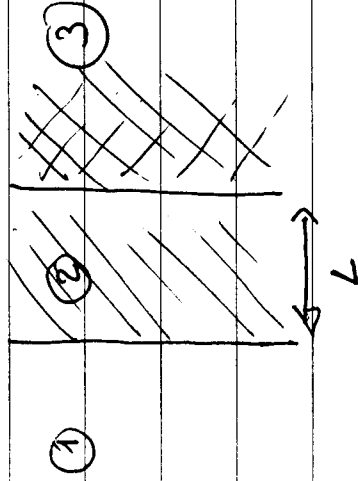
$$I = \frac{NW}{2S} \sqrt{1 - \frac{1}{m^2}} =$$

$$\stackrel{!}{=} \frac{NW}{2S} \sqrt{\frac{m^2 - 1}{m^2}}$$

$$\text{per } m=1 \quad I=0$$

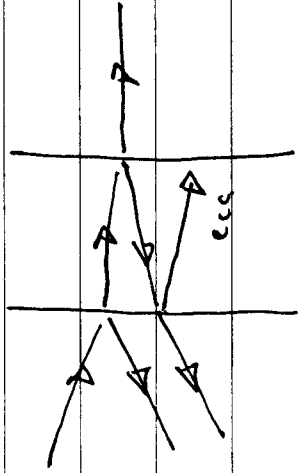
Strato non riflettente

$z=0 \quad z=L$



$$R_{12} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

$$R_{23} = \frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3}$$



onda incidente

$$E_{inc} = A \cos(\omega t - k_1 z)$$

$$E_a(0) = A R_{12} \cos(\omega t + k_1 z)$$

$$E_a(L) = T_{12} R_{23} T_{21} \cos(\omega t + k_1 z - 2k_2 L)$$

condensano $R_{12} \approx R_{23} \approx 0,1 < 1$

$$T_{12} T_{21} = (1 + R_{12})(1 - R_{12})$$

$$\frac{1}{2} 1 - R_{12}^2 \approx 1$$

$$E_2(0) \approx R_{12} A \cos(\omega t + k_1 z) + R_{23} A \cos(\omega t + k_1 z - 2k_2 L)$$

Adesso imponiamo che

$$R_{12} = R_{23} \Rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3}$$

sforziamo
cerchiamo

$$\text{ovvero} \quad \frac{1 - \frac{m_2}{m_1}}{1 + \frac{m_2}{m_1}} = \frac{1 - \frac{m_3}{m_2}}{1 + \frac{m_3}{m_2}}$$

che è soddisfatta per $\frac{m_2}{m_1} = \frac{m_3}{m_2}$

ovvero $m_2 = \sqrt{m_1 m_3}$, con quale condizione

$$E_{\text{tot}} = R_1 z A [\cos(\omega t + \kappa_1 z) + e + \cos(\omega t + \kappa_1 z - 2\kappa_1 L)]$$

scegliamo L in maniera da avere interferenza distruttiva, quindi

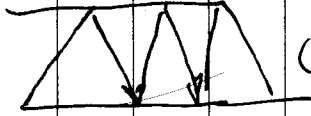
$$2\kappa_1 L = \pi$$

$$2L = \frac{\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\lambda}{2}$$

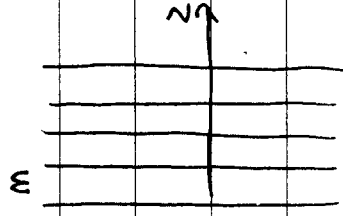
$$\boxed{L = \frac{\lambda}{4}}$$

con spessore $\frac{\lambda}{4}$ e $m_2 = \sqrt{m_1 m_3}$ si elimina la riflessione

in realtà c'è un'infinità di casi.



Trattamento multiplo



$$M(z) = \frac{M(z) - M(z + \Delta z)}{2 M(z)}$$

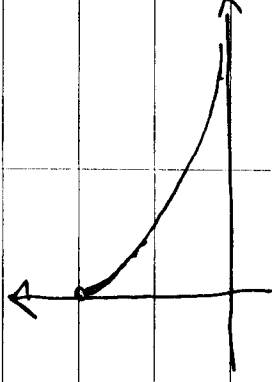
$$\Delta R = - \frac{dM}{2M} = - \frac{1}{2n} \frac{dn}{dz} \Delta z$$

$$\Delta R = -\frac{1}{2n} \frac{dn(z)}{dz} \frac{1}{4} \lambda = \alpha$$

$$\frac{dn}{n} = -\frac{8\alpha}{\lambda} dz$$

$$-\frac{8\alpha}{\lambda} z$$

$$n = n_0 e^{-\frac{8\alpha}{\lambda} z}$$



Cambiamento di lunghezza d'onda alla superficie di separazione

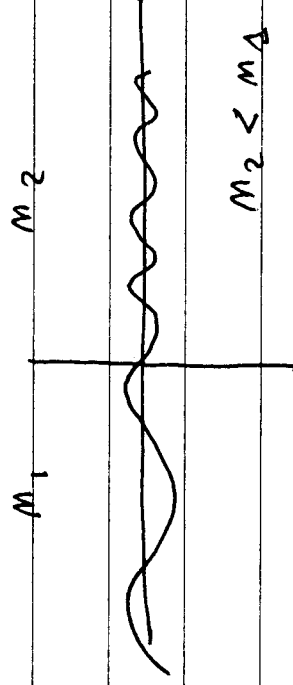
$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf}$$

quindi λ è inversamente proporzionale all'indice di rifrazione

$$f_1 = f_2$$

$$\text{quindi } \frac{c}{n_1 \lambda_1} = \frac{c}{n_2 \lambda_2}$$

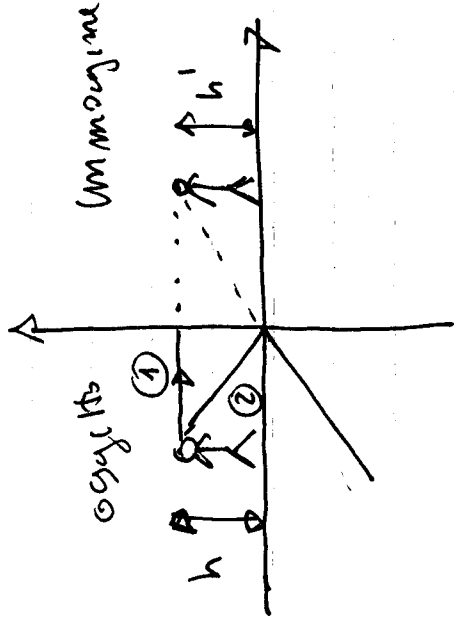
$$\Rightarrow \lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2$$



dispersione $n(\lambda) \approx a + \frac{b}{\lambda^2}$

~~A~~ ^{rosso} _{violetto} -60-

Specchi



per tutti i raggi,
scego quelli
utili

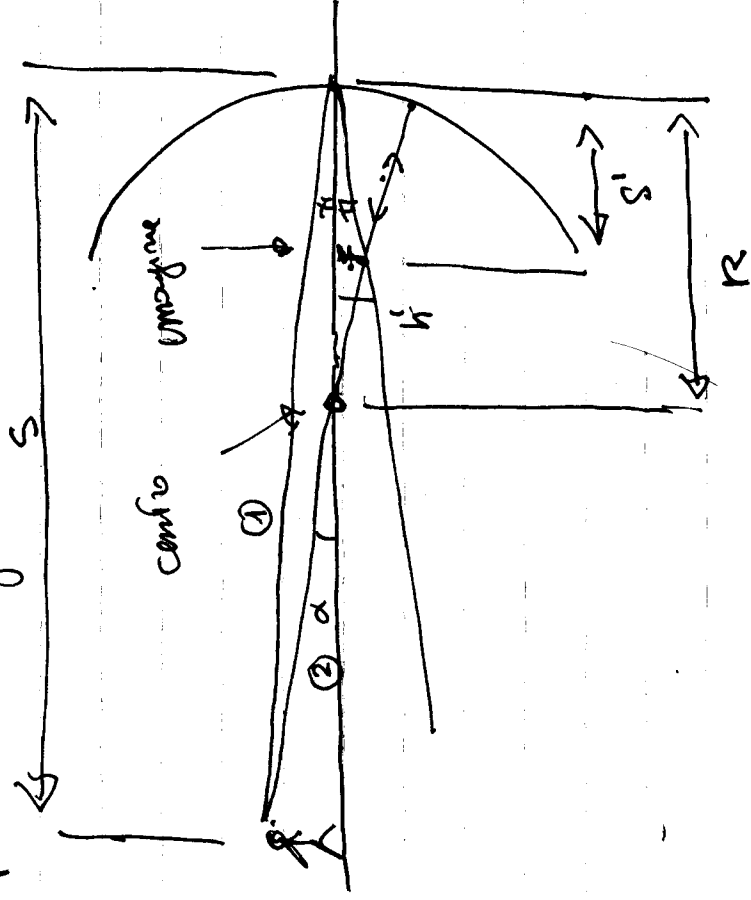
raggio ① l'angolo di
riflessione è nullo

raggio ② parte dal
punto che interseca
l'asse ottico con il
piano di riflessione

Immaginamento laterale

$$M = \frac{h'}{h} \equiv 1$$

Specchio sferico con cavo



$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{s'}{s}$$

$$\tan d = \frac{h}{s-R}$$

$$\tan d = \frac{-h}{R-s'}$$

$$M = -\frac{R-s'}{s-R}$$

ovvero $\frac{R-s'}{s-r} = \frac{s'}{s}$

$$\Rightarrow (A) \boxed{\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}}$$

legge dello specchio

Se inforniamo $s \rightarrow \infty$

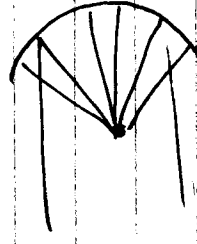
l'oggetto reale posto all'infinito oltre $le (*)$

$$\frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \quad s' = \frac{R}{2}$$

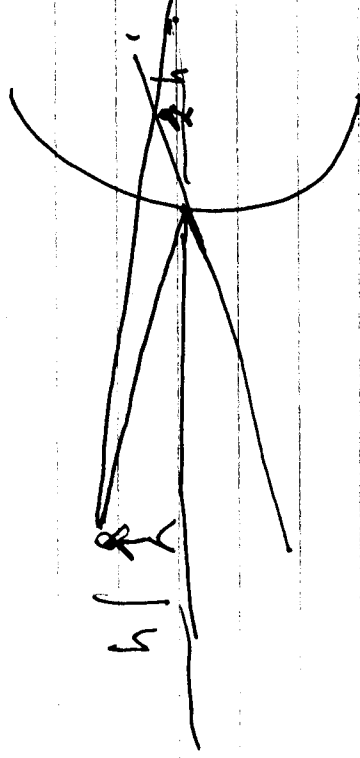
chiamo

$$s' = F \text{ fuoco}$$

$$le (*) \rightarrow \boxed{\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{F}}$$



Specchio sferico convesso



$$M = \frac{h'}{h} = \frac{s'}{s}$$

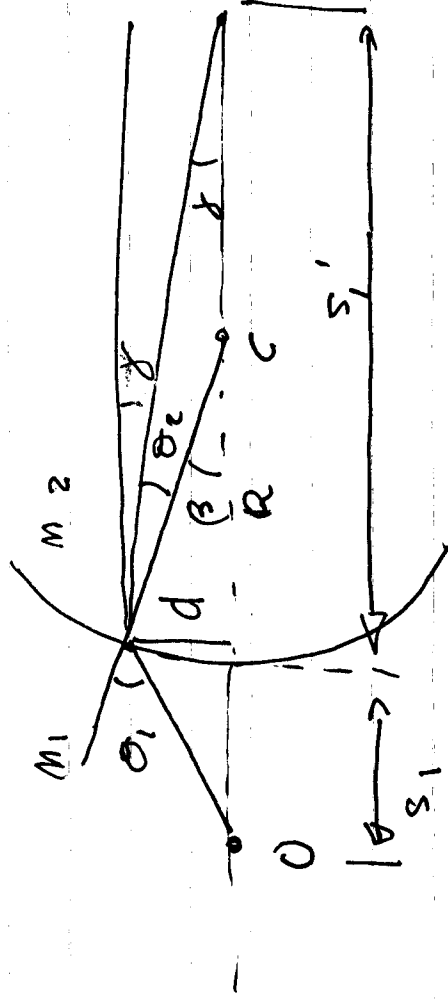
questo fornisce

$$F' = -F$$

Lenti sottili



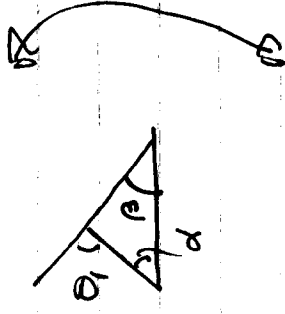
Traattiamo la superficie a similitudine con raggi di curvatura R_1



$$n_1 n_2 \sigma_1 = n_2 n_1 \sigma_2 \quad \text{legge di snell}$$

per angoli piccoli $n_1 \sigma_1 = n_2 \sigma_2$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 = \alpha + \beta \\ \beta = \sigma_2 + \gamma \end{array} \right.$$



$$\sigma_1 = \alpha + \sigma_2 + \gamma = \alpha + \frac{n_1}{n_2} \sigma_1 + \gamma$$

$$m_1 \varnothing_1 = m_2 \alpha + m_1 \varnothing_1 + m_2 \gamma$$

$$(m_2 - m_1) \varnothing_1 = m_2 \alpha + m_2 \gamma$$

$$\uparrow \varnothing_1 = \alpha + \beta$$

$$(m_2 - m_1) \alpha + (m_2 - m_1) \beta = m_2 \alpha + m_2 \gamma$$

$$m_2 \alpha - m_1 \alpha + (m_2 - m_1) \beta = m_2 \alpha + m_2 \gamma$$

$$m_1 \alpha + m_2 \gamma = (m_2 - m_1) \beta$$

$$\text{or } \tan \alpha = \frac{d}{s_1} \quad \tan \beta = \frac{d}{r_1}$$

$$\tan \gamma = \frac{d}{s_1'}$$

$$\alpha = \frac{d}{s_1} \quad \beta = \frac{d}{r_1} \quad \gamma = \frac{d}{s_1'}$$

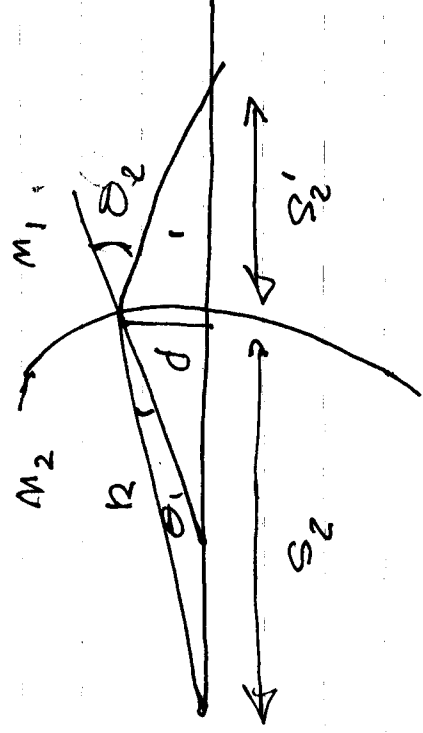
$$m_1 \frac{d}{s_1} + m_2 \frac{d}{s_1'} = (m_2 - m_1) \frac{d}{r_1}$$

$$\frac{m_1}{s_1} + \frac{m_2}{s_1'} = \frac{m_2 - m_1}{r_1}$$

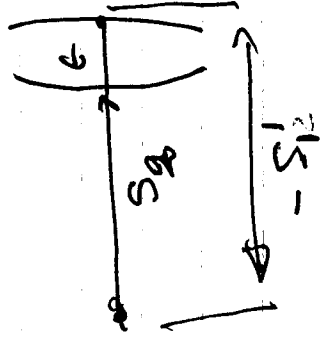
$$\text{Sc } m_1 = 1 \quad (\text{vapor}) \quad m_2 = M$$

$$\frac{1}{s_1} + \frac{M}{s_1'} = \frac{M-1}{r_1}$$

Se considero l'altra superficie



$$\frac{n}{s_2} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1-n}{R_2}$$



Se riscriviamo +

$$s_2 = -s_2'$$

$$-\frac{n}{s_1'} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1-n}{R_2}$$

Richiamando le precedenti

$$\frac{1}{s_1} + \frac{n}{s_1'} = \frac{n-1}{R_1}$$

si ottiene $\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

per una raggiata parallela all'infinito $s_1 \rightarrow \infty$

$$\frac{1}{s_1} = 0$$

Le definiamo $s_2' = F$

$$\frac{1}{F} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

quindi $F = \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_2 - R_1)(n-1)}$

ponendo $s_2' = s_2$

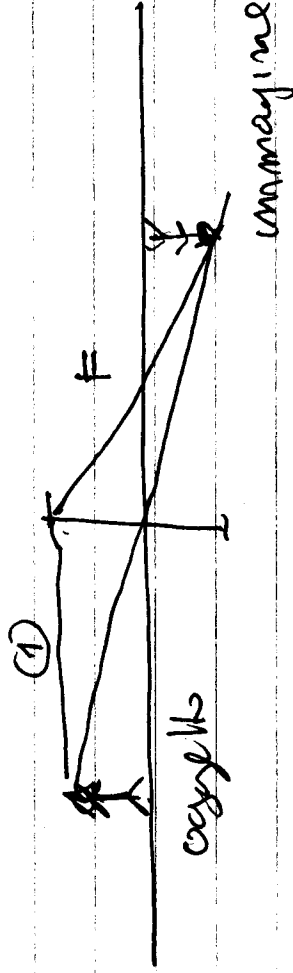
Otteniamo l'equazione delle

lente

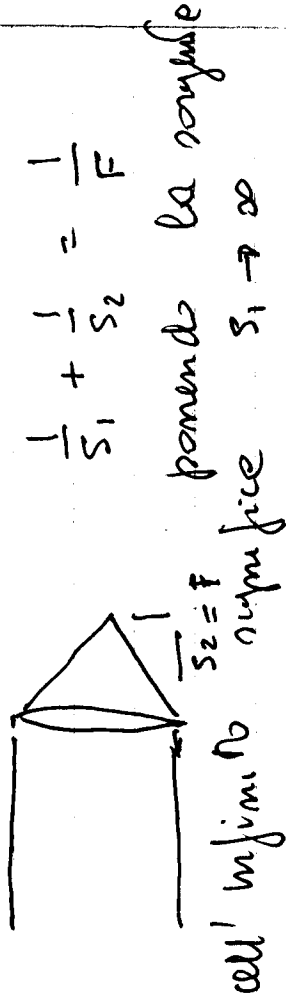
$$\boxed{\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{F}}$$

equazione della lente sottile

Una volta determinato il fuoco come costruiamo l'immagine?



Determinazione pratica del fuoco

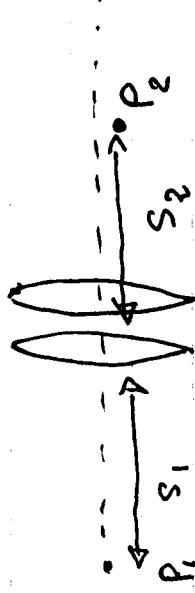


$$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{S_2} = \frac{1}{F} \Rightarrow F = S_2$$

Occlusione di lenti sottili

si trascurano le distanze fra le lenti.



P_2 è una sorgente virtuale della seconda lente. La sorgente reale è

$S_1' = -S_2$
prima lente

$$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} = \frac{1}{F_1}$$

Seconda lente

$$\frac{1}{S_1'} + \frac{1}{S_2'} = \frac{1}{F_2}$$



dalle prime

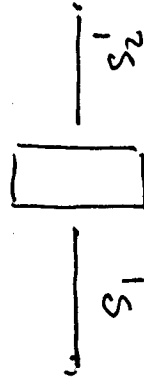
$$\frac{1}{s_2} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{s_1}$$

ma $s_2 = -s'_1 \Rightarrow \frac{1}{s_2} = -\frac{1}{s_1}$

$$-\frac{1}{s_1} - \frac{1}{s'_2} = -\frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{f_1} - \frac{1}{s_1} - \frac{1}{s'_2} = -\frac{1}{f_2}$$

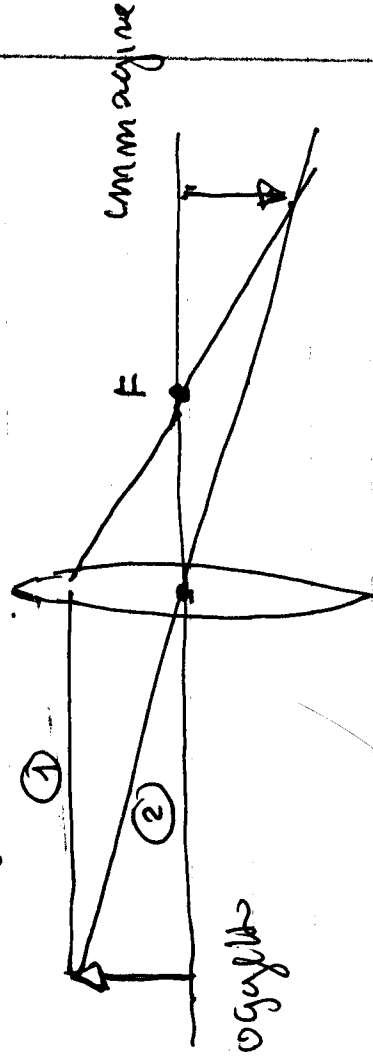
$$\boxed{\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}}$$



sistema

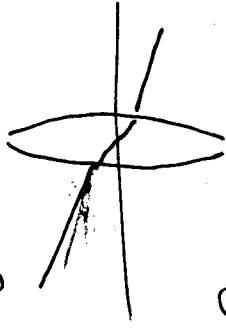
$$\boxed{\frac{1}{f_{Tot}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}}$$

Costruzione dell'immagine tramite il fuoco

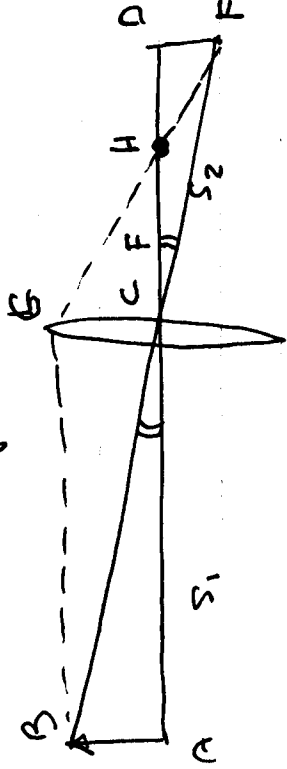


il raggio ① essendo parallelo e come provenire da una sorgente all'infinito quindi deve passare dal fuoco F

Il raggio ② attraversa la lente al centro, per simmetria prosegue dal centro mantenendo la direzione. Questo vale se si considera lo spessore delle lenti



L'incanto dei due foci individuano l'immagine.



I triangoli ABC e DFC sono simili

$$(*) \frac{AB}{s_1} = \frac{DF}{s_2}$$

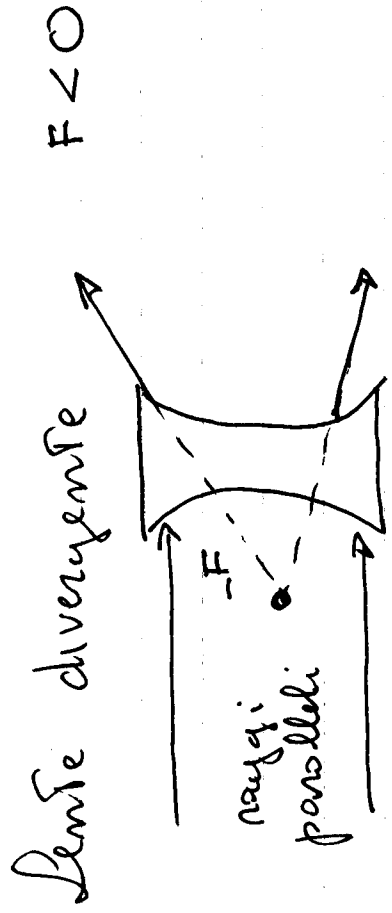
sono simili anche HCG e DFH

$$\frac{F}{GC} = \frac{s_2 - F}{DF}$$

ma $GC = AB$ e dalle (*) $DF = AB \frac{s_2}{s_1}$ sostituendo

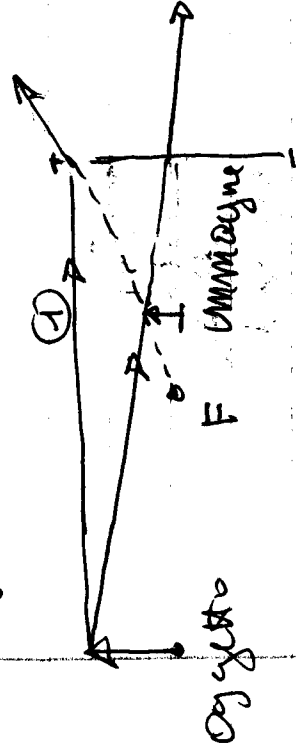
$$\frac{F}{AB} = \frac{s_2 - F}{AB} \frac{s_1}{s_2}$$

che fornisce $\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{F}$

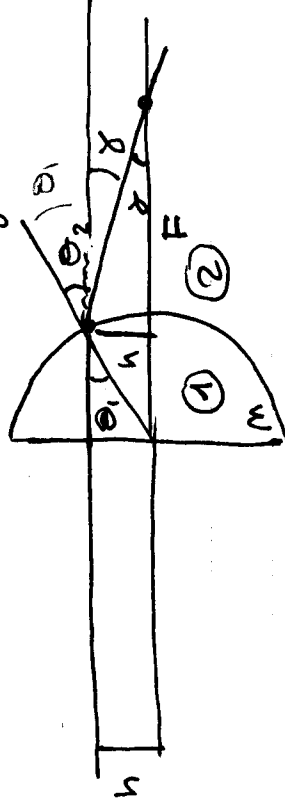


$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = -\frac{1}{F}$$

Come si costruisce l'immagine



Fuoco di una semisfera



Consideriamo h piccolo rispetto ad R
 così che $\sin \theta_1 \approx \theta_1$; $\sin \theta_2 \approx \theta_2$

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \approx \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{m}$$

$$\theta_2 = m \theta_1$$

$$R \sin \theta_1 = h$$

$$R \theta_1 \approx h$$

$$\frac{h}{F} = \tan \gamma \approx \gamma \quad h = F\gamma \quad \rightarrow R\theta_1 = F\gamma$$

$$\text{incide} \quad \theta_2 = \theta_1 + \gamma \Rightarrow \gamma = \theta_2 - \theta_1$$

$$R\theta_1 = F(\theta_2 - \theta_1) = F(n\theta_1 - \theta_1) \\ \perp F(n-1)\theta_1$$

da qui si ricorre

$$F = \frac{R}{n-1}$$

queste è coerente con quella generale

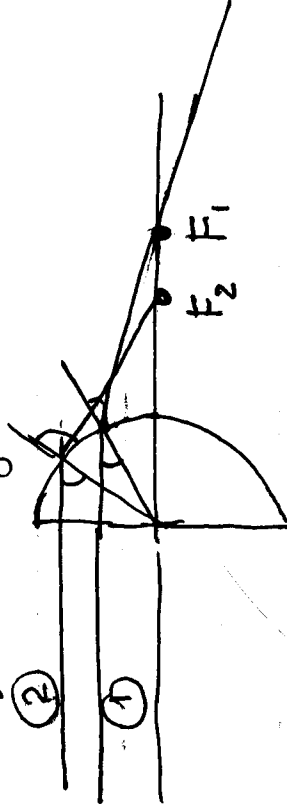
$$F = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1 (n-1)}$$

per $R_1 \rightarrow \infty$

$$F = \frac{R_1}{\left[1 - \frac{R_1}{R_2}\right](n-1)}$$

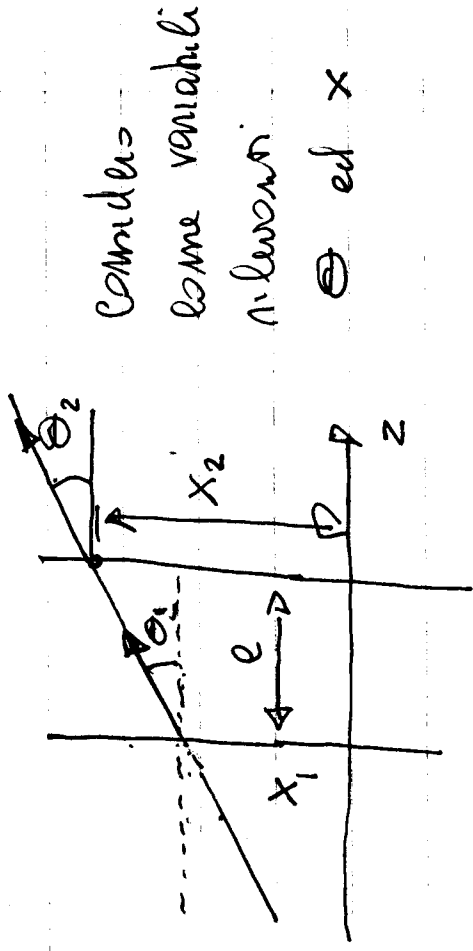
$$\lim_{R_2 \rightarrow \infty} F = \frac{R_1}{n-1}$$

Aberrazione geometrica



raggi più esterni collimano maggiormente F_1

OTTICA MATRICIALE



$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \Theta_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_2 \\ \Theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + l \Theta_1 \\ \Theta_1 \end{pmatrix}$$

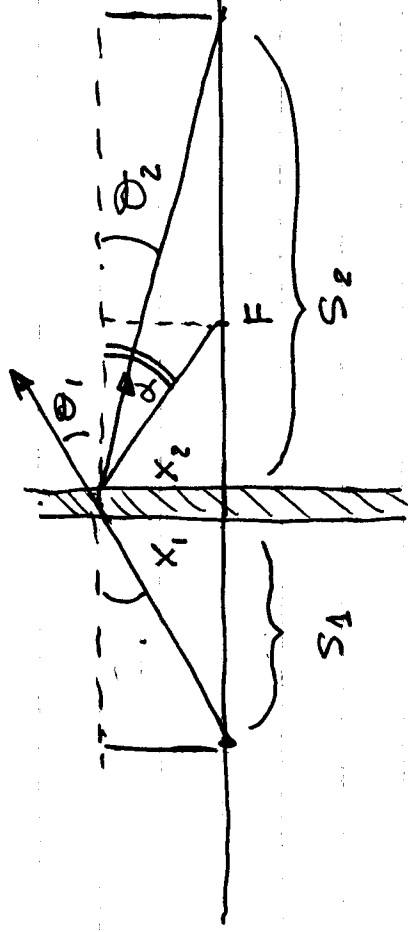
inoltre $\Theta_2 = \Theta_1$; $x_2 = x_1 + l \Theta_1$
 $\Leftrightarrow x_1 + l \Theta_1$

Matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$M \begin{pmatrix} x_1 \\ \Theta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \Theta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + l \Theta_1 \\ \Theta_1 \end{pmatrix}$$

M è la matrice che determina i raggi che percorrono una regione l , la base da sistemi ottici

Considerons une lentille otile



$$\tan \theta_1 = + \frac{x_1}{s_1} \approx \theta_1$$

$$\tan \theta_2 = - \frac{x_2}{s_2} \approx \theta_2$$

$$x_2 = x_1$$

$$\theta_2 = - x_1 \left(\frac{1}{s_2} \right)$$

per la regola delle leni:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{F}$$

da qui $\frac{1}{s_2} = \frac{1}{F} - \frac{1}{s_1}$

$$\theta_2 = - x_1 \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{s_1} \right)$$

$$\theta_2 = - \frac{x_1}{F} + \frac{x_1}{s_1}$$

ovvero $\theta_2 = - \frac{x_1}{F} + \theta_1$

vettore di partenza

vettore di arrivo

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \varnothing_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ -\frac{x_1}{F} + \varnothing_1 \end{pmatrix}$$

la matrice di trasformazione sarà

$$F \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F} & 1 \end{pmatrix} \quad \text{focalizzante}$$

infatti

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \varnothing_1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} x_1 \\ -\frac{x_1}{F} + \varnothing_1 \end{pmatrix}$$

Per una lente divergente

$$D \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{F} & 1 \end{pmatrix}$$

Aggiunto importante se ho due lenti

di fuoco F_1 ed F_2 , le matrici

risultante sarà $F_1 \cdot F_2 = F_r$

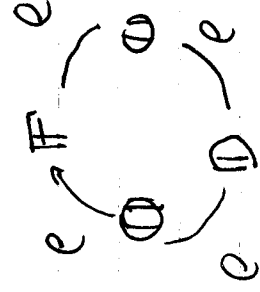
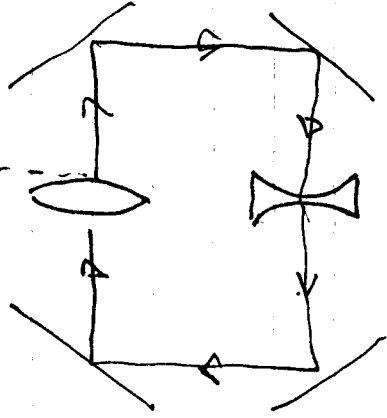
$$F_r \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{F_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{F_2} & 1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} & 1 \end{pmatrix}$$

ovvero il sistema ha il nuovo fuoco

$$F = \frac{F_1 \cdot F_2}{F_1 + F_2}$$

Note: il determinante di queste matrici è unitario

Un esempio, $s=0$



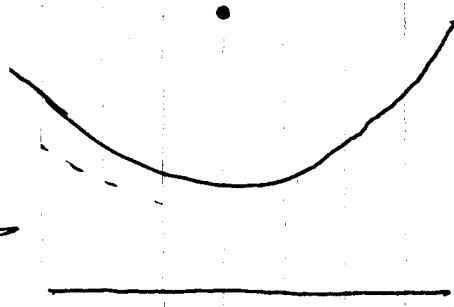
f gioco avv. e conv.

prende il nome di FODO $\equiv M$

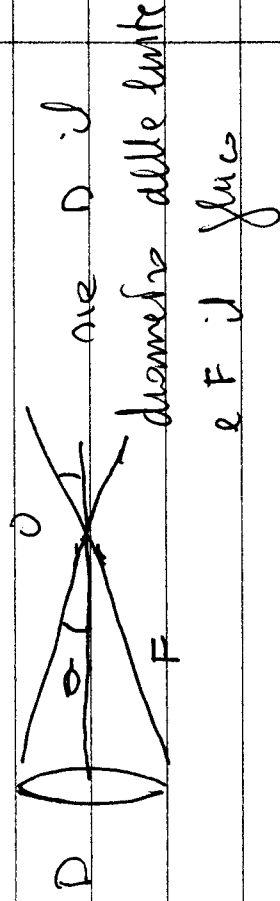
$$M = \begin{pmatrix} 1 + \frac{Q}{f} & 2Q + \frac{Q^2}{f} \\ \frac{Q}{f^2} & 1 - \frac{Q}{f} - \frac{Q^2}{f^2} \end{pmatrix}$$

questo sistema presenta un comportamento ciclico

Superficie parabolica:

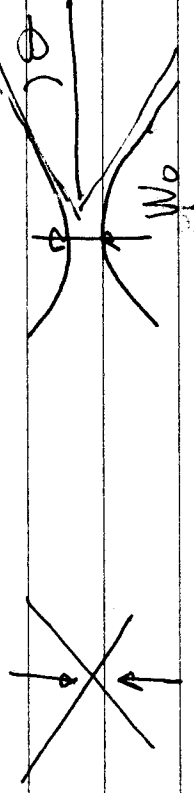


Potere risolutorio di una lente



$$\tan \theta = \frac{D}{F}$$

ma per la proprietà legge delle diffrazione, la dimensione trasversale del fuoco non può essere infinitesima



Se con d. consideriamo le dimensioni trasverse del fuoco dovremmo avere

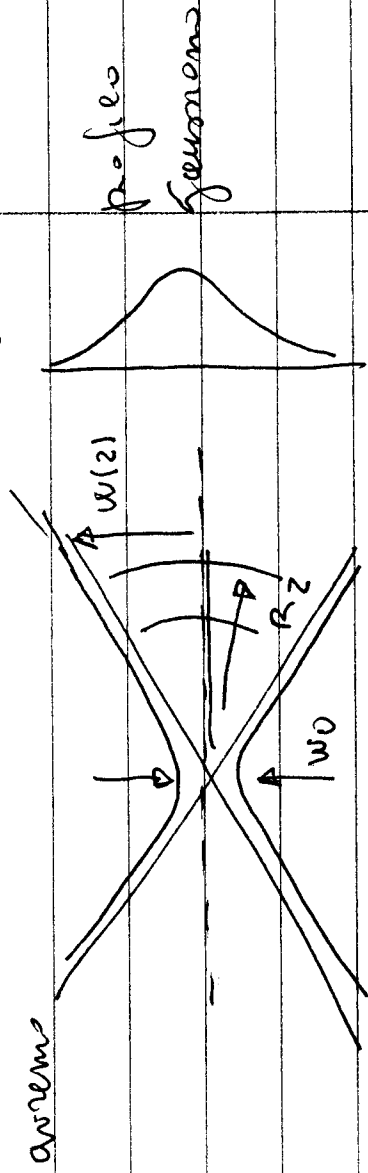
$$\text{sen } \theta \approx 1.22 \frac{\lambda}{w_0}$$

per angoli piccoli

$$\frac{D}{F} = \tan \theta \approx \text{sen } \theta = 1.22 \frac{\lambda}{w_0}$$

$$w_0 = 1.22 \lambda \frac{F}{D}$$

Se consideriamo un raggio gaussiano



$$-\frac{x^2+y^2}{w(z)^2} - jk \frac{x^2+y^2}{2r(z)}$$

$$u(x, y, z) = \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{C}{w(z)} e^{jkz + j(z)}$$

forma gaussiana

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2}$$

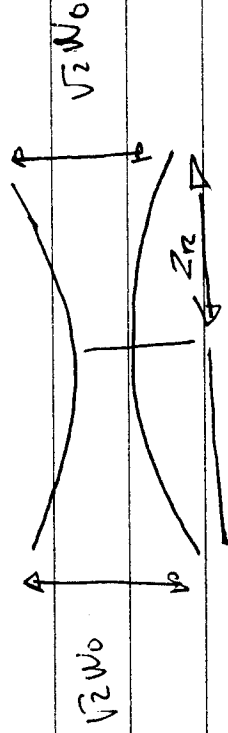
$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z}$$

$$\psi(z) = \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_R} \right) \quad \text{phase-shift}$$

z_R è definito dal fatto che

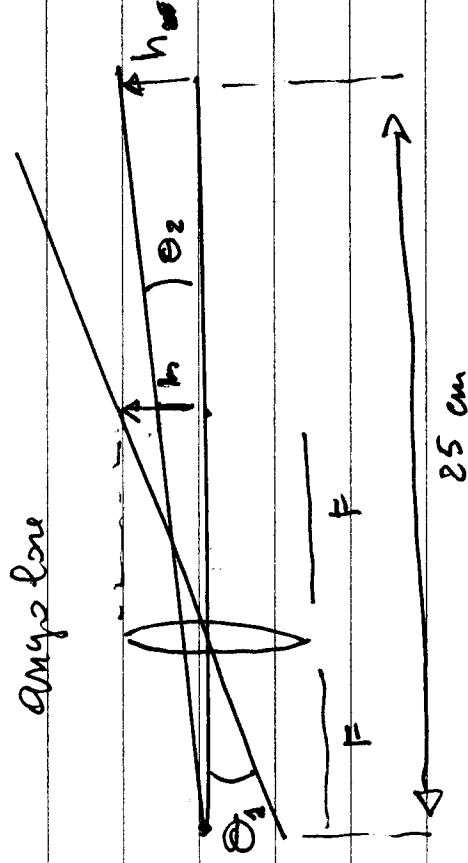
$$\text{quando } z = z_R \quad w(z_R) = \sqrt{2} w_0$$

$z_R \equiv \text{Rayleigh range}$



Range di Rayleigh

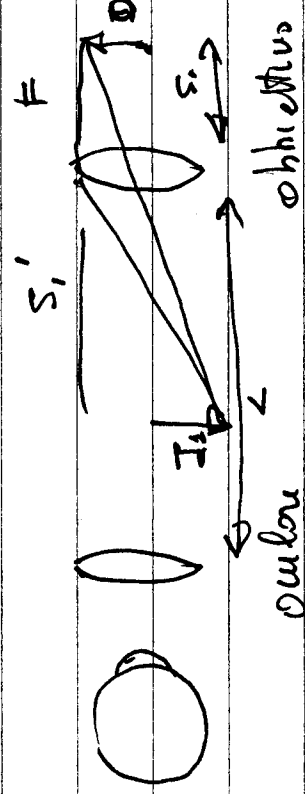
definizione di ingrandimento
angolare



ingrandimento angolare

$$M_e = \frac{\theta_i}{\theta_o} \approx \frac{\tan \theta_i}{\tan \theta_o} = \frac{h_i}{25} = \frac{25}{f_e}$$

Microscopio



$$s_i' \approx L$$

s_i si pone prossima ad F

quindi $M = -\frac{s_i'}{s_o} = -\frac{L}{F}$

l'oculare giocherà come
seconda lente e quindi ingrandisce

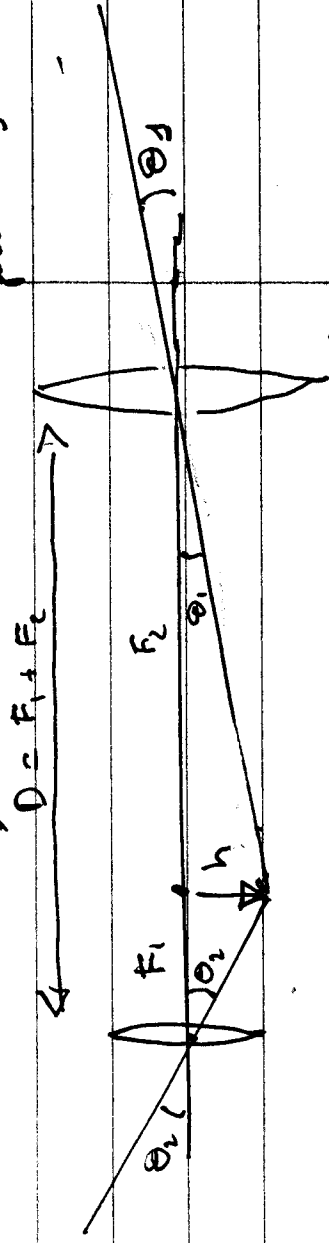
I_i con un ingrandimento

$$m_e = \frac{25}{f_e}$$

quindi l'impedenza globale è

$$M_e = M \cdot M_e = -\frac{Z}{F} \left(\frac{25}{F_{\text{outer}}} \right)$$

Il telescopio si fanno coincidere i punti di focalizzazione

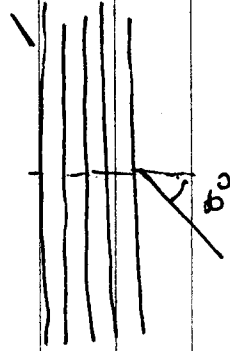


$$M = \frac{\theta_2}{\theta_1} \approx \frac{\tan \theta_2}{\tan \theta_1} = \frac{h/F_1}{h/F_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

Esercizi

Si suppone che un raggio di luce penetri nel bosso in un mezzo il cui indice di rifrazione cresce esponenzialmente con l'altezza

$n(h) = \exp(h)$. Si determini l'orientazione del fascio in funzione dell'altezza, nelle ipotesi di angoli piccoli rispetto alle perpendicolari.



$$\frac{n \sin \theta}{\sin \theta_i} = \frac{n_i}{n_t} \approx \frac{\theta_t}{\theta_i}$$

$h + \Delta h$

$$\theta_t(h + \Delta h) = e^h$$

$$\theta_i = \theta(h) = e^h$$

$$\frac{\theta(h + \Delta h)}{\theta(h)} = \frac{e^{h+\Delta h}}{e^h}$$

$$\theta(h + \Delta h) = e^{-\Delta h} \theta(h) \approx e^{-\Delta h}$$

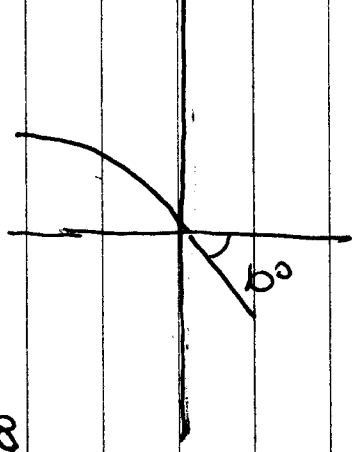
$$\approx \theta(h) [1 - \Delta h]$$

$$\frac{\theta(h + \Delta h) - \theta(h)}{\Delta h} = -\theta(h)$$

$$\frac{d\theta}{dh} = -\theta \quad \text{ovvero} \quad \frac{d\theta}{\theta} = -dh$$

$$\Rightarrow \theta(h) = \theta_0 e^{-h}$$

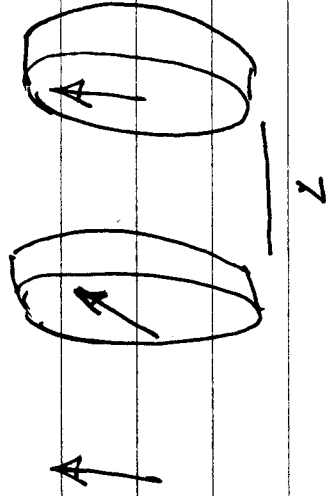
$$\lim_{h \rightarrow \infty} D_0 e^{-h} = 0$$



Si consideri una lamina bistrangente, di spessore d , costituita da molecole allungate e sia $\vec{n}$ un vettore unitario che indichi l'orientazione media delle molecole. $\vec{n}$ è chiamato anche direttore. Supponiamo di mandare un fascio di luce monomaterica perpendicolarmente alla superficie della lamina. Sia λ la lunghezza d'onda e ϕ l'angolo che fa l'asse di polarizzazione luminosa con il direttore delle molecole.

Dopo la lamina si trova un polarizzatore con l'asse di polarizzazione perpendicolare all'asse di polarizzazione del fascio di partenza

Sia E_x ed E_y , = componenti
 gli indici di rifrazione
 perpendicolari e paralleli al
 direttore ed L la lunghezza
 del polarizzatore alle lunghezze
 Determinare l'intensità della
 radiazione dopo il polarizzatore.



Proiettando il campo
 sulle due direzioni,
 parallele e perpendicolari
 al $\vec{n}$ $E_x =$

Indici di rifrazione

$$n_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{\perp} \mu_0}} \quad n_{\parallel} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{\parallel} \mu_0}}$$

$$E_{\perp} = E \sin \theta$$

$$E_{\parallel} = E \cos \theta$$

$$E_{\perp}(x,t) = E_0 \cos e^{j(k_{\perp}x - \omega t)}$$

$$E_{\parallel}(x,t) = E_0 \cos e^{j(k_{\parallel}x - \omega t)}$$

nel mezzo le velocità sono diverse

$$v_{\perp} = \frac{c}{n_{\perp}} = c \sqrt{\epsilon_{\perp}}$$

$$v_{\parallel} = \frac{c}{n_{\parallel}} = c \sqrt{\epsilon_{\parallel}}$$

$$k_{\perp} = n_{\perp} \frac{\omega}{c} \quad ; \quad k_{\parallel} = n_{\parallel} \frac{\omega}{c}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\sqrt{\epsilon_{\perp}} \omega}{c} \quad \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\epsilon_{\parallel}} \omega}{c}$$

Alle fine delle lamine

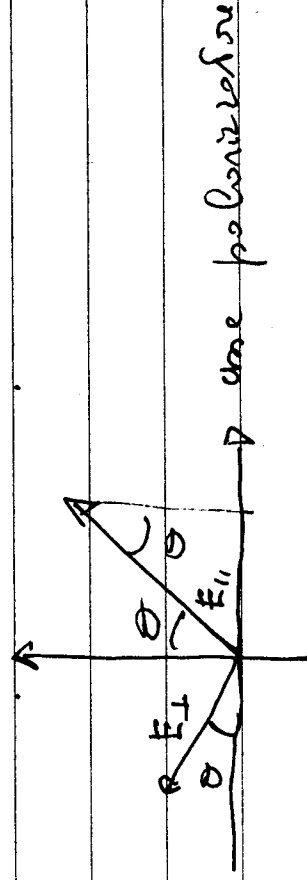
permeo $\epsilon =$ $E_{\perp}(x+d,t) = E_0 \cos e^{j(k_{\perp}d - \omega t)}$

$$E_{\parallel}(x+d,t) = E_0 \cos e^{j(k_{\parallel}d - \omega t)}$$

Prima di raggiungere il polarizzatore

$$E_{\perp} = E_0 \cos e^{j(k_{\perp}L - \omega t + k_{\perp}d)}$$

$$E_{\parallel} = E_0 \cos e^{j(k_{\parallel}L - \omega t + k_{\parallel}d)}$$



All'angolo del polarizzazione

$$E = E_{\perp} \cos \theta = E_{\parallel} \sin \theta$$

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta \phi$$

$$I_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E^2 [\cos^2 \theta \cos^2 \theta]^2$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E^2 [\sin^2 \theta \cos^2 \theta]^2$$

$$\Delta \phi = k_L + k_{\perp} d - (k_L + k_{\parallel} d)$$

$$= (k_{\perp} - k_{\parallel}) d$$

$$= \frac{1}{c} (n_{\perp} - n_{\parallel}) \frac{\omega}{c} d$$

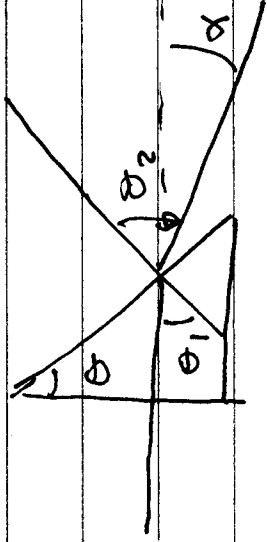
$$I_1 = I_2$$

$$I = 2I [1 - \cos \Delta \phi]$$

$$\text{Se } m_1 = m_2, \quad \Delta f = 0$$

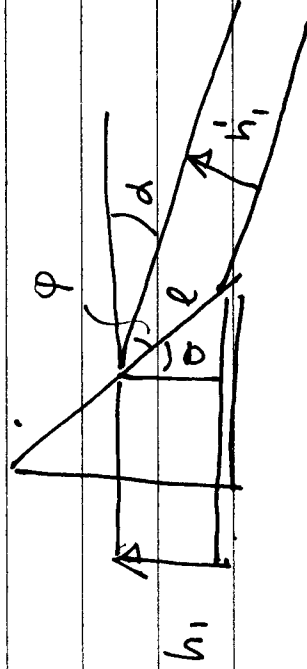
$$\text{e quindi } I = 0$$

Un sistema ottico è costituito da un prisma di indice di rifrazione n ed una lente sottile convergente di fuoco F . Il prisma ha l'asse principale perpendicolare all'asse ottico e O è l'angolo per la faccia maggiore (vedi figura: il triangolo rettangolo rappresenta una sezione del prisma). Determinare l'immagine di un oggetto posto sull'asse ottico delle parti del prisma e' ad una distanza $2F$ dalle lenti - L'oggetto è rappresentato da una faccia perpendicolare all'asse e parallelo al piano delle sezioni del prisma I e i comandi (risultati le distanze del prisma delle lenti)



$$\theta_1' = \theta \quad \sin \theta_2 = \sin \theta$$

$$\alpha = \theta_2 - \theta$$



$$h_1 = l \cos \theta$$

$$h_1' = l \sin \phi$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \theta - \alpha = \frac{\pi}{2} - \theta - \theta_2 + \theta$$

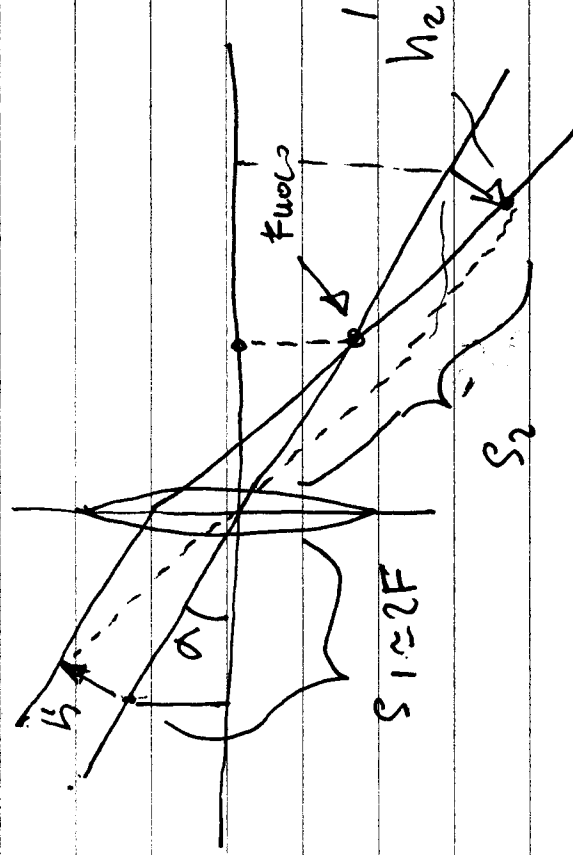
$$\text{quindi } \phi = \frac{\pi}{2} - \theta_2$$

$$h_1' = \frac{h_1}{\cos \theta} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta_2 \right)$$

$$|h_1'| = h_1 \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta} = h_1 \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_2}}{\cos \theta}$$

$$\frac{1}{\sin \theta_1} + \frac{1}{\sin \theta_2} = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\frac{1}{\sin \theta_1} + \frac{1}{\sin \theta_2}$$



$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{F}$$

$$s_1 = 2F$$

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{2F} = \frac{1}{F}$$

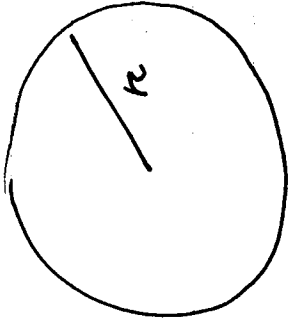
$$\frac{1}{s_1} = \frac{1}{F} - \frac{1}{2F} = \frac{1}{2F}$$

$$\text{given: } s_2 = 2F$$

$$\frac{h_2'}{h_1} \approx \frac{s_2}{s_1} \approx 1$$

$$h_2' = h_1$$

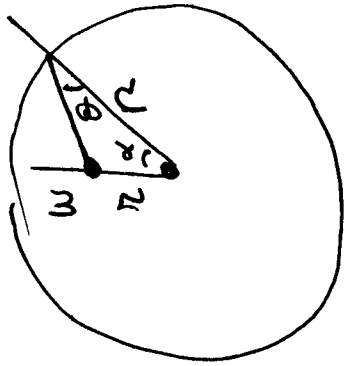
Esercizio 3.



coefficiente di potenza W
in radice di riflessione

calcolare le regioni dell'indotto
alle spese tale che tutta
la potenza fuoriesca

Si ha simmetria spicce



$$\tan \theta = \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta}$$

La radiazione ~~esce~~ esce
a $r \cos \theta$ tale che θ

è minore dell'angolo limite

$$\text{quindi } \cos \theta_c = \frac{1}{n}$$

$$\text{dalle 1) } \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta}$$

$$\frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}} = \frac{r \sin \theta}{\frac{r}{2} - \cos \theta}$$

$$\frac{1}{n \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} = \frac{\sin \theta}{\frac{r}{2} - \cos \theta}$$

$$\frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{\sin \theta}{\frac{r}{2} - \sqrt{1 - \sin^2 \theta}}$$

chiamo $x = \text{mid}$ $\Delta = \frac{R}{n}$

$$\frac{1}{\sqrt{n^2-1}} = \frac{x}{\Delta - \sqrt{1-x^2}}$$

$$\Delta - \sqrt{1-x^2} = x \sqrt{n^2-1}$$

$$\sqrt{1-x^2} = \Delta - x \sqrt{n^2-1}$$

$$n^2 x^2 - 2 \Delta x \sqrt{n^2-1} + (\Delta^2 - 1) = 0$$

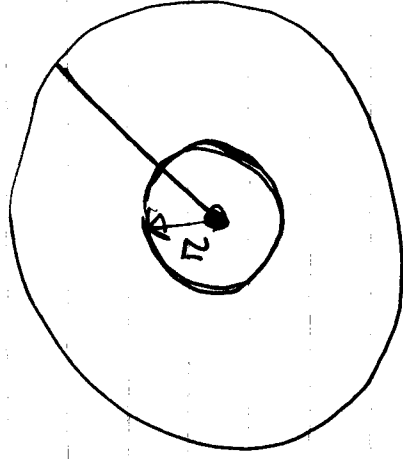
ho due ringle da leggere
quando il determinante è nullo

$$4 \Delta^2 (n^2-1) - 4 (\Delta^2-1) n^2 = 0$$

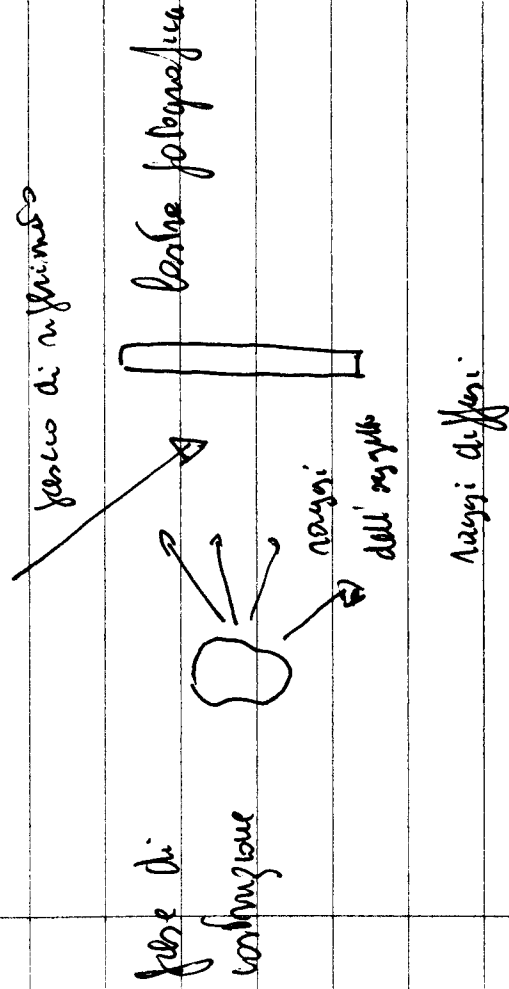
che fornisce $\Delta = n$

me $\Delta = \frac{R}{n} = n \Rightarrow n = \frac{R}{n}$

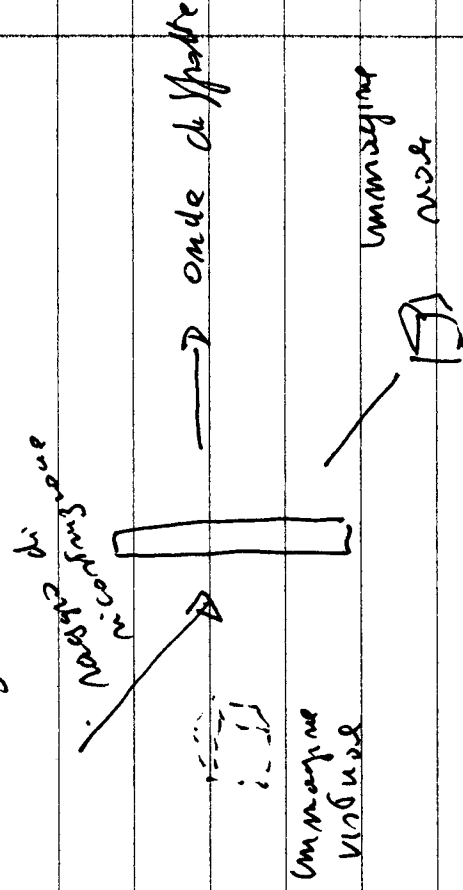
$$x = \Delta \sqrt{n^2-1} = \text{mid}$$



Principio base dell'olografia



fase di ricostruzione



chiamiamo $a(x, y)$ onde di fase

$$\rightarrow a(x, y) = a_0(x, y) e^{-i\phi(x, y)}$$

onde di riferimento

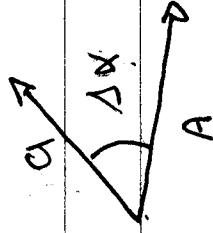
$$\rightarrow A(x, y) = A_0(x, y) e^{-i\varphi(x, y)}$$

sulle piastre con l'interferenza
 Le piastre sono in fase in
 accordo al cammino di interferenza

$$I = I_a + I_A + 2\sqrt{I_a I_A} \cos \Delta\phi$$

$$\Delta\phi = \phi - \phi$$

$$\cos \Delta\phi = \frac{e^{j\Delta\phi} + e^{-j\Delta\phi}}{2}$$



$$I = |a|^2 + |A|^2 + 2Aa \cos(\phi - \phi)$$

$$= |a|^2 + |A|^2 + 2Aa \frac{e^{j(\phi - \phi)} + e^{-j(\phi - \phi)}}{2}$$

$$= |a|^2 + |A|^2 + Aa e^{j(\phi - \phi)} + Aa e^{-j(\phi - \phi)}$$

$$= |a|^2 + |A|^2 + A e^{+j\phi} a e^{-j\phi} + A e^{-j\phi} a e^{+j\phi}$$

$$I = |a|^2 + |A|^2 + A^* a + A a^*$$

A^* complesso coniugato di A

a^* complesso coniugato di a

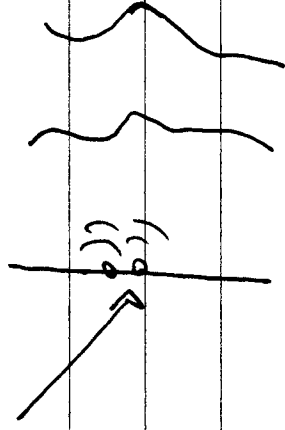
La costante di riflessione è proporzionale all'intensità

$$r_1 = r_b + \beta'(|a|^2 + A_a^* + A_a^*)$$

Se il fronte di rifrimento è piano allora r_b è una costante che non dipende dalla posizione

Ricostruzione dell'immagine:

Chiamiamo $B(x, y)$ il fascio di ricostruzione



l'integrale dell'onda incidente genera un'onda diffusa ed un'onda trasmessa generate dallo scattering.

Lo scattering è generato dal prodotto $B(x, y) \cdot t$

$$B(x, y) t_4 = B(x, y) [t_3 + \beta' |a|^2 + A^* a + A a^*]$$

$$= B(x, y) t_3 + \beta' |a|^2 B(x, y) + \beta' B(x, y) A^* a + \beta' B(x, y) A a^*$$

Supponiamo che il fascio $B(x, y)$ coincide con $A(x, y)$ - il fascio che incide è identico a quello che ha impennato la lastra.

$$\text{Allora } B \equiv A$$

Allora la simmetria diventa

$$A(x, y) t_6 + \beta' |a|^2 A + \beta' A A^* a + \beta' A A^* a^*$$

(1)

(2)

(3)

(4)

vediamo il terzo termine

$$\beta' A A^* a = \beta' |A|^2 a(x, y)$$

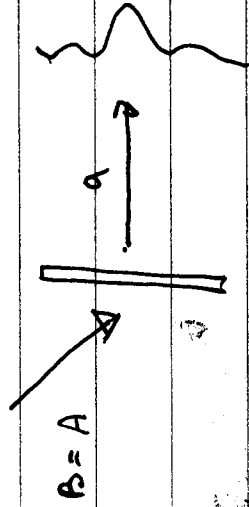
dato che l'intensità di A è uniforme

$$(3) \rightarrow C a(x, y)$$

quindi, a parte il coefficiente C , è equivalente all'onda diffusa dell'oggetto originale

Note, se invece di $B = A$

si impone $B = A^*$, si ottiene
 nel termine (4)

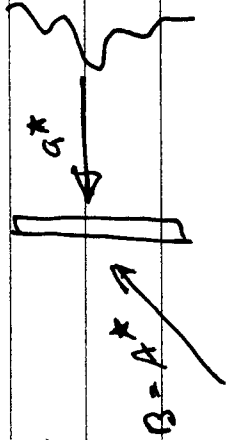


$$\beta' |A| a^*$$

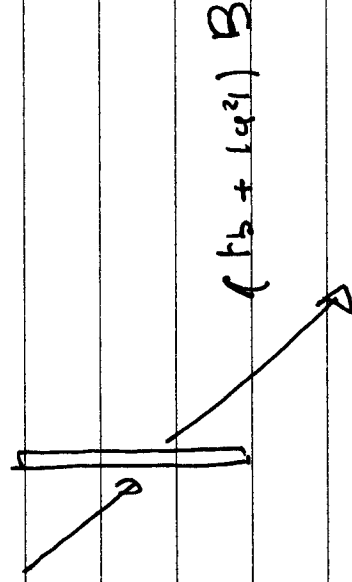
significa che
 delle particelle

non un flusso

conjugato dell'immagine



i termini (1) e (2) sono
 l'onde trasmesse di B



Quando usiamo $B = A$

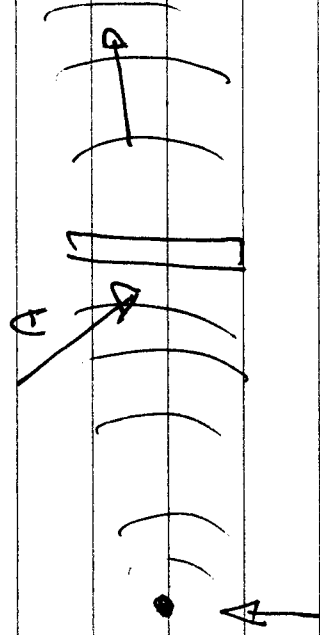
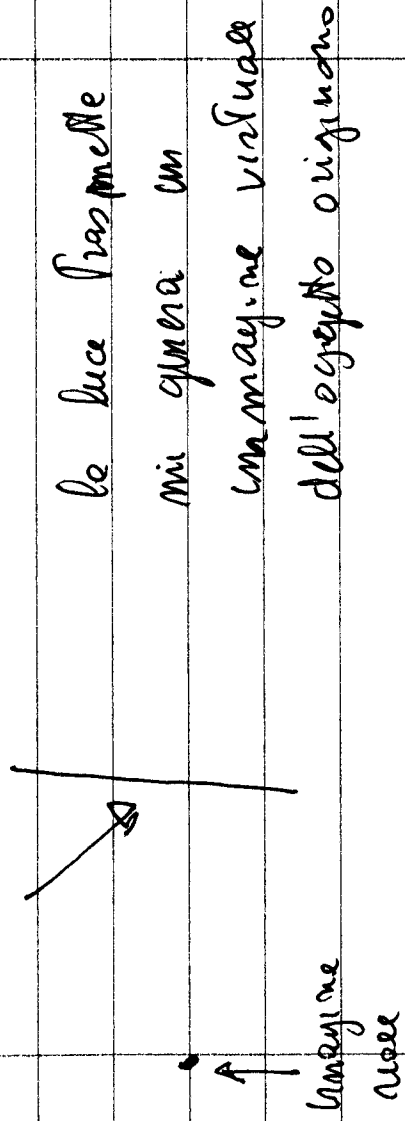
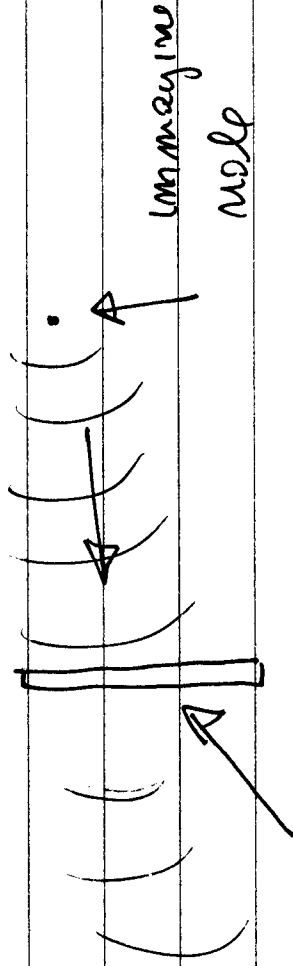


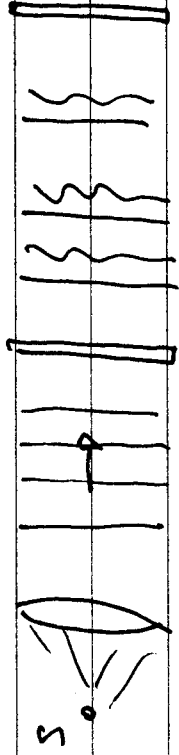
immagine virtuale

Quando usiamo $B = A^*$ si ottiene un'immagine chiamata reale



Considerando i valori il principio di sovrapposizione è possibile ricostruire l'oggetto

Oscillatore di GABOR - la trasformata



oggetti film

consideriamo che l'oggetto ha
una simmetria

$$f(x_0, y_0) = f_0 + \Delta f(x_0, y_0)$$

supponiamo che $\Delta f \ll f$

Supponiamo che sia una
compila coerente

Sul film otteniamo

$$g(x, y) = |A + a(x, y)|^2$$

che possiamo scrivere come

$$g(x, y) = A^2 + |a(x, y)|^2 + A a(x, y) + A a^*(x, y)$$

Non c'è bisogno di fare
di costruzione

le lamine impediscono avere

$$t_j = t_b + \beta'(|e|^2 + Aa + Aa^*)$$

adesso se illuminiamo la pila impedisce
otteniamo

$$Bt_0 + \beta'|a(x,y)|^2 + \beta'(A B a(x,y) +$$

$$\textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad + \beta' A B a^* \quad \textcircled{4}$$

supponiamo che $|a(x,y)| < A$

① termine di onde trasmesse

② considerando $|a| < B$ questo
può essere trascurato

③ termine proporzionale allo
scattering originario $\rightarrow$ mi
rea un'immagine virtuale
del posto dell'oggetto

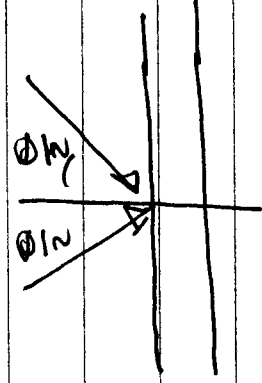
④ termine proporzionale al
fascio coniugato $a^*(x,y)$
quando genera un'immagine
reale dell'oggetto delle
parti opposte

combinare il segno di β superficie
dove un oggetto è negativo.

Olografia con lastre spesse

Questa permette di ottenere
un'immagine olografica utilizzando
radiazione di luce bianca

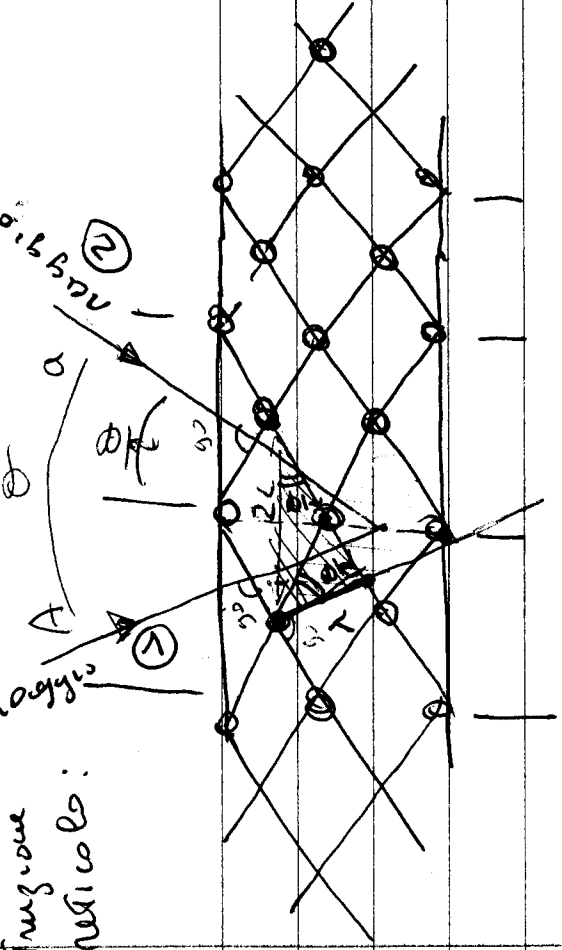
L'interferenza di due raggi
che incidono sulla lastra con
un angolo, rispettivamente,
 $+\frac{\theta}{2}$ e $-\frac{\theta}{2}$ relativamente alle perpendicolari,
genera un
reticolo di



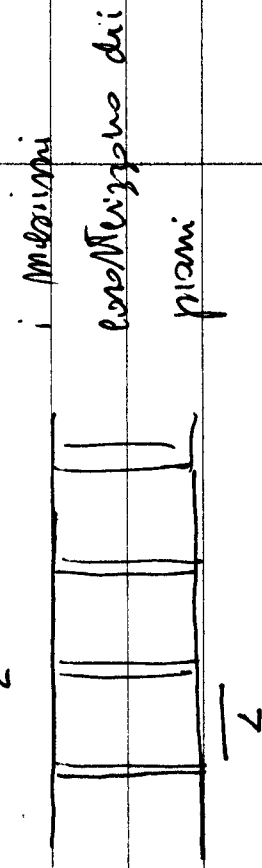
Bragg, internamente
alla lamina
fotosensibile

Il reticolo seleziona un angolo
di osservazione ψ ed emette l'immagine
d'onde λ al momento dell'esposizione
dell'immagine olografica

Costruzione
del reticolo:



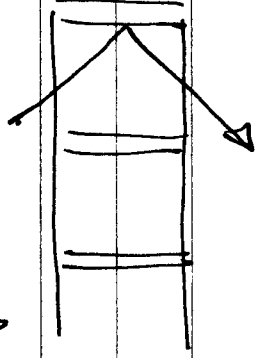
$$2L \sin \frac{\theta}{2} = \lambda$$



quindi il legame fra le spaziali
e λ è dato dalla relazione

$$2L \sin \frac{\theta}{2} = \lambda$$

Su questi piani l'onda si riflette



possiamo avere interferenze costruttive
quando, il percorso che fa un
raggio su un piano è un multiplo
della lunghezza d'onda

questo si realizza per (dopo che $\angle \sin \frac{\sigma}{2} = 1$)

$$\varphi = \begin{cases} \pm \frac{\sigma}{2} & \text{allora} \\ \pm (\pi - \frac{\sigma}{2}) & \end{cases}$$

Questo significa che si ottiene una ricostruzione solo selezionando un angolo specifico.

Le immagini fotografiche vengono osservabili a condizione di porci ad angoli specifici.

Per angoli diversi:

corrispondono colori

diversi: si osservi l'immagine

fotografica stampata

nelle membrane da 50 €.

-