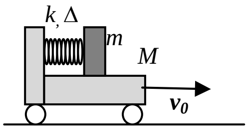
Corso di Laurea CIA – PROVA DI VERIFICA n. 2 – 6/3/2012

Nome e cognome: ……………………………………………………………   Matricola: ……………

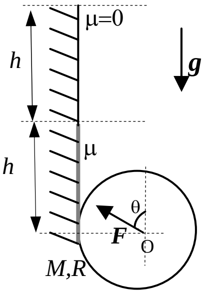
Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 1.0\text{x}10^3$ N/m è montata su un carrellino di massa $M = 1.1$ kg che può scorrere con attrito trascurabile lungo un binario orizzontale. Inizialmente la molla si trova compressa per un tratto **incognito** Δ a causa di un filo che ne collega gli estremi e un proiettile di massa $m = M/10 = 0.11$ kg si trova appoggiato ad un estremo della molla (l'altro estremo è solidale ad una sponda, rigida, del carrellino), come rappresentato in figura. In queste condizioni iniziali, **l'intero sistema** (carrellino+proiettile) si muove con velocità $\boldsymbol{v_0}$ di modulo 1.0 m/s e direzione orizzontale. Ad un dato istante, il filo viene tagliato e il proiettile viene "sparato" via. In seguito a questo evento, si osserva che il carrellino rallenta **fino a fermarsi** completamente. [Trascurate completamente gli attriti sul moto e trascurate gli effetti della **forza peso** sul moto del proiettile, che quindi avviene in direzione orizzontale]



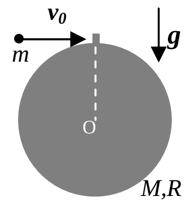
   a) Quanto vale la velocità v del proiettile nell'istante in cui il carrello si ferma?
   v = ……………………………………= ……… m/s
   b) Quanto vale la compressione iniziale Δ della molla? [Notate che, dopo che il proiettile viene sparato via, prima o poi la molla finisce per trovarsi alla sua lunghezza di riposo]
   Δ = ……………………………………~ ……… m
   c) Qual è la durata Δt del "processo di sparo"? [Si intende che questo processo ha inizio nell'istante in cui si taglia la fune e termina quando il proiettile si "stacca" dalla molla. Questo intervallo di tempo non corrisponde necessariamente al tempo necessario perché il carrellino si fermi. Spiegate bene in brutta come fate a individuare la durata del processo!]
   Δt= ……………………………………~ ……… s

2. Un cilindro pieno e omogeneo di massa $M = 1.0$ kg e raggio $R = 80$ cm è sottoposto a una forza esterna $\boldsymbol{F}$ costante e uniforme che agisce sul suo asse (ortogonalmente a questo) ed è diretta in modo da formare un angolo $\theta = \pi/3$ rispetto alla verticale, come rappresentato in figura. Il modulo della forza è $F = 40$ N. Il cilindro è a contatto con una parete verticale fissa e indeformabile. Il primo tratto di tale parete, di lunghezza $h = 2.0$ m a partire dalla posizione iniziale del cilindro, è **scabro**, e presenta un coefficiente di attrito $\mu = 0.50$. Il secondo tratto di tale parete, anch'esso di lunghezza $h = 2.0$ m (vedi figura), è **liscio** e presenta attrito trascurabile. Per effetto delle forze applicate, il centro di massa del cilindro, che è inizialmente fermo (tutto il cilindro!), risale lungo la parete. [Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$ e $cos(\pi/3) = 1/2$]



   a) Quanto vale il lavoro L della forza esterna $\boldsymbol{F}$ calcolato sull'intero spostamento del cilindro, dalla posizione iniziale al termine della parete? [Per termine della parete si intende il punto collocato a distanza $2h$ rispetto alla posizione di partenza]
   L = …………………………………… = ……… J
   b) Discutete per bene, in brutta, che tipo di moto compie il cilindro nel primo tratto (quello in cui la parete è scabra) e determinate il modulo della forza di attrito F_A in questo tratto.
   Discussione: ……………………………………
   F_A = …………………………………… = ……… N
   c) Quanto vale la velocità v' del centro di massa del cilindro nell'istante in cui esso giunge al termine della parete? [Si intende che esso si è mosso sia lungo il tratto scabro che lungo quello liscio!]
   v' = ……………………………………. ~ ………. m/s

3. Un disco pieno e omogeneo di raggio $R = 50$ cm e massa $M = 2.0$ kg è imperniato in modo da poter ruotare con attrito trascurabile attorno a un asse che passa per il suo centro (O in figura). Sulla periferia del disco si trova un piccolo dente come rappresentato in figura (il dente ha in realtà dimensioni e massa **trascurabili**!); il disco è inizialmente fermo. A un dato istante un oggetto puntiforme di massa $m = M/4$, dotato di velocità di modulo $v_0 = 10$ m/s diretta orizzontalmente verso la destra di figura, colpisce il dentino. L'urto può essere considerato **completamente elastico**.



   a) Discutete **bene**,in brutta, quali grandezze del sistema (energia cinetica, quantità di moto, momento angolare, e chi più ne ha più ne metta) si conservano nel processo di urto e quali no, e spiegate perché. [Si intende che il processo da considerare è solo quello dell'urto, che ha una durata molto breve]
   Discussione e spiegazione: ……………………………………
   b) Quanto vale la velocità v' che l'oggetto puntiforme possiede subito dopo l'urto? [Vista la geometria del dentino, si può supporre che la velocità subito dopo l'urto abbia la stessa direzione della velocità subito prima dell'urto]
   v' = …………………………………… = ………. m/s

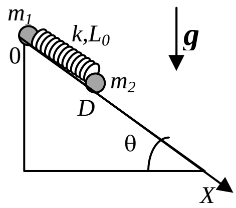
Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 6/3/2012   Firma:

Corso di Laurea CIA – PROVA DI VERIFICA n. 2bis – 13/3/2012

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: ……………

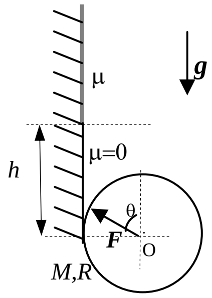
Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Due oggetti (puntiformi) di massa m_1 e m_2 possono scivolare con **attrito trascurabile** lungo un piano inclinato (fisso, rigido, indeformabile) che forma un angolo θ rispetto all'orizzontale. I due oggetti sono tenuti insieme da una molla di costante elastica k e lunghezza di riposo L_0. Inizialmente i due oggetti sono tenuti fermi da forze esterne (ad esempio due manine) in posizioni che, rispetto ad un asse X che corre lungo il piano inclinato, ha origine sulla sua sommità, e punta verso il basso (come rappresentato in figura), sono $x_{01} = 0$ e $x_{02} = D$. All'istante $t_0=0$ le forze esterne che tenevano fermi gli oggetti vengono improvvisamente rimosse (senza che venga impartita alcuna velocità iniziale agli oggetti) ed essi sono liberi di muoversi. [In questo esercizio i valori numerici dei dati sono ignoti e dovete esprimere le soluzioni in funzione delle espressioni letterali dei vari parametri. Usate il simbolo g per il modulo dell'accelerazione di gravità]



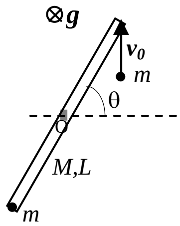
   a) Come si scrivono le equazioni del moto relativo, a_{REL} , e del moto del centro di massa, a_{CM} , del sistema? [Dovete scrivere delle **funzioni delle posizioni generiche** x_1 e x_2 dei due oggetti rispetto all'asse considerato nel testo]
   a_{REL}= ……………………………………
   a_{CM} = ……………………………………
   b) Come si scrivono le leggi orarie del moto dei due oggetti, $x_1(t)$ e $x_2(t)$? [Cercate di tenere conto in modo opportuno delle condizioni iniziali del problema; anche in questo caso dovete esprimere la soluzione in termini dei dati letterali noti del problema]
   $x_1(t)$ = ……………………………………
   $x_2(t)$ = ……………………………………

2. Un cilindro pieno e omogeneo di massa M = 1.0 kg e raggio R = 80 cm è sottoposto a una forza esterna $\mathbf{F}$ costante e uniforme che agisce sul suo asse (ortogonalmente a questo) ed è diretta in modo da formare un angolo θ = π/3 rispetto alla verticale, come rappresentato in figura. Il modulo della forza è F = 27.6 N. Il cilindro è a contatto con una parete verticale fissa e indeformabile. Il primo tratto di tale parete, di lunghezza h = 2.0 m a partire dalla posizione iniziale del cilindro, è **liscio** e presenta attrito trascurabile. Subito di seguito a questo tratto la parete diventa **scabra**, con un coefficiente di attrito μ = 0.50 (**nota bene**: questo coefficiente vale sia nel caso di attrito statico che dinamico!). Per effetto delle forze applicate, il cilindro, che è **inizialmente fermo** (tutto il cilindro!), risale lungo la parete. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$ e $cos(\pi/3) = 1/2$]



   a) Quanto valgono la velocità del centro di massa v'_{CM} e la velocità angolare ω' e quando il cilindro è risalito per il **primo** tratto della parete? [Si intende che il primo tratto è quello liscio di lunghezza h]
   v'_{CM} = …………………………………… = ……… m/s
   ω' = …………………………………… = ……… rad/s
   b) Come si scrivono le equazioni del moto $a_{CM}(t)$ e $\alpha(t)$ quando il cilindro percorre il secondo tratto, quello scabro? [Dovete scrivere delle funzioni: non usate valori numerici!]
   $a_{CM}(t)$ = ……………………………………
   $\alpha(t)$ = ……………………………………
   c) Discutete **per bene**, in brutta, che tipo di moto compie il cilindro quando risale per il secondo tratto di parete, quello in cui è presente attrito. Chiarite in particolare se e quando si verificano le condizioni per il rotolamento puro e stabilite la velocità v''_{CM} del centro di massa nell'istante in cui ha eventualmente inizio il rotolamento puro. [Attenzione a considerare **bene** il problema, che potrebbe essere diverso rispetto a quello a cui pensate! Supponete che il tratto scabro della parete sia molto lungo]
   Discussione: ……………………………………
   v''_{CM} = …………………………………… ~ ……… m/s

3. Due gemellini (puntiformi) di massa m = 20 kg giocano con una specie di giostra fatta in questo modo: una trave sottile e indeformabile, di massa $M = 6m$ =1.2x10^2 kg e lunghezza L = 4.0 m, imperniata in modo da poter ruotare con **attrito trascurabile** su un piano orizzontale attorno a un asse passante per il suo punto di mezzo (indicato con O). Inizialmente la giostra è ferma e un gemellino è seduto a una sua estremità: come mostrato in figura (vista dall'alto), a un dato istante l'altro gemellino "monta" sull'altra estremità della trave, avendo una velocità di modulo v_0 = 2.0 m/s diretta orizzontalmente come rappresentato in figura (l'angolo indicato vale θ = π/3). Si intende che dopo essere montato sull'estremità della trave, il gemellino ci rimane a sedere (fermo rispetto alla trave). [Ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$ e $cos(\pi/3)$ = ½]



   a) Discutete **per bene**,in brutta, quali grandezze del sistema (energia cinetica, quantità di moto, momento angolare) si conservano nel processo descritto sopra, e spiegate perché. [Il processo da considerare è quello relativo al gemellino che monta sulla trave!]
   Discussione e spiegazione: ……………………………………
   b) Quanto vale la velocità angolare ω del sistema trave+gemellini subito dopo che il gemellino ci è montato sopra?
   ω = …………………………………… = ………. rad/s

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 13/3/2012 Firma: