

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 18/12/2009

Nome e cognome: **Matricola:**

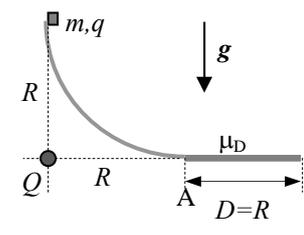
*Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Un oggetto puntiforme di massa m (nota) si muove con attrito trascurabile su un piano orizzontale sotto l'azione di una forza **conservativa e disuniforme** F , le cui componenti dipendono dalle coordinate x, y dell'oggetto secondo le funzioni: $F_x = Ax^2 + B$; $F_y = Cy$, dove A, B, C sono costanti (note) opportunamente dimensionate. Si sa che a un certo istante l'oggetto passa per l'origine del sistema di riferimento XY avendo una velocità di modulo (noto) v_0 , e che a un istante successivo esso passa per il punto di coordinate x_1, y_1 (note) con velocità di modulo v_1 . [Supponete che la dinamica dell'oggetto sia determinata solo dalla forza F]

a) Quanto vale v_1 ? [Ovviamente non dovete dare risultati numerici, ma esprimere la soluzione in funzione dei parametri letterali noti del problema; ricordate che, per $n \neq -1$, è $\int \xi^n d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$, con ξ variabile generica]

$v_1 =$

2. Un oggetto puntiforme di massa $m = 50$ g che reca una carica elettrica $q = 2.0 \times 10^{-5}$ C può muoversi lungo una guida rigida e indeformabile che ha la forma di un quarto di circonferenza di raggio $R = 2.5$ m e si trova, fissa, su un piano verticale. Come mostrato in figura, l'arco di circonferenza è raccordato con un tratto piano e orizzontale: l'arco di circonferenza presenta attrito **trascurabile**, mentre il tratto orizzontale è **scabro** e presenta un attrito **dinamico** con coefficiente μ_D (incognito). Nella posizione indicata in figura (corrispondente alla proiezione sull'asse orizzontale della "sommità" dell'arco di circonferenza, dove l'asse orizzontale ha direzione e quota del tratto orizzontale) si trova, **fissa nello spazio**, una carica puntiforme $Q = -q$ (la carica Q è "uguale e opposta" a q). Inizialmente l'oggetto si trova fermo alla "sommità" dell'arco come in figura, a causa di un operatore esterno (una manina) che lì lo tiene; ad un dato istante l'oggetto viene lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per l'accelerazione di gravità, il valore $\kappa_E = 9.0 \times 10^9$ N m²/C² per la costante del campo elettrico; può farvi comodo ricordare che, per $n \neq -1$, è $\int \xi^n d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$, con ξ generica]



a) Quanto vale, in **modulo**, la velocità v' con cui l'oggetto raggiunge "il termine" dell'arco di circonferenza, cioè passa per il punto A di figura?

$v' =$ m/s

b) Si osserva quindi che, dopo essere transitato per il punto A, l'oggetto si muove per un tratto $D = R = 2.5$ m lungo il piano orizzontale scabro, e poi si ferma. Quanto vale il coefficiente di attrito μ_D ?

$\mu_D =$

3. Due carrellini (puntiformi!) di massa rispettivamente $m_1 = m/4$ e $m_2 = m$, con $m = 0.50$ kg, si muovono con **attrito trascurabile** lungo l'asse X (orizzontale) di un sistema di riferimento. I due carrellini sono collegati da una molla di massa trascurabile, costante elastica $k = 10$ N/m e lunghezza di riposo $L_0 = 80$ cm (in pratica le due estremità della molla sono vincolate ai due carrelli); l'asse della molla rimane sempre parallelo all'asse X . All'istante $t_0 = 0$ i due carrellini si muovono con velocità v_{01} e v_{02} dirette **entrambe** nel verso positivo dell'asse X e di modulo rispettivamente $v_{01} = 2v_0$ e $v_{02} = v_0$, con $v_0 = 1.0$ m/s. Inoltre si sa che, all'istante t_0 , le coordinate dei due carrellini sono rispettivamente $x_{01} = 0$ (il carrellino 1 sta passando per l'origine dell'asse) e $x_{02} = L_0$. Con il passare del tempo il carrellino 1 si avvicina al 2 e la molla si comprime fino a raggiungere la compressione massima Δ_{MAX} .

a) Quanto vale, in modulo, la compressione massima della molla, Δ_{MAX} ?

$\Delta_{MAX} =$ m

b) Quanto vale l'istante t' in cui la molla raggiunge (per la prima volta) la massima compressione Δ_{MAX} ?

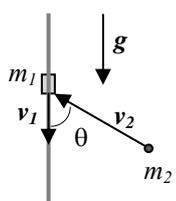
$t' =$ s

c) Quanto valgono all'istante t' (in cui la molla si trova alla massima compressione Δ_{MAX}) le **coordinate** x_1' e x_2' dei due carrellini? [La soluzione può essere algebricamente complicata: cercate almeno di impostarla correttamente!]

$x_1' =$ m

$x_2' =$ m

4. Un manicotto di massa $m_1 = m = 2.0$ kg può scorrere con attrito trascurabile lungo una guida rigida (un tondino) disposta in direzione verticale. Ad un certo istante il manicotto si muove verso il basso con velocità di modulo $v_1 = 1.2$ m/s; in questo stesso istante (ovvero immediatamente dopo) nel manicotto si conficca un proiettile di massa $m_2 = m/5$ che impatta sul manicotto avendo, subito prima dell'urto, la velocità v_2 diretta come in figura (il proiettile arriva "dal basso" e l'angolo, misurato rispetto alla verticale, vale $\theta = \pi/3$) e di modulo $v_2 = 5v_1$. [Tenete in debito conto che il processo di urto è praticamente **istantaneo**; ricordate che $\cos(\pi/3) = 1/2$ e $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$]



a) Quanto vale la velocità v' con cui il sistema manicotto+proiettile (conficcato) si muove **subito dopo** l'urto?

$v' =$ m/s

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 18/12/2009

Firma:

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 18/12/2009

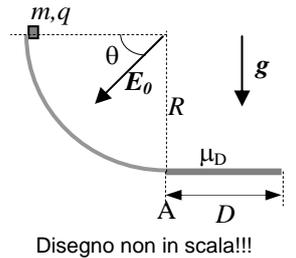
Nome e cognome:

Matricola:

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un oggetto puntiforme di massa m si muove con attrito trascurabile lungo l'asse X sotto l'effetto di una forza **conservativa** F unidimensionale (cioè diretta lungo lo stesso asse X) a cui è associata l'energia potenziale $U(x) = Ax^3 + Bx^2 + C$, con A, B, C costanti (note) opportunamente dimensionate, tutte e tre positive. [Supponete che non ci siano altre forze all'infuori di F]
- a) Quali sono le posizioni di equilibrio x_{EQ} dell'oggetto? A quale tipo di equilibrio (stabile, instabile, indifferente) corrispondono? Discutete per benino in brutta. [Ovviamente non dovete dare risultati numerici, ma esprimere la soluzione in funzione dei parametri letterali noti del problema; ricordate che, per $n \neq -1$, è $d\xi^n/d\xi = n\xi^{n-1}$, con ξ variabile generica]
- $x_{EQ} = \dots\dots\dots$
 Discussione:

2. Un oggetto puntiforme di massa $m = 50$ g che reca una carica elettrica $q = 2.0 \times 10^{-3}$ C può muoversi lungo una guida rigida e indeformabile che ha la forma di un quarto di circonferenza di raggio $R = 2.5$ m e si trova, fissa, su un piano verticale. Come mostrato in figura, l'arco di circonferenza è raccordato con un tratto piano e orizzontale: l'arco di circonferenza presenta attrito **trascurabile**, mentre il tratto orizzontale è **scabro** e presenta un attrito **dinamico** con coefficiente μ_D (incognito). In **tutta la regione di interesse** agisce un campo elettrico esterno E_0 , **uniforme e costante**, di modulo $E_0 = 7.0 \times 10^2$ N/C diretto come indicato in figura (l'angolo vale $\theta = \pi/4$). Inizialmente l'oggetto si trova fermo alla "sommità" dell'arco, a causa di un operatore esterno (una manina) che lì lo tiene; ad un dato istante l'oggetto viene lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per l'accelerazione di gravità]

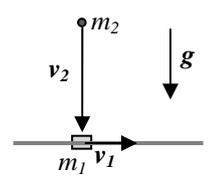


Disegno non in scala!!!

- a) Quanto vale, in **modulo**, la velocità v' con cui l'oggetto raggiunge "il termine" dell'arco di circonferenza, cioè passa per il punto A di figura?
 $v' = \dots\dots\dots$ m/s
- b) Si osserva quindi che, dopo essere transitato per il punto A, l'oggetto si muove per un tratto $D = 1.0$ m lungo il piano orizzontale scabro, e poi si ferma. Quanto vale il coefficiente di attrito μ_D ? [Tenete conto che il campo elettrico continua a fare i suoi effetti, se li fa, anche quando l'oggetto si muove sul piano, dato che esso è presente in tutta la regione di interesse]
- $\mu_D = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$

3. Due carrellini (puntiformi!) di massa rispettivamente $m_1 = m$ e $m_2 = 2m$, con $m = 0.50$ kg, si muovono con **attrito trascurabile** lungo l'asse X (orizzontale) di un sistema di riferimento. I due carrelli sono collegati da una molla di massa trascurabile, costante elastica $k = 3.0$ N/m e lunghezza di riposo $L_0 = 0.50$ m (in pratica le due estremità della molla sono vincolate ai due carrelli); l'asse della molla rimane sempre parallelo all'asse X . All'istante $t_0 = 0$ il carrellino di massa m_1 è fermo all'origine del sistema di riferimento, mentre il carrellino di massa m_2 passa per la coordinata $x_{02} = L_0$ con una velocità di modulo $v_0 = 0.90$ m/s diretta nel verso positivo dell'asse X . Con il passare del tempo, si osserva che il carrellino 2 si allontana dal carrellino 1 e la molla si estende fino a raggiungere (per la prima volta) l'estensione massima Δ_{MAX} .
- a) Quanto vale, in modulo, l'estensione massima della molla, Δ_{MAX} ?
 $\Delta_{MAX} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ m
- b) Quanto vale l'istante t' in cui la molla raggiunge (per la prima volta) la massima estensione Δ_{MAX} ?
 $t' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ s
- c) Quanto valgono all'istante t' le **coordinate** x_1' e x_2' dei due carrellini? [La soluzione può essere algebricamente complicata: cercate almeno di impostarla correttamente!]
 $x_1' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ m
 $x_2' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ m

4. Un manicotto di massa $m_1 = m = 2.0$ kg può scorrere con attrito trascurabile lungo una guida rigida (un tondino) disposta in direzione orizzontale. Ad un certo istante il manicotto si muove verso "destra" con velocità di modulo $v_1 = 1.0$ m/s; in questo stesso istante (ovvero immediatamente dopo) nel manicotto si conficca un proiettile di massa $m_2 = m/6$ che impatta sul manicotto avendo, subito prima dell'urto, la velocità v_2 diretta verticalmente verso il basso, come mostrato in figura, e di modulo $v_2 = 3v_1$.
- a) Quanto vale la variazione ΔE_{KTOT} di energia cinetica **totale** del sistema manicotto+proiettile (conficcato) nel processo? [Considerate la differenza tra l'energia cinetica totale subito dopo e subito prima l'urto]
- $\Delta E_{KTOT} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ J



Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
 Pisa, 18/12/2009

Firma:

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 18/12/2009

Nome e cognome:

Matricola:

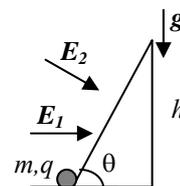
Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un oggetto puntiforme di massa m (nota) si muove con attrito trascurabile su un piano orizzontale essendo vincolato (ad esempio tramite una guida) a percorrere una traiettoria rettilinea che passa per la **bisettrice** (III-I quadrante) del piano. Sull'oggetto agiscono **due** distinte forze **conservative** F_1 ed F_2 , dirette rispettivamente lungo l'asse X e lungo l'asse Y del riferimento considerato. F_1 ha modulo **costante e uniforme**, di valore uguale ad A (noto); F_2 , invece, è **disuniforme** e dipende dalla coordinata y secondo la funzione: $F_2(y) = By^2$, con B costante (nota) opportunamente dimensionata. Si sa che a un certo istante l'oggetto passa per l'origine del sistema di riferimento XY avendo una velocità di modulo (noto) v_0 , e che a un istante successivo esso si trova a distanza d (nota) dall'origine avendo una velocità di modulo v_1 . [La distanza è ovviamente misurata lungo la bisettrice del piano; inoltre supponete che la dinamica dell'oggetto sia determinata solo dalla forza F]

- a) Quanto vale v_1 ? [Ovviamente non dovete dare risultati numerici, ma esprimere la soluzione in funzione dei parametri letterali noti del problema; ricordate che, per $n \neq -1$, è $\int \xi^n d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$, con ξ variabile generica]

$$v_1 = \dots\dots\dots$$

2. Un punto materiale di massa $m = 80$ g reca una carica elettrica $q = 2.0 \times 10^{-3}$ C. Inizialmente tale punto si trova **fermo** alla base di un piano inclinato di altezza $h = 20$ cm che forma un angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale. Ad un dato istante vengono simultaneamente e istantaneamente accesi due campi elettrici esterni **uniformi e costanti** E_1 ed E_2 , entrambi di modulo $E_0 = 7.0 \times 10^2$ N/C e agenti sull'intera regione di interesse. Le direzioni dei campi sono quelle indicate in figura: in particolare, E_1 è orizzontale, mentre E_2 è ortogonale al piano inclinato. In seguito all'accensione dei campi elettrici si osserva che il punto sale lungo il piano inclinato. [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $\sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $\cos(\pi/3) = 1/2$]



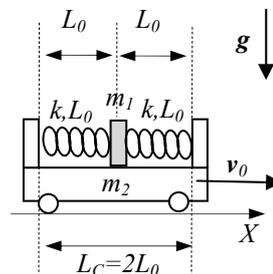
- a) Considerate per questa domanda che il punto materiale possa muoversi sul piano inclinato con **attrito trascurabile**. Quanto vale, in **modulo**, la velocità v' con cui il punto arriva alla sommità del piano inclinato, se ci arriva?

$$v' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots \text{ m/s}$$

- b) Immaginate ora che il punto si muova invece sul piano inclinato subendo **attrito dinamico** con coefficiente $\mu_D = 0.80$. Quanto vale, in questo caso, il **modulo** della velocità v'' con cui il punto arriva alla sommità del piano inclinato, se ci arriva?

$$v'' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots \text{ m/s}$$

3. Un oggetto **puntiforme** di massa $m_1 = m/4$ può scorrere con **attrito trascurabile** sul piano di un carrellino di massa $m_2 = m$, con $m = 0.50$ kg, il quale può a sua volta muoversi con **attrito trascurabile** lungo l'asse X (orizzontale) di un sistema di riferimento. Come rappresentato in figura, il carrellino è dotato di due sponde rigide, a cui sono vincolate due molle di massa trascurabile, identiche fra loro e con costante elastica $k = 5.0$ N/m e lunghezza di riposo $L_0 = 50$ cm; gli "altri due" estremi di queste molle sono uniti all'oggetto (**puntiforme!**) di massa m_1 . L'asse delle due molle rimane sempre parallelo all'asse X e la lunghezza del piano del carrellino è $L_C = 2L_0$. All'istante $t_0 = 0$ il carrellino si sta muovendo nel verso positivo dell'asse X con velocità di modulo $v_0 = 1.0$ m/s mentre la velocità dell'oggetto, misurata rispetto all'asse X (fisso), è nulla. Inoltre si sa che in questo istante l'oggetto si trova nel punto di mezzo del piano, cioè ad una distanza $L_C/2 = L_0$ dalle due sponde. Con il passare del tempo, l'oggetto si avvicina alla sponda "di sinistra" (rispetto alla figura), fino a raggiungere una distanza minima d_{MIN} da essa.



- a) Quanto vale, in modulo, la distanza minima d_{MIN} tra oggetto e sponda "di sinistra"?

$$d_{MIN} = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ m}$$

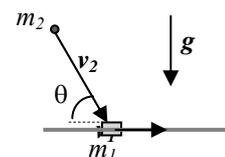
- b) Quanto vale l'istante t' in cui si l'oggetto raggiunge (per la prima volta) la distanza minima d_{MIN} rispetto alla sponda "di sinistra"? [Può farvi comodo ricordare che le due molle considerate (collegate in parallelo) danno luogo allo stesso comportamento elastico di una singola molla dotata di costante elastica "efficace" $k' = 2k$ e lunghezza di riposo L_0]

$$t' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots \text{ s}$$

- c) Quanto vale lo spostamento Δx_2 che il carrello compie nell'intervallo di tempo fra $t_0=0$ e l'istante t' determinato alla soluzione del punto precedente? [Fate attenzione: il problema è simile, ma non identico, a quelli svolti in classe!]

$$\Delta x_2 = \dots\dots\dots \sim \dots\dots \text{ m}$$

4. Un manicotto di massa $m_1 = m = 2.0$ kg può scorrere con attrito trascurabile lungo una guida rigida (un tondino) disposta in direzione orizzontale. Inizialmente il manicotto si muove con velocità v_1 diretta nel verso positivo dell'asse X (parallelo alla guida) e di modulo $v_1 = 0.80$ m/s. Ad un dato istante nel manicotto si conficca un proiettile di massa $m_2 = m/5$ che impatta sul manicotto avendo, subito prima dell'urto, la velocità v_2 diretta come in figura (il proiettile proviene "da sinistra" e l'angolo indicato, misurato rispetto all'orizzontale, vale $\theta = \pi/3$) e di modulo $v_2 = 5v_1$. [Ricordate che $\cos(\pi/3) = 1/2$ e $\sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$]



- a) Quanto vale la velocità v' con cui il sistema manicotto+proiettile (conficcato) si muove subito dopo l'urto?

$$v' = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ m/s}$$

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 18/12/2009

Firma: