

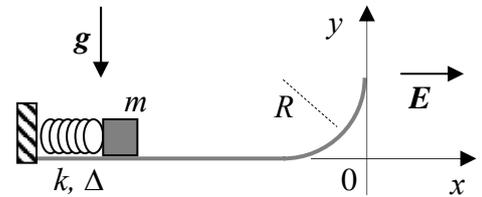
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 28/11/2006

Nome e cognome:

Matricola:

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un piccolo proiettile di massa $m = 20$ g, che porta una carica elettrica $q = 4.0 \times 10^{-2}$ C, viene sparato da un "cannoncino a molla" (tipo flipper, per intenderci) che si trova su un piano orizzontale al livello del suolo ed è fissato ad un suo estremo su una parete rigida. Il cannoncino è realizzato con una molla di costante elastica $k = 20$ N/m, che inizialmente si trova compressa per un tratto $\Delta = 9.8$ cm. Dopo aver lasciato la bocca di uscita del cannoncino, il proiettile si muove **senza attrito** lungo un percorso che, come indicato in figura, termina con un tratto curvilineo costituito da un quarto di circonferenza di raggio $R = 4.9$ cm; dopo tale tratto, il proiettile è libero di muoversi **senza attrito** nel piano XY . Nel **solo** semispazio $x \geq 0$ (rispetto al riferimento indicato in figura) è presente un campo elettrico **uniforme e costante** diretto lungo il verso positivo dell'asse X e di modulo $E = 2.5 \times 10^2$ N/C.



Nota: per errore tipografico il simbolo era ">" nei testi distribuiti. Se ne tiene conto nella

- a) Facendo partire un cronometro nell'istante in cui il proiettile lascia l'arco di circonferenza, a quale istante t_{MAX} il proiettile raggiunge la sua quota massima? [Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]
- $t_{MAX} = \dots = \dots$ m
- b) Quanto vale l'istante t_C in cui il proiettile tocca il suolo? [Esprimete questo istante considerando sempre come $t_0 = 0$ l'attimo in cui il proiettile lascia l'arco di circonferenza]
- $t_C = \dots \sim \dots$ s
- c) Quanto vale il lavoro L_E fatto dal campo elettrico sul proiettile?
- $L_E = \dots \sim \dots$ J
2. Un'automobile (che approssimerete come un punto materiale di massa $m = 1.0 \times 10^3$ kg) parte da ferma all'istante $t_0 = 0$ e compie il seguente percorso: dopo un tratto **orizzontale** di lunghezza $d = 25$ m, eseguito con accelerazione costante $a = 0.50$ m/s², **scende a folle** (il motore viene spento!) lungo un piano inclinato (di angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale, ed altezza $h = 10$ m) al termine del quale incontra di nuovo un tratto orizzontale su cui è presente una curva a gomito, rappresentata da una semicirconferenza di raggio $R = 20$ m. Il coefficiente di attrito **statico** tra auto ed asfalto è $\mu = 0.50$. [Usate inoltre il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità e supponete trascurabile l'attrito dell'aria]
- a) In quale istante t_I l'automobile arriva all'inizio del piano inclinato?
- $t_I = \dots = \dots$ s
- b) Sapendo che nel **solo tratto in discesa** l'automobile viene frenata (vengono azionati i freni mentre il motore è spento), quanto deve valere, **al minimo**, il lavoro L_F delle "forze di frenatura" affinché l'auto possa percorrere per intero la curva seguente senza sbandare?
- $L_F = \dots = \dots$ J

- c) A quale istante t_F l'automobile arriva al termine della curva? [Esprimate questo istante sempre rispetto al t_0 definito inizialmente, e supponete valide le condizioni "di non sbandata" determinate alla risposta al punto precedente]

$$t_F = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ s}$$

3. Una massa $m = 20 \text{ g}$ è soggetta ad un moto unidimensionale lungo l'asse X sotto l'azione di una forza **conservativa** $F(x)$ la cui energia potenziale ha espressione $U(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, con $\alpha = 1.0 \text{ J/m}^2$, $\beta = 2.0 \text{ J/m}$ e $\gamma = 5.0 \text{ J}$.

- a) Come si scrive l'espressione della forza $F(x)$? [Non è necessario usare i valori numerici per questa risposta!]

$$F(x) = \dots\dots\dots$$

- b) Quanto vale la coordinata di equilibrio x_{EQ} (ammesso che esista una posizione di equilibrio)?

$$x_{EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$$

- c) Supponendo che, ad un dato istante, la massa si trovi nell'origine dell'asse X con velocità $v_0 = 0$, quanto vale la sua velocità v quando essa passa per la posizione di equilibrio x_{EQ} determinata alla risposta precedente?

$$v = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m/s}$$

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 28/11/2006 Firma:

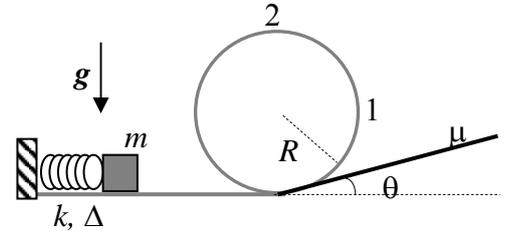
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 28/11/2006

Nome e cognome:

Matricola:

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un piccolo oggetto di massa $m = 20$ g viene sparato da un "cannoncino a molla" (tipo flipper, per intenderci) che si trova su un piano orizzontale al livello del suolo ed è fissato ad un suo estremo su una parete rigida. Il cannoncino è realizzato con una molla di costante elastica k , che inizialmente si trova compressa per un tratto $\Delta = 9.8$ cm. Dopo aver lasciato la bocca di uscita del cannoncino, il proiettile si muove **senza attrito** sul piano, per poi affrontare un percorso costituito da una guida rigida circolare di raggio $R = 49$ cm che si trova su un piano verticale.

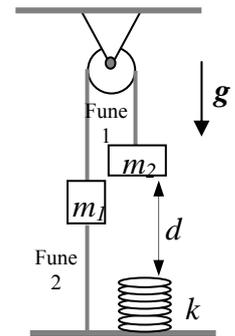


- a) Quanto deve valere, **al minimo**, la costante elastica k della molla del cannoncino se si vuole che l'oggetto percorra interamente la guida circolare senza distaccarsene (compia, cioè, un "giro della morte")? [Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]
 $k = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ N/m
- b) Quanto valgono, nelle condizioni della domanda precedente (molla con costante elastica k sopra determinata), i moduli N_1 ed N_2 della reazione vincolare esercitata dalla guida sull'oggetto nelle due posizioni indicate in figura come 1 e 2 (corrispondenti, rispettivamente, alla "metà altezza" e alla sommità della circonferenza)?
 $N_1 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ N
 $N_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ N
- c) Supponendo che, all'uscita del percorso circolare (cioè dopo aver compiuto il giro della morte), l'oggetto incontri un tratto di piano inclinato **scabro**, con angolo $\theta = \pi/6$, in cui è presente attrito dinamico con coefficiente $\mu = 0.50$, quanto vale la distanza d che l'oggetto percorre su questo tratto prima di arrestarsi? [Considerate sempre valide le condizioni appena stabilite, cioè che k abbia il valore determinato nella risposta alla domanda a); può farvi comodo ricordare che $\sin(\pi/6) = 0.50$, $\cos(\pi/6) \sim 0.87$]
 $d = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ m
2. Un semplice modello "classico" per l'atomo di idrogeno prevede che esso sia composto da un elettrone, di carica $q = -e = -1.6 \times 10^{-19}$ C e massa $m = 9.0 \times 10^{-31}$ kg, che ruota con velocità uniforme e costante attorno ad un protone, fisso nello spazio e dotato di carica $Q = e = 1.6 \times 10^{-19}$ C.
- a) Sapendo che il raggio dell'orbita vale $R = a_0 = 5.0 \times 10^{-11}$ m, quanto vale l'**energia cinetica** E_{K0} dell'elettrone? [Trascurate ogni effetto dovuto alla gravità, ed usate il valore $\kappa = 9.0 \times 10^9$ Nm²/C² per la costante della forza elettrica]
 $E_{K0} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ J
- b) A causa di una perturbazione esterna (che non specifichiamo!), il raggio dell'orbita diventa $R' = 2a_0 = 1.0 \times 10^{-10}$ m. Quanto vale il lavoro L_E compiuto dalle forze di natura elettrica nel corso del processo? [Può farvi comodo ricordare la seguente regola di integrazione indefinita per una variabile ξ generica ($n \neq -1$): $\int \xi^n d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$]
 $L_E = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ J

c) Quanto vale la variazione di **energia totale** ΔE nel processo di cui alla domanda precedente?

$$\Delta E = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ J}$$

3. Due masse, $m_1 = 1.0 \text{ kg}$ e $m_2 = 2.0 \text{ kg}$, sono collegate da una fune inestensibile di massa trascurabile, che indicheremo come fune 1. Questa fune passa per la gola di una puleggia di massa trascurabile, che può ruotare senza attrito attorno al suo asse, imperniato con un giogo ad un solaio rigido; la massa m_1 è unita ad un pavimento rigido attraverso una fune inestensibile di massa trascurabile, che indicheremo come fune 2. Sulla verticale della massa m_2 , ad una distanza $d = 3.0 \text{ m}$, si trova una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 4.9 \text{ N/m}$. La figura rappresenta uno schema del sistema.



a) Quanto vale, in modulo, la tensione T_2 della fune 2? [Le condizioni iniziali sono ovviamente di equilibrio! Usate il valore $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ per il modulo dell'accelerazione di gravità]

$$T_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ N}$$

b) All'istante $t_0 = 0$ la fune 2 viene tagliata; di conseguenza la massa m_2 si muove verso il basso, raggiungendo e comprimendo la molla. Quanto vale la massima compressione Δ_M della molla? [Trascurate ogni forma di attrito nel moto del sistema ed immaginate che la fune 1 resti "tesa" fino a quando le masse non si arrestano]

$$\Delta_M = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$$

c) A quale istante t la massa m_2 raggiunge il "bordo superiore" della molla (cioè, quanto tempo ci vuole perché si muova del tratto d)?

$$t = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ s}$$

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 28/11/2006

Firma:

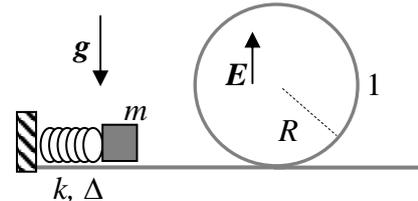
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 28/11/2006

Nome e cognome:

Matricola:

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un piccolo oggetto di massa $m = 20 \text{ g}$ e carica elettrica $q = 4.0 \times 10^{-2} \text{ C}$ viene sparato da un "cannoncino a molla" (tipo flipper, per intenderci) che si trova su un piano orizzontale al livello del suolo ed è fissato ad un suo estremo su una parete rigida. Il cannoncino è realizzato con una molla di costante elastica $k = 200 \text{ N/m}$, che inizialmente si trova compressa per un tratto $\Delta = 9.8 \text{ cm}$. Dopo aver lasciato la bocca di uscita del cannoncino, il proiettile si muove **senza attrito** sul piano, per poi affrontare un percorso costituito da una guida rigida circolare di raggio $R = 49 \text{ cm}$ che si trova su un piano verticale. Inoltre, **a partire dall'istante in cui l'oggetto raggiunge l'inizio del percorso circolare**, viene acceso un campo elettrico **uniforme e costante**, diretto **verticalmente verso l'alto**, di modulo $E = 25 \text{ N/C}$. Si osserva che, in tali condizioni, l'oggetto percorre l'intero percorso circolare senza staccarsi dalla guida (cioè compie un "giro della morte").



- a) Quanto vale il lavoro L_E che le forze elettriche hanno compiuto quando l'oggetto ha percorso **interamente** il giro della morte?

$$L_E = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ J}$$

- b) Quanto vale, in modulo, la velocità v' con cui l'oggetto lascia il percorso circolare al termine del "giro della morte"?

$$v' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m/s}$$

- c) Quanto vale il modulo N_I della reazione vincolare esercitata dalla guida sull'oggetto nella posizione indicata in figura come 1 (corrispondente alla "metà altezza" della circonferenza)? [Usate il valore $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ per il modulo dell'accelerazione di gravità]

$$N_I = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ N}$$

2. Un'automobile (che approssimerete come un punto materiale di massa $m = 1.0 \times 10^3 \text{ kg}$) parte da ferma all'istante $t_0 = 0$ e, dopo aver percorso un tratto piano orizzontale di lunghezza $d = 25 \text{ m}$ con accelerazione uniforme $a = 0.50 \text{ m/s}^2$, arriva alla rampa elicoidale di un parcheggio sotterraneo multipiano. La rampa è costituita da 3 curve circolari di raggio $R = 20 \text{ m}$, e il piano più profondo del parcheggio si trova ad una quota $h = 6.0 \text{ m}$ **al di sotto** del piano stradale (quello da cui parte l'automobile). [Se non altrimenti specificato, tutte le cause di attrito vanno considerate trascurabili; usate inoltre il valore $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ per il modulo dell'accelerazione di gravità]

- a) Quanto vale, in modulo, la velocità v_I con cui l'automobile arriva all'inizio della rampa?

$$v_I = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m/s}$$

- b) Quanto deve valere, **al minimo**, il coefficiente di attrito statico μ tra automobile ed asfalto se si vuole che l'auto percorra tutte le curve della rampa senza sbandare? [Approssimate come piane le sezioni stradali delle curve della rampa!]

$$\mu = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

- c) Al termine della rampa si trova un “respingente” costituito da una molla (con asse orizzontale) di costante elastica $k = 3.3 \times 10^5$ N/m. Supponendo che l’auto percorra tutta la rampa senza mai sbandare, quanto vale la compressione massima Δ della molla del respingente?

$$\Delta = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ m}$$

3. Un campo elettrico (conservativo!) **disomogeneo** agisce sul piano **orizzontale** XY ed ha espressione vettoriale $\mathbf{E} = (\alpha x^2, \beta y^3)$, con $\alpha = 10$ N/(Cm²) e $\beta = 6.0$ N/(Cm³). Tale campo agisce su una particella di massa $m = 10$ g e carica elettrica $q = 1.0 \times 10^{-5}$ C, che è vincolata a muoversi **senza attrito** lungo la **bisettrice** del piano XY (per intenderci, si tratta della retta che è bisettrice del primo e del terzo quadrante).

- a) Quanto vale il lavoro L_E della forza elettrica se la particella viene spostata (per azione di un operatore esterno) dal punto $x_0 = 0, y_0 = 0$, al punto $x_I = 2.0$ m, $y_I = 2.0$ m?

$$L_E = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ J}$$

- b) Quanto vale, componente per componente, la forza elettrica \mathbf{F}_E che agisce sulla particella quando essa si trova nel punto $x_I = 2.0$ m, $y_I = 2.0$ m?

$$\mathbf{F}_E = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots) = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots) \text{ N}$$

- c) Quanto vale, componente per componente, la reazione vincolare \mathbf{N} che la guida (che si trova, come affermato, lungo la bisettrice del piano) esercita sulla particella?

$$\mathbf{N} = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots) = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots) \text{ N}$$

Nota: acconsento che l’esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 28/11/2006

Firma:

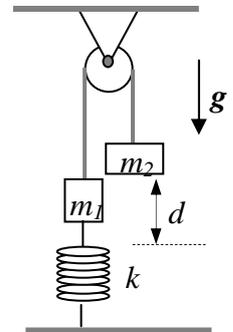
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 28/11/2006

Nome e cognome:

Matricola:

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Due masse, $m_1 = 1.0$ kg e $m_2 = 2.0$ kg, sono collegate da una fune inestensibile di massa trascurabile. La fune passa sulla gola di una puleggia di massa trascurabile, che può ruotare senza attrito attorno al suo asse, impernato con un giogo ad un solaio rigido; la massa m_1 è unita ad un pavimento rigido attraverso una molla di costante elastica $k = 49$ N/m, mentre la massa m_2 è libera di muoversi in direzione verticale. La figura rappresenta uno schema del sistema.



- a) Per quale elongazione Δ della molla il sistema si trova nella posizione di equilibrio del sistema? Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]

$$\Delta = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$$

- b) Supponendo di lasciare libera di muoversi la massa m_2 facendola partire con velocità iniziale nulla **quando la molla si trova alla propria lunghezza di riposo**, quanto vale la velocità v_2 della massa m_2 quando questa si è abbassata di un tratto $d = 5.0$ cm? [Ricordate che a muoversi sono *due* masse e supponete che la fune rimanga sempre "in tensione" durante lo spostamento delle masse!]

Nota: i dati numerici contenevano un errore nella versione consegnata: se ne è tenuto conto nella correzione.

$$v_2 = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ m/s}$$

2. Una carica elettrica $Q = 4.0 \times 10^{-5}$ C è **fissa** nell'origine dell'asse X di un sistema di riferimento (l'asse X è orizzontale). All'istante $t_0 = 0$ una particella di massa $m = 10$ g dotata di una carica elettrica $q = 1.0 \times 10^{-5}$ C, vincolata a muoversi **senza attrito** sull'asse X , si trova nel punto di coordinata $x_0 = 1.0$ m con velocità di modulo $v_0 = 10$ m/s diretta nel **verso negativo** dell'asse X .

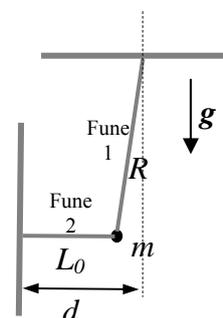
- a) In quale punto x_1 la carica q si arresta? [Usate il valore $\kappa = 9.0 \times 10^9$ Nm²/C² per la costante della forza elettrica; può farvi comodo ricordare la seguente regolina di integrazione indefinita per una variabile ξ generica ($n \neq -1$): $\int \xi^n d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$]

$$x_1 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$$

- b) Quanto vale l'accelerazione a della carica q quando essa raggiunge la posizione x_1 appena determinata?

$$a = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m/s}^2$$

3. Una piccola palla di massa $m = 1.0$ kg è legata all'estremità di una fune inestensibile di massa trascurabile e lunghezza $R = 4.9$ m, che chiameremo fune 1; l'altro estremo è legato ad un perno piantato su una parete verticale, di modo che la palla sia libera di oscillare su un piano verticale senza risentire attriti (per intenderci, si tratta di un pendolo!). Inizialmente la palla è tenuta ferma da un'altra fune (la fune 2), inestensibile e di massa trascurabile, di lunghezza $L_0 = 90$ cm. Come indicato in figura, tale fune ha direzione orizzontale ed è fissata ad una



parete rigida verticale, che dista $d = 1.0$ m dalla verticale del pendolo.

[Usate il valore $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ per il modulo dell'accelerazione di gravità]

a) Quanto vale, in modulo, la tensione T_2 della fune 2?

$$T_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ N}$$

b) Supponete ora che all'istante $t_0 = 0$ la fune 2 venga tagliata. Quanto vale la velocità v_I con cui la palla passa per la posizione verticale (tale, cioè, che la fune 1 è diretta lungo la verticale)?

$$v_I = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ m/s}$$

c) A quale istante t_I , **approssimativamente**, la palla passa per la posizione verticale? [Ricordate che, nel testo dell'esercizio, si è parlato di "pendolo"…]

$$t_I \sim \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ s}$$

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 28/11/2006 Firma: