

# Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 18/12/2007

Nome e cognome: .....

Matricola: .....

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un oggetto puntiforme di massa  $m$  è soggetto ad una forza **disomogenea** che agisce sul piano orizzontale  $XY$  avendo le seguenti espressioni per le sue due componenti:  $F_X(x) = Ax + B$ ;  $F_Y(y) = Ay$ , con  $A$  e  $B$  costanti opportunamente dimensionate. Ad un dato istante l'oggetto passa per l'origine del sistema di riferimento avendo una velocità di **modulo**  $v_0$  con componenti solo sul piano  $XY$ . Ad un istante successivo l'oggetto si trova a passare per il punto (del piano) di coordinate  $x_1, y_1$ .

- a) Come si esprime, **in modulo**, la velocità  $v_1$  dell'oggetto in questo punto? [Trascurate ogni possibile forza dissipativa]

$$v_1 = \dots\dots\dots$$

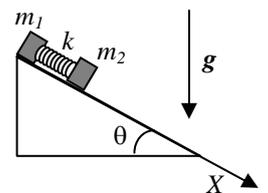
- b) Qual è la posizione di equilibrio  $x_{EQ}, y_{EQ}$ , se esiste, dell'oggetto sottoposto a tale forza? Commentate sulle caratteristiche dell'eventuale equilibrio (stabile, instabile, indifferente).

$$x_{EQ} = \dots\dots\dots$$

$$y_{EQ} = \dots\dots\dots$$

Commento: .....

2. Un sistema è costituito da due blocchetti di massa  $m_1 = 40$  g e  $m_2 = 80$  g (ognuno di dimensioni così piccole da poter essere considerato puntiforme) legati assieme da una molla di costante elastica  $k = 4.0$  N/m e lunghezza di riposo **trascurabile**. I due blocchetti possono scorrere con attrito trascurabile sulla superficie di un piano inclinato che forma un angolo  $\theta = \pi/6$  rispetto all'orizzontale; inizialmente il blocchetto di massa  $m_1$  è tenuto fisso sulla sommità del piano da un chiodo (vedi figura). [Supponete che l'asse della molla resti sempre parallelo al piano inclinato; usate il valore  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità]



- a) Quanto vale l'elongazione  $\Delta_0$  della molla in condizioni di equilibrio?

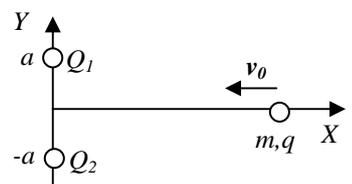
$$\Delta_0 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$$

- b) All'istante  $t_0 = 0$  il chiodo viene rimosso ed il sistema si trova libero di muoversi lungo il piano inclinato. Come si scrivono le equazioni del moto per l'accelerazione del centro di massa,  $a_{CM}$ , e per l'**accelerazione relativa**,  $a_{REL} = a_2 - a_1$ ? [Considerate un asse di riferimento  $X$  parallelo al piano ed orientato verso il basso, come in figura]

$$a_{CM} = \dots\dots\dots$$

$$a_{REL} = \dots\dots\dots$$

3. Una particella dotata di carica elettrica  $q$  e massa  $m$  si trova inizialmente nella posizione  $x = x_0, y = 0$  di un sistema di riferimento (il piano  $XY$  è orizzontale). Supponete che  $x_0$  sia così grande da poter essere considerato "infinito" e che la carica  $q$  abbia una velocità iniziale  $v_0$  diretta nel verso negativo dell'asse  $X$ , come in figura. Due cariche puntiformi  $Q_1 = q$  e  $Q_2 = q$  (tutte e tre le cariche hanno lo stesso segno e lo stesso valore) si trovano fisse nello spazio nelle posizioni  $x_1 = 0, y_1 = a$  ed  $x_2 = 0, y_2 = -a$ , con  $a \ll x_0$ . Si osserva che, ad un dato istante, successivo a quello iniziale, la particella  $q$  si arresta momentaneamente. [Trascurate gli effetti della forza peso ed ogni causa dissipativa]



- a) Come si esprime la differenza di potenziale elettrico  $\Delta V$  tra la posizione iniziale della particella e la posizione in cui essa si arresta?

$$\Delta V = \dots\dots\dots$$

- b) Come si esprime la coordinata  $x'$  del punto di arresto della particella?

$$x' = \dots\dots\dots$$

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 18/12/2007

Firma:

# Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 18/12/2007

Nome e cognome: ..... Matricola: .....

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Una particella dotata di carica  $q$  e massa  $m$  è sottoposta all'azione di un campo elettrico **disomogeneo** diretto lungo l'asse  $X$  che dipende dalla posizione  $x$  secondo la legge:  $E = Ax^2 + Bx + C$ , con  $A, B, C$  costanti opportunamente dimensionate. All'istante  $t_0 = 0$  la particella passa per il punto  $x_0 = 0$  con una velocità  $v_0$  diretta lungo l'asse  $X$ ; ad un istante successivo la particella passa per la posizione  $x_1$ .

a) Come si scrive il **modulo** della velocità  $v_1$  che la particella possiede quando passa per  $x_1$ ? [Trascurate ogni eventuale forza dissipativa]

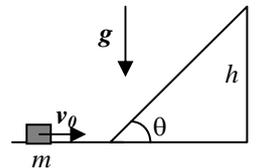
$$v_1 = \dots\dots\dots$$

b) Qual è la posizione di equilibrio  $x_{EQ}$  per la particella (se esiste)? Commentate **brevemente** sul carattere dell'eventuale equilibrio.

$$x_{EQ} = \dots\dots\dots$$

Commento: .....

2. Una piccola cassa di massa  $m = 5.0$  kg scivola senza attrito su una superficie piana ed orizzontale, avendo una velocità iniziale **di modulo**  $v_0 = 5.0$  m/s orientata e diretta come in figura. Nel suo movimento, la cassa incontra una salita, rappresentata da un piano inclinato che forma un angolo  $\theta = \pi/4$  rispetto all'orizzontale. La superficie del piano presenta **attrito trascurabile**, e l'altezza del piano vale  $h = 1.0$  m. Si osserva che la cassa sale lungo il piano fino a raggiungerne la sommità. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità e trascurate ogni forza dissipativa]



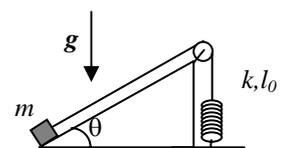
a) Quanto vale, in **modulo**, la velocità  $v$  della cassa nell'istante in cui la cassa raggiunge la sommità del piano?

$$v = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ m/s}$$

b) Come cambia la soluzione al punto precedente se si suppone che il piano inclinato sia ricavato da un blocco di massa  $M = m$  in grado di **scivolare** con attrito trascurabile in direzione orizzontale? Commentate e cercate di determinare la velocità che la cassa ha quando (e se) raggiunge la sommità del piano inclinato in queste nuove condizioni. [Considerate il blocco inizialmente fermo]

Commento: .....

3. Una cassa di massa  $m = 2.0$  kg può scivolare con attrito trascurabile sulla superficie di un piano inclinato che forma un angolo  $\theta = \pi/6$  rispetto all'orizzontale. Alla cassa è attaccata una fune instensibile e di massa trascurabile che, dopo essere passata per la gola di una puleggia di massa trascurabile, termina all'estremità di una molla di costante elastica  $k = 50$  N/m e lunghezza di riposo  $l_0 = 50$  cm. L'altro estremo della molla è fissato su un pavimento rigido ed indeformabile secondo lo schema indicato in figura. Inizialmente la cassa è tenuta ferma alla base del piano inclinato da un chiodo; corrispondentemente, la lunghezza della molla è  $l_1 = 1.0$  m. [Usate il valore  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità e trascurate ogni forza dissipativa]



a) All'istante  $t_0 = 0$  il chiodo viene rimosso e la cassa comincia a risalire lungo il piano, fino ad arrestarsi dopo aver percorso una distanza pari ad  $L$ . Quanto vale  $L$ ?

$$L = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$$

b) A quale istante  $t'$  la cassa si arresta?

$$t' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ s}$$

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
Pisa, 18/12/2007 Firma:

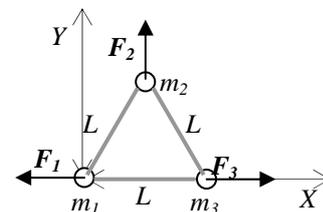
# Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 18/12/2007

Nome e cognome: .....

Matricola: .....

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Tre masse puntiformi,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ , sono disposte ai vertici di un triangolo equilatero di lato  $L$  essendo collegate tra loro da asticelle rigide di massa trascurabile. All'istante  $t_0 = 0$  il sistema si trova su un piano **orizzontale** rigido  $XY$  nella configurazione rappresentata in figura (la massa  $m_1$  si trova nell'origine del sistema); il sistema può muoversi sul piano con attrito trascurabile. Sulle tre masse agiscono tre forze **uniformi e costanti** di identico modulo  $F$ , ma orientazione diversa:  $F_1$  è diretta nel verso negativo dell'asse  $X$ ,  $F_2$  nel verso positivo dell'asse  $Y$ ,  $F_3$  nel verso positivo dell'asse  $X$ . [Trascurate ogni forza dissipativa]

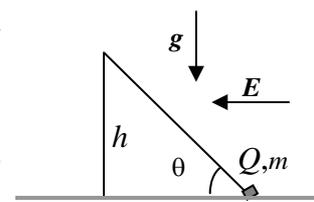


- a) Come si scrive la **legge oraria del moto** del centro di massa del sistema,  $x_{CM}(t)$ ,  $y_{CM}(t)$ ? [Esprimetela in funzione dei dati noti del problema]  
 $x_{CM}(t) = \dots\dots\dots$   
 $y_{CM}(t) = \dots\dots\dots$
- b) Come si scrive il lavoro complessivo  $L(t)$  fatto da **tutte le forze** nell'intervallo di tempo fra  $t_0$  ed un istante  $t$  generico?  
 $L(t) = \dots\dots\dots$

2. Un sistema è costituito da due blocchetti di massa  $m_1 = 40$  g e  $m_2 = 80$  g (ognuno di dimensioni così piccole da poter essere considerato puntiforme) legati assieme da una molla di costante elastica  $k = 4.0$  N/m e lunghezza di riposo  $l_0 = 10$  cm. I due blocchetti possono scorrere con **attrito trascurabile** sulla superficie di un piano rigido **orizzontale**. All'istante  $t_0 = 0$  si osserva che i due blocchetti viaggiano con pari velocità diretta nel verso positivo dell'asse  $X$  e di modulo  $v_0 = 0.50$  m/s; allo stesso istante, le coordinate  $X$  delle posizioni dei due blocchetti sono  $x_{10} = 0$  e  $x_{20} = 20$  cm. [Ovviamente il moto va considerato come unidimensionale]

- a) Nell'evoluzione successiva del sistema, si osserva che ad un certo istante  $t'$  la lunghezza della molla assume il valore di riposo  $l_0$ . Quanto vale l'istante  $t'$ ?  
 $t' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  s
- b) Quanto valgono le velocità  $v_1'$  ed  $v_2'$  dei due blocchetti all'istante  $t'$ ? [Il calcolo può essere complicato! Cercate almeno di discutere il metodo che conduce alla soluzione]  
 $v_1' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  m/s  
 $v_2' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  m/s

3. Un oggetto puntiforme di massa  $m = 10$  g dotato di carica elettrica  $Q = 1.0 \times 10^{-5}$  C si trova inizialmente fermo alla base di un piano inclinato di altezza  $h = 20$  cm che forma un angolo  $\theta = \pi/4$  rispetto all'orizzontale. All'istante  $t_0 = 0$  viene acceso istantaneamente un campo elettrico **uniforme e costante** che ha modulo  $E$  (incognito) ed è diretto orizzontalmente con il verso indicato in figura. Per effetto del campo elettrico l'oggetto risale lungo il piano inclinato e si osserva che esso arriva alla sommità essendo dotato di una velocità che vale, in **modulo**,  $v' = 40$  cm/s. [Trascurate ogni forza dissipativa ed usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità]



- a) Quanto vale, in modulo, il campo elettrico  $E$ ?  
 $E = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  N/C
- b) Dopo aver lasciato la sommità del piano, l'oggetto prosegue nel suo moto salendo verso l'alto fino ad una certa quota  $h_{MAX}$  (misurata rispetto al "suolo"). Quanto vale  $h_{MAX}$ ?  
 $h_{MAX} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  m

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
 Pisa, 18/12/2007 Firma: \_\_\_\_\_