

# Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 21/11/2008

Nome e cognome: ..... Matricola: .....

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un oggetto puntiforme si muove sul piano orizzontale  $XY$  seguendo una traiettoria circolare di raggio (costante)  $R = 50$  cm. All'istante  $t_0 = 0$  l'oggetto si trova a passare per la posizione di coordinate cartesiane  $x_0 = R$ ,  $y_0 = 0$  con velocità di componenti cartesiane  $v_{0X} = 0$  e  $v_{0Y} = v_0 = 2.0$  m/s. Si sa che il moto avviene con accelerazione **angolare costante ed uniforme**  $\alpha$  (incognita) e che il punto ripassa per la posizione iniziale all'istante  $t' = 500$  ms. [Si intende che l'accelerazione angolare è misurata rispetto ad un riferimento polare con origine coincidente con quella del riferimento cartesiano; inoltre la coordinata angolare del riferimento polare si intende misurata rispetto alla direzione dell'asse  $X$ , come di consueto]

- a) Quanto vale l'accelerazione angolare  $\alpha$ ?

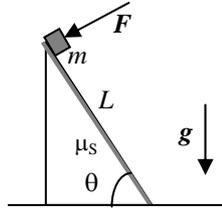
$$\alpha = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ rad/s}^2$$

- b) Quanto vale, componente cartesiana per componente cartesiana, l'accelerazione  $\mathbf{a}'$  dell'oggetto all'istante  $t'$  di cui sopra?

$$a'_X = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m/s}^2$$

$$a'_Y = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m/s}^2$$

2. Una piccola cassa di massa  $m = 2.0$  kg (da considerare come oggetto puntiforme!) si trova sulla sommità di un piano inclinato (fisso, rigido ed indeformabile) di lunghezza  $L = 4.9$  m, che forma un angolo  $\theta = \pi/3$  rispetto all'orizzontale. Il piano inclinato è scabro e tra piano e cassa c'è attrito statico con coefficiente  $\mu_s = 0.50$ . Sulla cassa agisce una forza esterna  $\mathbf{F}$  diretta ortogonalmente al piano inclinato nel verso di "schiacciare" la cassa sul piano (vedi figura) e avente modulo  $F = 10$  N. In queste condizioni si osserva che la cassa è in equilibrio. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che  $\sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$ , con  $3^{1/2} \sim 1.7$  e  $\cos(\pi/3) = 1/2$ ]



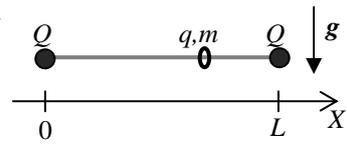
- a) Quanto vale, nelle condizioni sopra specificate, il modulo della forza di attrito  $F_A$ ?

$$F_A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ N}$$

- b) Supponete ora che, all'istante  $t_0=0$ , il coefficiente di attrito statico si annulli improvvisamente (ad esempio, supponete che uno strato di olio venga improvvisamente spruzzato tra cassa e piano inclinato): a questo istante, la cassa si mette in movimento partendo da ferma. Qual è l'istante  $t'$  in cui essa raggiunge la base del piano inclinato, se la raggiunge? [Notate che la forza esterna  $\mathbf{F}$  è sempre presente, uniforme e costante e diretta sempre ortogonalmente al piano inclinato, anche in questa fase dell'esperimento; inoltre anche ogni altra forma di attrito va considerata trascurabile]

$$t' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ s}$$

3. Due cariche elettriche di ugual valore  $Q = 1.0 \times 10^{-5}$  C sono fissate agli estremi di un'asta rigida ed indeformabile, di lunghezza  $L = 20$  cm, a sua volta fissa nello spazio e diretta **orizzontalmente** come indicato in figura. Sull'asta può scorrere con **attrito trascurabile** un piccolo anellino carico (l'asta è infilata nel foro dell'anellino, da considerare puntiforme), che ha massa  $m = 10$  g e reca una carica elettrica  $q = Q/2$ . [Usate il valore  $\kappa_E = 9.0 \times 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup> per la cost. del campo el.]



- a) Come si scrive l'equazione del moto  $a(x)$  dell'anellino? Qual è la posizione di equilibrio  $x_{EQ}$ ? [Non usate valori numerici nell'espressione dell'equazione del moto e fate riferimento ad un asse  $X$  diretto come in figura, con origine corrispondente alla posizione di una delle due cariche  $Q$ , indicando con  $x$  la posizione (generica) dell'anellino]

$$a(x) = \dots\dots\dots$$

$$x_{EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$$

- b) Siete in grado di risolvere l'equazione del moto (cioè determinare la legge oraria del moto) scritta al punto precedente con qualche sensata approssimazione? Discutete in modo chiaro!

Discussione: .....

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 21/11/2008

Firma:

# Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 21/11/2008

Nome e cognome: ..... Matricola: .....

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un oggetto puntiforme si muove sul piano cartesiano  $XY$  di un moto che, descritto in coordinate **polari**  $R\theta$ , segue le leggi orarie  $R(t)=v_0t$  e  $\theta(t)=(\alpha/2)t^2$ , con  $v_0 = 2.0$  m/s e  $\alpha = 3.1$  rad/s<sup>2</sup>. [Considerate un sistema di riferimento polare e uno cartesiano centrati nella stessa origine; la coordinata angolare del riferimento polare è misurata rispetto alla direzione cartesiana  $X$ ]

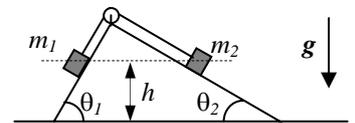
- a) In quale istante  $t'$  l'oggetto attraversa per la "prima volta" l'asse  $X$  del sistema di riferimento? [Escludete la risposta banale  $t' = 0$ !]

$$t' = \dots \sim \dots \text{ s}$$

- b) Quanto vale, **in modulo**, la velocità  $v'$  dell'oggetto all'istante  $t'$  di cui sopra? [Ricordate che la velocità è un vettore!]

$$v' = \dots \sim \dots \text{ m/s}$$

2. Due piccoli blocchi di massa  $m_1 = 500$  g e  $m_2 = 200$  g si trovano su due piani inclinati (fissi, rigidi ed indeformabili) che hanno inclinazioni rispetto all'orizzontale rispettivamente  $\theta_1 = \pi/3$  e  $\theta_2 = \pi/6$ . I due blocchi sono collegati tra loro da una fune (inestensibile e di massa trascurabile) che passa per la gola di una puleggia (priva di attriti e di **massa trascurabile**) come indicato in figura; la fune rimane parallela ai piani inclinati. [Nella soluzione considerate i blocchi come oggetti puntiformi. Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che  $\sin(\pi/3) = \cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$ , con  $3^{1/2} \sim 1.7$  e  $\sin(\pi/6) = \cos(\pi/3) = 1/2$ ]



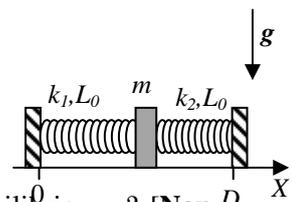
- a) Supponendo che i due piani inclinati siano lisci, cioè che gli attriti (statico e dinamico) siano trascurabili, e immaginando di far partire da fermi i blocchi dalla posizione indicata in figura (inizialmente essi si trovano ad altezza  $h = 1.0$  m dall'orizzontale), in quale istante  $t'$  uno dei blocchi giunge alla base del proprio piano inclinato? [Notate che, ovviamente, solo uno dei due blocchi raggiunge effettivamente la base del "proprio" piano inclinato]

$$t' = \dots \sim \dots \text{ s}$$

- b) Come cambierebbe la soluzione data al punto precedente nel caso in cui i piani inclinati fossero scabri e presentassero un coefficiente di attrito statico  $\mu_s = 0.70$  ed un coefficiente di attrito dinamico  $\mu_D = 0.50$ ? Discutete in modo chiaro e completo!

Discussione: .....

3. Un piccolo blocchettino (da considerare come un oggetto puntiforme) di massa  $m = 30$  g può scorrere con **attrito trascurabile** su un piano orizzontale. Il blocchettino è agganciato a **due** molle di massa trascurabile disposte con il loro asse in direzione orizzontale: le molle hanno entrambe la stessa lunghezza di riposo  $L_0 = 50$  cm, ma le loro costanti elastiche sono diverse, e valgono  $k_1 = 2.0$  N/m e  $k_2 = 1.0$  N/m. Le estremità delle due molle (quelle non agganciate al blocchettino) sono vincolate a due muretti verticali, rigidi ed indeformabili, posti a distanza  $D = 1.2$  m l'un l'altro: la figura riporta uno schema della situazione.



- a) Come si scrive l'equazione del moto  $a(x)$  del blocchettino? Qual è la posizione di equilibrio  $x_{EQ}$ ? [Non usate valori numerici nell'espressione dell'equazione del moto e fate riferimento ad un asse  $X$  diretto come in figura, con origine corrispondente al muretto "di sinistra", indicando con  $x$  la posizione (generica) del blocchettino]

$$a(x) = \dots$$

$$x_{EQ} = \dots = \dots \text{ m}$$

- b) Supponete ora che il blocchettino venga spostato di un tratto  $\Delta_0 = 10$  cm **dalla posizione di equilibrio**, e di qui, all'istante  $t_0 = 0$ , venga lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. A quale istante  $t'$  passerà (per la prima volta) per la posizione di equilibrio?

$$t' = \dots = \dots \text{ s}$$

# Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 21/11/2008

Nome e cognome: ..... Matricola: .....

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un oggetto puntiforme si muove su una circonferenza di raggio  $R = 50$  cm con accelerazione angolare **costante ed uniforme**  $\alpha$  (incognita). All'istante  $t_0 = 0$  l'oggetto **parte da fermo** dalla posizione angolare (misurata rispetto ad un riferimento polare)  $\theta_0 = \pi/3$ ; si sa che esso ripassa (la "prima volta") per questa stessa posizione angolare all'istante  $t' = 10$  s.

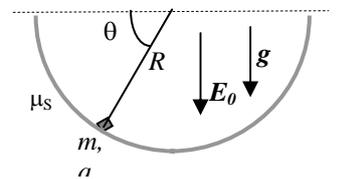
- a) Quanto vale la velocità **tangenziale**  $v'$  all'istante  $t'$  di cui sopra?

$$v' = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ m/s } t' =$$

- b) Quanto vale, **il modulo** dell'accelerazione  $a'$  dell'oggetto all'istante  $t'$  di cui sopra? [Ricordate che l'accelerazione è un vettore]

$$a' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots \text{ m/s}^2$$

2. Un oggetto puntiforme di massa  $m = 200$  g reca una carica elettrica  $q = 2.0 \times 10^{-3}$  C; esso può muoversi su una guida semicircolare di raggio  $R = 10$  cm (fissa, rigida ed indeformabile) disposta su un piano verticale come in figura. La superficie della guida è scabra e presenta coefficiente di attrito statico  $\mu_s = 0.50$  e attrito dinamico trascurabile (fisicamente questo non è molto ragionevole, ma qui supponiamo che sia possibile). Nella regione di interesse è presente un campo elettrico esterno, **costante ed uniforme**, di modulo  $E_0 = 500$  N/C e direzione verticale orientata verso il basso (vedi figura). La massa si trova in una posizione tale che il raggio diretto verso di essa forma un angolo  $\theta = \pi/3$  **rispetto all'orizzontale**. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che  $\sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$ , con  $3^{1/2} \sim 1.7$  e  $\cos(\pi/3) = 1/2$ ]



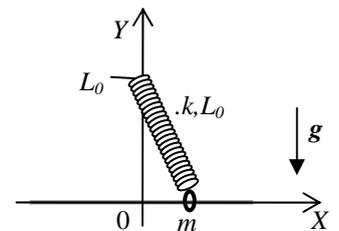
- a) Sapendo che, nella situazione appena descritta, l'oggetto si trova fermo in equilibrio, quanto vale in modulo la forza di attrito  $F_A$ ? [Verificate con attenzione]

$$F_A = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ N}$$

- b) Supponete ora che all'istante  $t_0=0$  il campo elettrico esterno  $E_0$  venga improvvisamente spento. Quanto vale, in modulo, l'accelerazione  $a_0$  con cui l'oggetto **comincia** a muoversi, se si muove?

$$a_0 = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ m/s}^2$$

3. Un'asta rigida ed indeformabile è fissa lungo l'asse  $X$  (**orizzontale**) di un sistema di riferimento cartesiano. Su questa asta può scorrere un piccolo anellino (da considerare puntiforme) di massa  $m = 50$  g. All'anellino è agganciata una molla di massa trascurabile, costante elastica  $k = 5.0$  N/m e lunghezza di riposo  $L_0 = 20$  cm. L'altro estremo della molla è vincolato nel punto di coordinate  $x = 0$  e  $y = L_0$  (l'asse  $Y$  è verticale e punta verso l'alto, si veda la figura per uno schema della situazione considerata). Ogni possibile forma di attrito può essere considerata **trascurabile**.



- a) Come si scrive l'equazione del moto  $a(x)$  dell'anellino? Qual è la posizione di equilibrio  $x_{EQ}$ ? [Non usate valori numerici nell'espressione dell'equazione del moto e fate riferimento all'asse  $X$  di figura, indicando con  $x$  la coordinata (generica) dell'anellino]

$$a(x) = \dots\dots\dots$$

$$x_{EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ m}$$

- b) Il moto dell'anellino è **sicuramente** (cioè per ogni scelta delle condizioni iniziali) armonico? Discutete in modo appropriato ed approfondito!

Discussione: ..... = .....

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 21/11/2008

Firma:

# Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 21/11/2008

Nome e cognome: .....

Matricola: .....

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un oggetto puntiforme è vincolato a muoversi su una circonferenza di raggio  $R = 0.50$  cm disposta sul piano orizzontale  $XY$ . All'istante  $t_0 = 0$  esso attraversa l'asse  $X$  del sistema di riferimento cartesiano avendo una velocità tangenziale di modulo  $v_0 = 5.0$  cm/s. Si osserva poi che esso si arresta quando raggiunge la posizione angolare  $\theta' = \pi/2$ ; si sa che il rallentamento avviene con un'accelerazione angolare **uniforme e costante**  $\alpha$  (incognita ed evidentemente negativa). [Usate un riferimento polare con origine coincidente con quella del sistema cartesiano e misurate la coordinata angolare rispetto all'asse  $X$ , come di consueto]

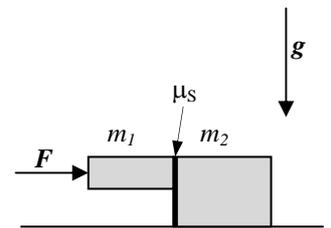
a) Quanto vale  $\alpha$ ?

$$\alpha = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ rad/s}^2$$

b) Quanto vale, il **modulo** dell'accelerazione  $a_0$  dell'oggetto all'istante  $t_0 = 0$ ? [Ricordate che l'accelerazione è un vettore]

$$a_0 = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ m/s}^2 \quad \pi^2+1)^{1/2} \sim 5.2 \times 10^{-3}$$

2. Avete due piccoli blocchi, di massa  $m_1 = 50$  g e  $m_2 = 100$  g, che sono posti a contatto fra di loro come indicato in figura. In particolare, il blocco di massa  $m_1$  risulta "sollevato" rispetto al piano orizzontale, mentre il blocco di massa  $m_2$  è a contatto con il piano orizzontale, dove può scorrere con **attrito trascurabile**. Invece, la superficie di contatto tra i due blocchi è scabra, e presenta un coefficiente di **attrito statico**  $\mu_s = 0.50$ . Sul blocco di massa  $m_1$  agisce una forza esterna  $F$  orizzontale, uniforme e costante e di modulo  $F = 2.5$  N. Si osserva che, in queste condizioni, i due blocchi si muovono "di conserva" verso la destra della figura, con un moto uniformemente accelerato con accelerazione di modulo  $a$  (incognita); inoltre il blocco di massa  $m_1$  **non scivola** verso il basso, cioè si trova in equilibrio in direzione verticale. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità; trascurate ogni possibile "ribaltamento" dei blocchi, che possono essere dotati solo di moto traslatorio (sono da considerare puntiformi...)]



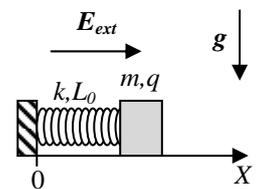
a) Quanto vale, nelle condizioni sopra descritte e se c'è, il modulo della forza di attrito  $F_A$  che si esercita alla superficie di contatto tra i due blocchi?

$$F_A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ N}$$

b) Potete affermare che la situazione descritta si verifica per qualsiasi valore di  $F$ ? Oppure per certi valori di  $F$  il blocco di massa  $m_1$  cade verso il basso? Discutete andando in profondità.

Discussione: .....

3. Un piccolo blocchettino di massa  $m = 200$  g (da considerare come un oggetto puntiforme) può muoversi con **attrito trascurabile** su un piano **orizzontale**. Il blocchettino, che reca una carica elettrica  $q = 1.0 \times 10^{-4}$  C, è agganciato ad una molla di massa trascurabile, lunghezza di riposo  $L_0 = 50$  cm e costante elastica  $k = 0.20$  N/m, il cui altro estremo è vincolato ad un muretto verticale, rigido ed indeformabile, posto all'origine dell'asse  $X$  (si veda la figura). Inizialmente nella regione di spazio di interesse è presente un campo elettrico esterno  $E_{ext}$  **costante ed uniforme**, di modulo incognito, diretto orizzontalmente nel verso positivo dell'asse  $X$ . In queste condizioni si osserva che il blocchettino si trova in equilibrio nella posizione  $x_0 = 80$  cm. [Fate uso dell'asse di riferimento  $X$  indicato in figura, con origine sul muretto]



a) Quanto vale il modulo del campo elettrico esterno  $E_{ext}$ ?

$$E_{ext} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ N/C}$$

b) Supponete ora che, all'istante  $t_0 = 0$ , il campo elettrico esterno venga improvvisamente dimezzato rispetto al valore precedente, cioè diventi  $E' = E_{ext}/2$ : la situazione non è più di equilibrio e il blocchettino comincia a muoversi. Come si scrive la sua **legge oraria** del moto,  $x(t)$ , per  $t > t_0$ ? In quale istante  $t'$  il blocchettino si arresta per la "prima volta"? [Nello scrivere la legge oraria del moto **non** usate valori numerici, ma tenete conto in modo opportuno delle **condizioni iniziali** del problema]

$$x(t) \dots\dots\dots$$

$$t' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ s}$$

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
Pisa, 21/11/2008

Firma: