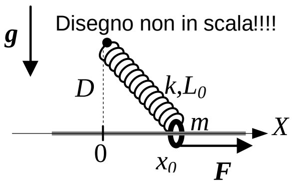
Corso di Laurea CIA – ESAME DI FISICA GENERALE - 13/1/2010

Nome e cognome: …………………………………………………………. Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1. Un anello di massa m = 1.0 kg e dimensioni trascurabili può scorrere **con attrito trascurabile** lungo una guida rigida (un tondino) disposta in direzione orizzontale. L'anello è attaccato a una molla di massa trascurabile, costante elastica k = 25 N/m e lunghezza di riposo L_0 = 1.0 m il cui altro estremo è inchiodato a una parete verticale nella posizione indicata in figura (la distanza tra il chiodo e la guida è $D = 2L_0$ = 2.0 m); la figura mostra anche l'asse X che dovete usare (orizzontale come la guida e centrato sulla "verticale" del chiodo). [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

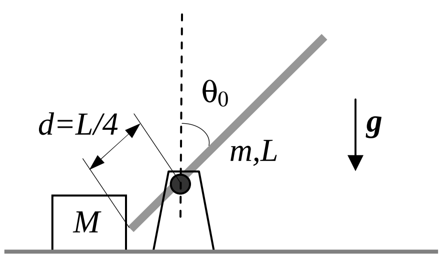


a) Inizialmente l'anello è sottoposto a una forza esterna di modulo F , direzione orizzontale e verso come in figura, che mantiene l'anello in **equilibrio** nella posizione $x_0 = L_0$ = 1.0 m. Quanto vale il modulo della forza F?
F = …………………………………… ~ ……… N $kL_0(1-5^{-1/2})$ ~ 14 N   [per l'equilibrio è necessario che la sommatoria delle forze in direzione X sia nulla. Le forze presenti in questa direzione sono la forza esterna F e la componente orizzontale della forza elastica F_{EX} che hanno versi opposti e modulo uguale (per l'equilibrio). Il modulo della componente orizzontale della forza elastica è, indicando con θ l'angolo compreso tra l'asse della molla e l'asse X, $|F_{EX}| = k|\Delta|\cos\theta$, dove $\Delta = L - L_0$, con $L = (D^2+x_0^2)^{1/2} = 5^{1/2}L_0$ e $\cos\theta = x_0/L = 1/5^{1/2}$. Da qui la soluzione]

b) Supponete che, a un dato istante, la forza esterna venga improvvisamente rimossa; di conseguenza, l'anello comincia a muoversi. Quanto vale la velocità v' con cui esso passa per la posizione x = 0?
v' = …………………………………… ~ ……… m/s $((k/mL_0^2((5^{1/2}-1)^2-1)^{1/2}$ ~ 2.6 m/s   [essendo l'attrito trascurabile, si conserva l'energia meccanica dell'anello, cioè $0 = \Delta E_K + \Delta U$. Poiché l'anello parte da fermo, è $\Delta E_K = (m/2)v'^2$. Inoltre l'unica forza (conservativa) che fa lavoro è la forza elastica; dunque $\Delta U = \Delta U_{ELA} = (k/2)\Delta^2-(k/2)\Delta_0^2$, dove Δ_0 e Δ sono rispettivamente gli allungamenti della molla quando l'anello è nella posizione x=0 e x_0.(fate attenzione alla simbologia, che risulta un po' confusa…). Per il teorema di Pitagora è $\Delta = (5^{1/2}-1)L_0$, come calcolato nella risposta precedente, mentre $\Delta_0 = D - L_0 = L_0$. Quindi si ottiene $0 = (m/2)v'^2-(k/2)L_0^2((5^{3/2}-1)^2 -1))$, da cui la soluzione]

c) Immaginate ora che, nella posizione x = 0, si trovi (**inizialmente fermo**) un altro anello di massa $M = 2m$, anch'esso di dimensioni trascurabili e libero di muoversi con attrito trascurabile lungo la guida. Quando il primo anello arriva nella posizione x = 0 si verifica un **urto elastico** tra i due anelli. Quanto vale, subito dopo l'urto, la velocità v'' del primo anello (quello di massa m)? [Esprimete anche il segno rispetto all'asse di figura]
v'' = …………………………………… ~ ……… m/s $v'/3$ ~ 0.88 m/s [il problema è sostanzialmente quello di un urto elastico centrale (il moto avviene solo in direzione orizzontale) tra un corpo di massa m che si muove con velocità v' calcolata sopra (e diretta nel verso negativo dell'asse X) e un corpo di massa M che è inizialmente fermo. Nel processo si conserva la quantità di moto (il sistema è isolato lungo X nel breve periodo dell'urto) e l'energia cinetica complessiva. Si ha quindi: $-mv'=MV''+mv''$, dove il segno negativo è usato perché v' calcolata nella risposta precedente è un modulo, da cui, tenendo conto della relazione tra le masse: $V'' = -(v'+v'')/2$; inoltre è anche: $(m/2)v'^2=(m/2)v''^2+(M/2)V''^2$, ovvero, usando sempre la relazione tra le masse data nel testo: $v'^2-v''^2=2V''^2$. Risolvendo il sistema delle due equazioni appena scritte si ottiene la soluzione]

2. Una sottile asta **omogenea** di massa m = 10 kg e lunghezza L = 4.9 m è imperniata in modo da poter ruotare con **attrito trascurabile** su un piano verticale attorno ad un perno passante per un punto che si trova a distanza $d = L/4$ da un suo estremo, come rappresentato in figura. Volete fare in modo che l'asta stia in equilibrio formando un angolo $\theta_0 = \pi/4$ rispetto alla verticale. A questo scopo mettete un suo estremo a contatto con una cassa rigida di massa $M = 2m$ = 20 kg poggiata su un pavimento **scabro,** che presenta un coefficiente di attrito statico μ = 0.80. La configurazione è tale che la cassa non si "ribalta" e rimane poggiata sul pavimento. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $\sin(\pi/4) = \cos(\pi/4)$ ~ 0.71]

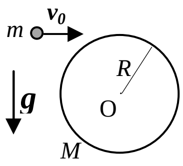


a) Nelle condizioni sopra descritte, si osserva che l'asta rimane effettivamente in equilibrio. Quanto vale, in modulo, la forza di attrito F_A che si esercita tra piano e cassa in queste condizioni?
F_A = …………………………….. ~ ……….. N $mgtg\theta_0$ = 98 N [se la cassa è ferma la forza di attrito statico $\boldsymbol{F_A}$ deve essere uguale in modulo alla forza che la cassa esercita sull'estremità dell'asta; l'equilibrio rotazionale dell'asta è garantito da questa forza (applicata al punto di contatto tra asta e cassa e diretta verso la destra della figura), il cui momento rispetto al perno deve bilanciare il momento della forza peso, applicata al centro di massa dell'asta (che si trova al punto di mezzo). Tenendo conto della geometria del problema si ha $0 = mg(L/4)\sin\theta_0 - F_A(L/4)\cos\theta_0$, avendo scelto come positivo il verso di rotazione orario dell'asta attorno al perno. Si ha quindi: $F_A = mgtg\theta_0$. Osservate che, per definizione, $F_{A,MAX} = Mg\mu > F_A = mgtg\theta_0$, per cui la situazione di equilibrio proposta è effettivamente realizzata]

b) Supponete ora che, ad un dato istante, la cassa venga improvvisamente rimossa: l'asta comincia quindi a ruotare attorno al perno con velocità angolare iniziale nulla. Quanto vale la velocità angolare ω di rotazione dell'asta nell'istante in cui essa si trova a passare per la posizione orizzontale (cioè quando l'angolo indicato in figura vale $\theta = \pi/2$)?

ω = …………………………….. ~........... rad/s $((2mg(L/4)\cos\theta_0)/I')^{1/2} = ((24/7)(g/L)\cos\theta_0)^{1/2}$ ~ 2.2 rad/s
[dalla conservazione dell'energia meccanica: $0 = \Delta E_k + \Delta U_g = (I'/2)\omega^2 - mg(L/4)\cos\theta_0$, dove si è presa come variazione dell'energia potenziale gravitazionale quella dovuta alla variazione di quota del centro di massa dell'asta, che vale $\Delta z = -(L/4)\cos\theta_0$. Inoltre il momento di inerzia I', relativo alla rotazione dell'asta omogenea rispetto al polo considerato, si trova a partire dal momento di inerzia rispetto a un asse passante per il centro di massa, $I_{CM} = (m/12)L^2$, usando il teorema degli assi paralleli: $I' = I_{CM}+m(L/4)^2 = (7/48)mL^2$, da cui la soluzione]

3. Un cilindro omogeneo di massa M = 1.0 kg e raggio R = 10 cm è imperniato sul suo asse (punto O) in modo da poter ruotare **con attrito trascurabile** su un piano verticale. Inizialmente il cilindro è fermo; ad un dato istante un piccolo oggetto di massa $m = M/20$ = 50 g incide sulla superficie laterale del cilindro avendo una velocità diretta **orizzontalmente** di modulo v_0 = 10 m/s. Il piccolo oggetto penetra poi all'interno del cilindro, rimanendovi **conficcato**. La figura rappresenta una schematizzazione del problema prima dell'impatto tra oggetto e cilindro: si noti che la traiettoria dell'oggetto è tangente alla superficie laterale del cilindro (le dimensioni del piccolo oggetto sono davvero così piccole che esso può ritenersi puntiforme e la penetrazione all'interno del materiale del cilindro coinvolge anch'essa distanze trascurabili).



a) Quanto vale, in modulo, la velocità angolare ω del cilindro **subito dopo** l'impatto? [Fate attenzione a considerare quali grandezze si conservano nel processo!]
ω = …………………………………… = ……… rad/s $v_0/(11R)$ = 9.1 rad/s [nel processo si conserva solamente il momento angolare; infatti l'urto è anelastico e non si conserva l'energia cinetica del sistema. Inoltre il sistema non può essere considerato isolato a causa delle forze impulsive trasmesse dal perno. Però tali forze hanno braccio, e dunque momento delle forze, nullo rispetto al polo di rotazione (il perno), per cui si conserva il momento angolare complessivo del sistema (si intende in direzione assiale, quella ortogonale al foglio). La conservazione del momento angolare, considerando gli istanti immediatamente precedenti e successivi all'impatto, si scrive: $mv_0R = I\omega + mv'R$., dove $v' = \omega R$ (l'oggetto resta conficcato nel cilindro). Poiché $I = (M/2)R^2$, usando la relazione tra le masse data nel testo si ottiene la soluzione. Ovviamente alla stessa soluzione si arriva anche considerando il sistema (dopo l'urto) come un corpo rigido in rotazione, con momento di inerzia dato dalla somma di quello del cilindro e di quello dell'oggetto (quest'ultimo pari a mR^2)]

b) Quanto vale la differenza di energia cinetica ΔE_K tra la situazione **subito** dopo e **subito** prima dell''impatto?
ΔE_K= …………………………………… ~ …….. J $(I/2)\omega^2 +(m/2)(\omega^2R^2-v_0^2) = (m/2)v_0^2(1/11-1)$ = - 2.3 J
[il calcolo è immediato ricordando che, dopo l'urto, l'energia cinetica compete sia all'oggetto che al cilindro. Il risultato, che si ottiene usando la relazione tra le masse data nel testo, è ovviamente negativo, a indicare che parte dell'energia cinetica iniziale è stata spesa attraverso il processo di penetrazione e arresto dell'oggetto nel materiale che costituisce il cilindro]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 13/1/2010 Firma: