

Corso di Laurea STC Chim Curr Appl. – “Compito per casa di Fisica” n. 5

Nome e cognome: **Matricola:**

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare “brutte copie” o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. Un’asta di massa $M = 10.0 \text{ Kg}$, lunghezza $L = 3.00 \text{ m}$ e sezione di area $A = 10.0 \text{ cm}^2$, è realizzata con un materiale disomogeneo.

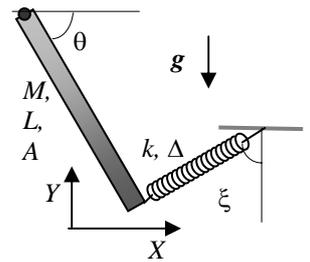
a) Sapendo che, detta x la distanza da un estremo dell’asta, la densità di massa varia in funzione di x secondo la legge $\rho(x) = \rho_0 x^2/L^2$, quanto vale il coefficiente ρ_0 ?

$\rho_0 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ Kg/m}^3$

b) A quale distanza x_{CM} misurata rispetto all’estremo $x = 0$ dell’asta si trova il suo centro di massa?

$x_{CM} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$

c) Supponete ora che questa asta possa ruotare **senza attrito** su un piano verticale e attorno ad un perno passante per il suo estremo $x = 0$. Supponete anche che all’altro estremo dell’asta sia attaccata una molla, di massa trascurabile e costante elastica $k = 30.0 \text{ N/m}$ e che l’altro estremo della molla sia vincolato ad un solaio rigido ed indeformabile. La figura rappresenta la situazione di equilibrio, che si verifica quando la molla è diretta **ortogonalmente** all’asta, mentre l’asta forma un angolo $\theta = 60$ gradi rispetto all’orizzontale. Quanto vale l’allungamento Δ della molla in queste condizioni? [Usate il valore numerico $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ per il modulo dell’accelerazione di gravità]



$\Delta = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$

d) Quanto valgono, in queste condizioni di equilibrio, le componenti “orizzontali” e “verticali”, rispettivamente N_X ed N_Y , della reazione vincolare esercitata dal perno sull’asta? [Usate il sistema di riferimento XY indicato in figura e state attenti a esprimere bene le componenti delle forze!]

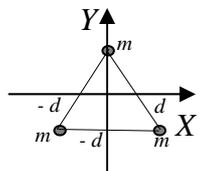
$N_X = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ N}$

$N_Y = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ N}$

e) Supponete ora che, ad un dato istante, la molla si spezzi **istantaneamente**: l’asta non è più in equilibrio e comincia a ruotare attorno al perno. Quanto vale, in modulo, l’accelerazione **lineare** a (cioè riferita al moto di traslazione, per intenderci quella che si misura in m/s^2) che possiede l’estremo $x = L$ dell’asta subito all’inizio del suo moto?

$a = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ m/s}^2$

2. Il sistema materiale di figura è costituito da tre corpi puntiformi identici di massa $m = 0.60 \text{ Kg}$, tenuti insieme da un sistema di aste **rigide di massa trascurabile**. Nel sistema di riferimento indicato in figura, i tre corpi giacciono sul piano $z = 0$ e si trovano rispettivamente nelle posizioni $\mathbf{r}_1 = (-d, -d)$, $\mathbf{r}_2 = (0, d)$, $\mathbf{r}_3 = (d, -d)$, con $d = 30 \text{ cm}$. [Notate che i tre corpi si trovano ai vertici di un triangolo isoscele “indeformabile”]



f) Qual è la posizione $\mathbf{r}_{CM} = (x_{CM}, y_{CM})$ del centro di massa del sistema?

$x_{CM} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$

$y_{CM} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ m}$

g) Quanto vale il momento di inerzia I_0 per una rotazione del sistema attorno all’asse Z ?

$I_0 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ Kg m}^2$

h) Quanto vale il momento di inerzia I' per una rotazione del sistema attorno ad un asse parallelo all’asse Z e passante per la posizione del corpo 1?

$I' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ Kg m}^2$

i) Quanto vale il momento di inerzia I_{CM} per una rotazione del sistema attorno ad un asse parallelo all’asse Z e passante per la posizione del centro di massa? [Ricordate che potete anche usare il “teorema degli assi paralleli”, che recita: $I = I_{CM} + MD^2$, dove il significato dei vari termini dovete saperlo voi!]

$I_{CM} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ Kg m}^2$

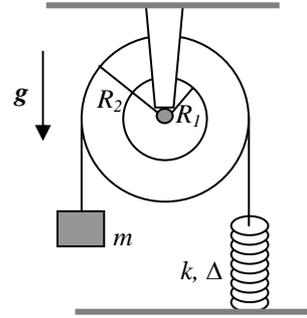
j) Supponete ora che sui tre corpi agiscano rispettivamente le forze (costanti) $\mathbf{F}_1 = (-f, 0)$, $\mathbf{F}_2 = (f, f)$, $\mathbf{F}_3 = (f, 0)$, con $f = 1.8$ N. Cosa potete dire del moto del sistema? Quanto valgono l'accelerazione del centro di massa, \mathbf{a}_{CM} , e l'accelerazione angolare α per rotazioni attorno al centro di massa?

Commento:

$\mathbf{a}_{CM} = (\dots, \dots) = \dots \text{ m/s}^2$

$\alpha = \dots \sim \dots \text{ rad/s}^2$

3. Due dischi omogenei di identico spessore e raggio diverso, R_1 ed $R_2 = 2R_1$, sono montati faccia a faccia, concentrici e solidali l'un l'altro. Due corde inestensibili e di massa trascurabile sono avvolte attorno alle superfici laterali dei due dischi, e le condizioni sono tali che queste corde non slittano sulle superfici laterali quando il sistema costituito dai due dischi ruota, **senza attrito**, attorno ad un perno passante per l'asse dei due dischi. L'intero sistema dei due dischi è appeso ad un solaio indeformabile, come rappresentato in figura dove si dà una vista frontale del tutto (è la situazione tipica di una "carrucola a doppio raggio"). La corda avvolta attorno al disco di raggio R_1 termina con una massa puntiforme m , mentre la corda avvolta al disco di raggio R_2 è attaccata all'estremo di una molla di massa trascurabile e costante elastica k vincolata al pavimento (vedi figura). [Il problema non ha valori numerici, e quindi dovete dare le risposte in funzione dei parametri letterali noti]



a) Sapendo che il disco di raggio R_1 ha momento di inerzia I_1 e supponendo che i dischi siano **omogenei** e fatti **dello stesso materiale**, quanto vale I_2 ? [Considerate momenti di inerzia per rotazioni rispetto all'asse dei dischi, ricordate che, dal testo del problema, $R_2 = 2R_1$, e notate che la densità di massa è la stessa nei due casi]

$I_2 = \dots$

b) Quanto vale all'equilibrio l'allungamento Δ della molla?

$\Delta = \dots$

c) Immaginate ora di prendere in mano il corpo puntiforme, e di spostarlo dalla sua posizione di equilibrio verso il basso per un tratto $L=2\Delta$ per poi lasciarlo andare con **velocità iniziale nulla**; esso, come vi suggerisce il buon senso, si sposterà verso l'alto. Quanto vale la velocità angolare ω dei dischi quando il corpo ripassa per la posizione di equilibrio (quella determinata al punto precedente)? [Ricordate che il moto avviene con attriti trascurabili!]

$\omega = \dots$