

Corso di Laurea CIA – PROVA DI SECONDA PROVA DI VERIFICA – a.a. 2009/10

Nome e cognome:

Matricola:

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

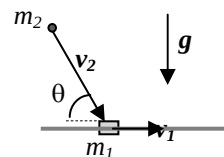
1. Un piano inclinato di massa $M = 2.0$ kg, angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale e altezza $h = 4.0$ m, può **scorrere con attrito trascurabile** in direzione orizzontale ed è **inizialmente fermo**. Sulla sua sommità si trova, anch'esso **inizialmente fermo**, un corpo puntiforme di massa $m = M/4 = 0.50$ kg, che può scivolare sul piano inclinato con **attrito trascurabile**. A un dato istante il corpo puntiforme viene lasciato libero di scivolare lungo il piano inclinato, avendo velocità iniziale nulla. [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità; tenete presente che, in questo esercizio, è necessario considerare in modo opportuno il **movimento orizzontale del piano inclinato**! Ricordate infine che $\cos(\pi/3) = 1/2$ e $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$, con $\sqrt{3} \sim 1.7$]

- a) Quanto vale, in **modulo**, la velocità V del piano inclinato nell'istante in cui il corpo puntiforme ne raggiunge la base?
 $V = \dots\dots\dots$ m/s
- b) Come si scrive l'equazione del moto del centro di massa del **sistema** (piano + corpo puntiforme) rispetto alla direzione orizzontale? [Dovete in pratica scrivere l'espressione della componente orizzontale dell'accelerazione a_{CM} del centro di massa]
 $a_{CM} = \dots\dots\dots$
- c) Quanto vale, in **modulo**, lo spostamento orizzontale ΔX che il piano inclinato compie in corrispondenza della discesa del corpo puntiforme?
 $\Delta X = \dots\dots\dots$ m

2. Due carrellini (puntiformi!) di massa rispettivamente $m_1 = m/4$ e $m_2 = m$, con $m = 0.50$ kg, si muovono con **attrito trascurabile** lungo l'asse X (orizzontale) di un sistema di riferimento. I due carrellini sono collegati da una molla di massa trascurabile, costante elastica $k = 10$ N/m e lunghezza di riposo $L_0 = 80$ cm (in pratica le due estremità della molla sono vincolate ai due carrelli); l'asse della molla rimane sempre parallelo all'asse X . All'istante $t_0 = 0$ i due carrellini si muovono con velocità v_{01} e v_{02} dirette **entrambe** nel verso positivo dell'asse X e di modulo rispettivamente $v_{01} = 2v_0$ e $v_{02} = v_0$, con $v_0 = 1.0$ m/s. Inoltre si sa che, all'istante t_0 , le coordinate dei due carrellini sono rispettivamente $x_{01} = 0$ (il carrellino 1 sta passando per l'origine dell'asse) e $x_{02} = L_0$. Con il passare del tempo il carrellino 1 si avvicina al 2 e la molla si comprime fino a raggiungere la compressione massima Δ_{MAX} .

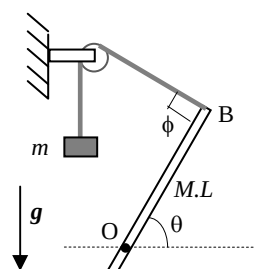
- a) Quanto vale, in modulo, la compressione massima della molla, Δ_{MAX} ?
 $\Delta_{MAX} = \dots\dots\dots$ m

3. Un manicotto di massa $m_1 = m = 2.0$ kg può scorrere con attrito trascurabile lungo una guida rigida (un tondino) disposta in direzione orizzontale. Inizialmente il manicotto si muove con velocità v_1 diretta nel verso positivo dell'asse X (parallelo alla guida) e di modulo $v_1 = 0.80$ m/s. Ad un dato istante nel manicotto si conficca un proiettile di massa $m_2 = m/5$ che impatta sul manicotto avendo, subito prima dell'urto, la velocità v_2 diretta come in figura (il proiettile proviene "da sinistra" e l'angolo indicato, misurato rispetto all'orizzontale, vale $\theta = \pi/3$) e di modulo $v_2 = 5v_1$. [Ricordate che $\cos(\pi/3) = 1/2$ e $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$, con $\sqrt{3} \sim 1.7$]



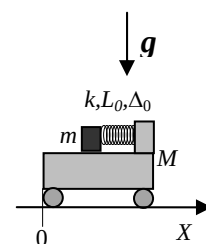
- a) Quanto vale la velocità v' con cui il sistema manicotto+proiettile (conficcato) si muove subito dopo l'urto?
 $v' = \dots\dots\dots$ m/s

4. Una sottile sbarra **omogenea** di lunghezza $L = 1.0$ m e massa $M = 2.0$ kg è impernata in modo da poter ruotare con attrito trascurabile attorno a un perno che la attraversa a tre quarti della sua lunghezza: facendo riferimento alla figura, questo significa che le lunghezze dei segmenti indicati sono $OA = L/4$ e $OB = 3L/4$. All'estremo B della sbarra è legata una fune inestensibile di massa trascurabile che, dopo essere passata per la gola di una puleggia di massa trascurabile, termina con un peso di massa m (incognita). Tutto il sistema è in **equilibrio** con gli angoli rappresentati in figura che valgono $\theta = \pi/3$ e $\phi = \pi/2$. [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $\cos(\pi/3) = 1/2$ e $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$, con $\sqrt{3} \sim 1.7$]



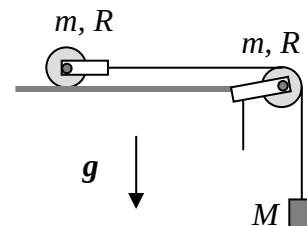
- a) Quanto valgono, in **modulo**, la tensione T della fune e la forza F che il perno esercita sull'asta nel punto O?
 $T = \dots\dots\dots$ N
 $F = \dots\dots\dots$ N
- b) Supponete ora che, ad un dato istante, la fune venga improvvisamente tagliata; subito dopo il taglio si osserva che la sbarra comincia a ruotare attorno all'asse passante per il perno. Nella sua rotazione la sbarra assume ad un dato istante una direzione verticale (cioè l'angolo θ di figura vale $-\pi/2$, intendendo con il segno negativo che, in questo istante, l'estremo A si trova più in alto dell'estremo B). Quanto vale la velocità angolare ω della sbarra in tale istante? [Trascurate ogni forma di attrito]
 $\omega = \dots\dots\dots$ rad/s

5. Un carrello di massa $M = 5.0$ kg, che può scorrere con **attrito trascurabile** lungo una strada orizzontale, è dotato di una sponda verticale rigida a cui è vincolata una molla, di massa trascurabile, costante elastica $k = 3.0 \times 10^3$ N/m e lunghezza di riposo $L_0 = 80$ cm. Alla molla, che è disposta con il suo asse in direzione orizzontale, è attaccato un piccolo oggetto di massa $m = M/5 = 1.0$ kg, che può scorrere con **attrito trascurabile** sulla superficie del carrello. Inizialmente tutto il sistema (carrello e oggetto) è fermo e la molla si trova compressa per un tratto $\Delta_0 = 50$ cm a causa di una fune. La posizione del carrello è tale che la sua estremità indicata in figura ha coordinata $X_0 = 0$ (rispetto ad un asse X orizzontale). All'istante $t_0 = 0$ la fune viene improvvisamente tagliata ed il **sistema** si mette in movimento.



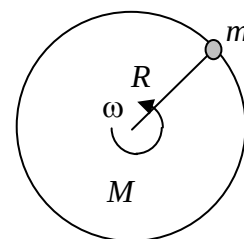
- a) Quanto vale la velocità V' del **carrello** nell'istante in cui la molla si trova a passare per la sua lunghezza di riposo?
 $V' = \dots\dots\dots$ m/s
- b) Quanto vale la coordinata X' dell'estremo del carrello nell'istante considerato alla domanda precedente? [In pratica vi si chiede di individuare lo spostamento del carrello a quel dato istante]
 $X' = \dots\dots\dots$ m

6. Un rullo, costituito da un cilindro pieno **omogeneo** di massa $m = 5.0 \times 10^{-1}$ kg e raggio $R = 10$ cm, può muoversi di **rotolamento puro** (senza strisciamento) su un piano orizzontale scabro. Il rullo è dotato di un giogo, di massa trascurabile, che ne consente la rotazione (attorno al proprio asse) con **attrito trascurabile**; una fune inestensibile e di massa trascurabile è collegata al giogo. Dopo essere passata per la gola di una puleggia, costituita da un cilindro analogo al precedente che può ruotare con **attrito trascurabile** attorno al proprio asse, la fune termina con una massa $M = 1.0$ kg, libera di muoversi in direzione verticale (vedi figura). La fune **non slitta** sulla gola della puleggia. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]



- a) Inizialmente il rullo è tenuto fermo da una causa esterna che poi viene rimossa ed il rullo si mette quindi in movimento. Quanto vale la velocità v_{CM} che possiede il suo centro di massa in corrispondenza a uno spostamento $\Delta s = 5.0$ m? [Si intende che si deve dare una risposta tenendo conto della condizione di rotolamento puro del rullo e del fatto che la fune non slitta sulla puleggia]
 $v_{CM} = \dots\dots\dots$ m/s
- b) Quanto vale la forza di attrito F_A che si esercita tra piano orizzontale e rullo nelle condizioni di rotolamento puro considerate nel testo?
 $F_A = \dots\dots\dots$ N

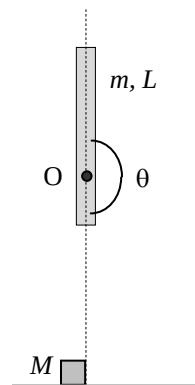
7. In un luna park c'è una piattaforma orizzontale che ha la forma di un disco **omogeneo** di massa $M = 2.0 \times 10^2$ kg e raggio $R = 10$ m, che può ruotare con **attrito trascurabile** attorno al suo asse. Sulla piattaforma si trova un bambino, che approssimerete con un punto materiale di massa $m = 20$ kg. Inizialmente il bambino si trova alla periferia (sul bordo) del disco, come in figura, ed il sistema è stato messo in rotazione attorno all'asse del disco con velocità angolare $\omega = 2.0$ rad/s da un motore, che poi è stato scollegato dall'asse (il disco ruota "in folle" e con attrito trascurabile).



Vista dall'alto

- a) Quanto vale il momento di inerzia I **complessivo** del sistema costituito da piattaforma + bambino? [Calcolatelo per rotazioni attorno all'asse del disco]
 $I = \dots\dots\dots$ kg m²
- b) Immaginate ora che il bambino si metta in cammino verso il centro del disco. Quanto vale la velocità angolare ω' del disco quando il bambino ne raggiunge il centro? [Osservate con attenzione cosa si conserva...]
 $\omega' = \dots\dots\dots$ rad/s
- c) Quanto vale il lavoro L che il bambino deve compiere per muoversi dalla periferia al centro del disco? [Si intende che all'inizio e alla fine dello spostamento il bambino se ne sta fermo rispetto al disco e che, ancora una volta, ogni forma di attrito è trascurabile]
 $L = \dots\dots\dots$ J

8. Una sottile asta rigida **omogenea** di lunghezza $L = 2.0$ m e massa $m = 5.0$ kg è impernata attorno al punto O di figura che si trova a una distanza $d = L/4$ rispetto a un estremo, come rappresentato in figura. passa per un estremo dell'asta stessa) in modo da ruotare con attrito trascurabile su un piano verticale.



- a) Quanto vale il momento di inerzia I della sbarretta per rotazioni attorno al perno O assegnato?
 $I = \dots\dots\dots$ kg m²
- b) Immaginate ora che inizialmente l'asta venga mantenuta ferma da una qualche causa esterna in modo da trovarsi nella configurazione di figura, cioè con il suo asse in direzione verticale e con la "parte più lunga" verso l'alto. A un dato istante la causa esterna viene rimossa istantaneamente e, a causa di una piccola perturbazione che non produce velocità iniziale, l'asta comincia a ruotare. Quanto vale la velocità angolare ω dell'asta quando il suo asse ha compiuto uno spostamento angolare $\theta = 180$ gradi? [In pratica, nell'istante considerato l'asta ripassa per la prima volta in direzione verticale, ma stavolta la "parte più lunga" punta verso il basso. Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità; trascurate **ogni forma di attrito**]
 $\omega = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ rad/s
- c) Quanto vale l'accelerazione angolare α dell'asta quando essa si trova nella posizione di cui al punto precedente?
 $\alpha = \dots\dots\dots$ rad/s²
- d) Supponete ora che, quando l'asta si trova nella posizione di cui al punto sopra, il suo estremo urti **anelasticamente** con un oggetto di puntiforme di massa $M = m/9$ (il carattere anelastico dell'urto significa che, in seguito alla collisione, l'oggetto rimane conficcato nell'asta), che inizialmente si trovava fermo nella posizione indicata in figura, poggiato su un piano. Quanto vale la velocità angolare ω' dell'asta **subito dopo** l'urto? [State attenti a valutare bene cosa si conserva...]
 $\omega' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ rad/s
- e) Come cambierebbe la soluzione del problema supponendo un urto completamente **elastico** tra estremità dell'asta e oggetto puntiforme? [Limitatevi a scrivere le equazioni rilevanti, discutendole per bene in brutta]
 Discussione: $\dots\dots\dots$

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
 Pisa,

Firma: MISTER X