

Nome e cognome:

Matricola:

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un punto si muove sul piano orizzontale compiendo una traiettoria **circolare** di raggio $R = 50$ cm con accelerazione **angolare costante e uniforme** (incognita). All'istante $t_0 = 0$ il punto passa per la posizione angolare $\theta_0 = 0$ con velocità (tangenziale) $v_0 = 2.0$ m/s e si sa che all'istante $t_1 = 0.50$ s esso ha una velocità (tangenziale) $v_1 = 1.0$ m/s.

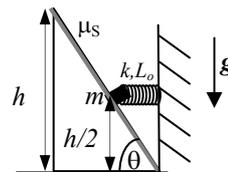
a) Quanto vale il **modulo** a_1 dell'accelerazione all'istante t_1 ?

$$a_1 = \dots \sim \dots \text{ m/s}^2$$

b) In quale posizione angolare θ_1 si trova il punto all'istante t_1 ?

$$\theta_1 = \dots = \dots \text{ rad}$$

2. Una piccola cassa di massa $m = 2.0$ kg è appoggiata su un piano inclinato che forma un angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale (il piano è rigido, indeformabile e fisso nello spazio) ed è alto $h = 1.0$ m; la superficie del piano è scabra e il piano presenta un coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.50$. Sulla cassa agisce la forza generata da una molla di costante elastica $k = 2.0 \times 10^2$ N/m e lunghezza di riposo $L_0 = h = 1.0$ m, il cui altro estremo è vincolato a una parete verticale rigida e indeformabile che sorge in corrispondenza della fine del piano inclinato (vedi figura). La situazione rappresentata in figura è **di equilibrio**: in tale situazione la cassa si trova "a metà strada", cioè la sua altezza rispetto al fondo del piano è $h/2$, e l'asse della molla ha direzione orizzontale. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $\sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $\cos(\pi/3) = 1/2$]



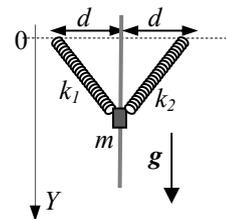
a) Quanto vale, in **modulo**, la forza di attrito F_A in tali condizioni?

$$F_A = \dots \sim \dots \text{ N}$$

b) Discutete per benino, in brutta, se le condizioni espresse nel testo possono realmente condurre alle condizioni di equilibrio di cui al punto precedente.

Discussione:

3. Un manicotto (puntiforme!) di massa $m = 2.0$ kg è vincolato a scorrere con attrito trascurabile lungo una guida rigida (un tondino) disposta in direzione verticale (asse Y , orientato verso il basso). Il manicotto è attaccato alle estremità di due molle che hanno lunghezza di riposo **trascurabile** e costanti elastiche $k_1 = 10$ N/m e $k_2 = 40$ N/m. Gli altri estremi delle due molle sono attaccati a un solaio orizzontale, rigido e indeformabile, in due punti collocati simmetricamente rispetto al tondino a distanza $d = 1.0$ m da esso: il punto di attacco delle due molle è alla stessa quota verticale dell'origine del riferimento (vedi figura). [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Come si scrive l'equazione del moto $a(y)$ per il manicotto? Discutete in modo convincente, in brutta, a che tipo di moto dà luogo l'equazione trovata e perché. [L'equazione del moto è una funzione della posizione y del manicotto nel riferimento di figura: **non** usate valori numerici nello scriverla!]

$$a(y) = \dots$$

Discussione:

b) Qual è la posizione di equilibrio del manicotto y_{EQ} ? [Esprimete questa posizione rispetto al riferimento di figura]

$$y_{EQ} = \dots = \dots \text{ m}$$

c) Supponete ora che, all'istante $t_0 = 0$ il manicotto si trovi fermo nella posizione $y_0 = 0$ e che da questa posizione venga lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. Quanto vale la velocità v' con cui esso passa per la posizione di equilibrio y_{EQ} determinata sopra? In quale istante t' questo si verifica per la prima volta?

$$v' = \dots = \dots \text{ m/s}$$

$$t' = \dots = \dots \text{ s}$$

d) Come cambierebbe l'equazione del moto, e di conseguenza il tipo di moto, e perché, nel caso in cui le molle avessero una lunghezza di riposo $L_0 \neq 0$? Discutete per benino in brutta.

Discussione:

4. Un oggetto di massa m (nota) si muove su un piano XY essendo sottoposto all'azione di una forza non uniforme \mathbf{F} le cui componenti possono essere espresse come: $F_x = Ax+B$; $F_y = C$, con A, B, C costanti opportunamente dimensionate. [In questo problema **non** ci sono valori numerici e dovete esprimere le soluzioni usando i dati letterali noti]

a) Come si calcola il lavoro L esercitato dalla forza \mathbf{F} se l'oggetto si sposta dalla posizione (x_0, y_0) alla posizione (x', y') ? [Può esservi utile ricordare che, per una variabile generica ξ , si ha $\int \xi^n d\xi = \xi^{(n+1)}/(n+1)$, per $n \neq -1$]

$$L = \dots$$

b) Sapendo che l'oggetto è fermo quando passa per la posizione (iniziale) (x_0, y_0) e sapendo che su di esso agisce la sola forza \mathbf{F} , come si esprime il **modulo** della sua velocità v' quando passa per la posizione (x', y') ?

$$v' = \dots$$

Nome e cognome:

Matricola:

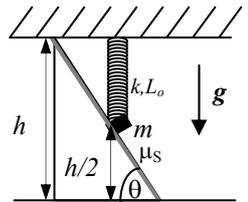
Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

- Un punto si muove sul piano orizzontale compiendo una traiettoria **circolare** di raggio $R = 1.0$ m con accelerazione **angolare costante e uniforme** (incognita). All'istante $t_0 = 0$ il punto passa per la posizione angolare $\theta_0 = 0$ con velocità (tangenziale) $v_0 = 2.0$ m/s e si sa che all'istante $t_1 = 1.0$ s esso si trova a passare per la posizione angolare $\theta_1 = 3.0$ rad.
 - Quanto vale il **modulo** a_0 dell'accelerazione all'istante t_0 ? [Attenti! Il moto è uniformemente accelerato!]

$a_0 = \dots \sim \dots$ m/s²
 - Quanto vale la velocità (tangenziale) v_1 all'istante t_1 ?

$v_1 = \dots = \dots$ m/s

- Una piccola cassa di massa $m = 2.0$ kg è appoggiata su un piano inclinato che forma un angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale (il piano è rigido, indeformabile e fisso nello spazio) ed è alto $h = 1.0$ m; la superficie del piano è scabra e il piano presenta un coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.50$. Sulla cassa agisce la forza generata da una molla di costante elastica $k = 2.0 \times 10^2$ N/m e lunghezza di riposo $L_0 = h = 1.0$ m, un cui estremo è vincolato a un solaio orizzontale rigido e indeformabile che "sporge" in corrispondenza della sommità del piano inclinato (vedi figura). Supponete che la situazione rappresentata in figura sia **di equilibrio**: in tale situazione la cassa si trova "a metà strada" sul piano inclinato, cioè la sua altezza rispetto al fondo del piano è $h/2$, e l'asse della molla ha direzione verticale. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $\sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $\cos(\pi/3) = 1/2$]

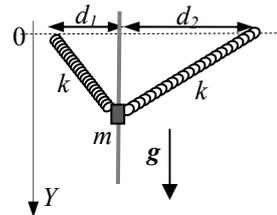


- Quanto vale, in **modulo**, la forza di attrito F_A in tali condizioni?

$F_A = \dots \sim \dots$ N
- Discutete per benino, in brutta, se le condizioni espresse nel testo possono realmente condurre alle condizioni di equilibrio di cui al punto precedente.

Discussione:

- Un manicotto (puntiforme!) di massa $m = 2.0$ kg è vincolato a scorrere con attrito trascurabile lungo una guida rigida (un tondino) disposta in direzione verticale (asse Y , orientato verso il basso). Il manicotto è attaccato alle estremità di due molle che hanno lunghezza di riposo **trascurabile** e **la stessa** costante elastica $k = 16$ N/m. Gli altri estremi delle due molle sono attaccati a un solaio rigido e indeformabile, in posizioni collocate rispettivamente a distanza $d_1 = 1.0$ m e $d_2 = 2.0$ m dal tondino: si noti che il punto di attacco delle due molle è alla stessa quota verticale dell'origine del riferimento (vedi figura). [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]



- Come si scrive l'equazione del moto $a(y)$ per il manicotto? Discutete in modo convincente, in brutta, a che tipo di moto dà luogo l'equazione trovata e perché. [L'equazione del moto è una funzione della posizione y del manicotto nel riferimento di figura: **non** usate valori numerici nello scriverla!]

$a(y) = \dots$

Discussione:
- Qual è la posizione di equilibrio del manicotto y_{EQ} ? [Esprimate questa posizione rispetto al riferimento indicato in figura]

$y_{EQ} = \dots = \dots$ m
- Supponete ora che il manicotto sia stato "perturbato" in qualche modo rispetto alla posizione di equilibrio (ad esempio da una manina che l'ha spostato e l'ha lasciato andare, oppure da qualcuno che gli ha dato un "colpettino"). In seguito a questa perturbazione, si osserva che all'istante $t_0 = 0$ esso si trova a passare per la posizione di equilibrio y_{EQ} determinata sopra avendo una velocità $v_0 = 1.0$ m/s (diretta verso il basso, cioè di segno positivo nel riferimento usato). Si osserva poi che, a un certo istante t' , il manicotto si arresta e inverte il verso del suo moto (cioè immediatamente dopo questo istante comincia a risalire). Quanto vale la coordinata y' raggiunta all'istante t' ? E quanto vale l'istante t' ? [Ovviamente vi si chiede di determinare il primo di infiniti istanti in cui la situazione descritta si verifica!]

$y' = \dots = \dots$ m

$t' = \dots = \dots$ s
- Come cambierebbe l'equazione del moto, e di conseguenza il tipo di moto, e perché, nel caso in cui le molle avessero una lunghezza di riposo $L_0 \neq 0$? Discutete per benino in brutta.

Discussione:

- Un oggetto di massa m (nota) si muove su un piano XY essendo sottoposto all'azione di una forza F non uniforme le cui componenti possono essere espresse come: $F_x = Ax^2$; $F_y = B$, con A, B costanti opportunamente dimensionate. [In questo problema **non** ci sono valori numerici e dovete esprimere le soluzioni usando i dati letterali noti]
 - Come si calcola il lavoro L esercitato dalla forza F se l'oggetto viene spostato dall'origine alla posizione generica (x,y) ? [Può esservi utile ricordare che, per una variabile generica ξ , si ha $\int \xi^n d\xi = \xi^{(n+1)}/(n+1)$, per $n \neq -1$]

$L = \dots$
 - Può la forza data essere considerata conservativa? Nel caso, quanto vale la variazione di energia potenziale ΔU associata allo spostamento considerato? Discutete ed esprimete il ΔU .

Discussione: $\Delta U = \dots$