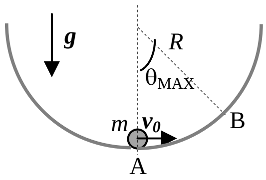
Corso di Laurea CIA – ESAME DI FISICA GENERALE - 1/2/2010

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1. Un oggetto (puntiforme) di massa m = 1.0 kg può muoversi con **con attrito trascurabile** su una guida rigida e fissa che ha la forma di una semicirconferenza di raggio R = 5.0 m e si trova su un piano verticale, come rappresentato in figura. Ad un certo istante l'oggetto passa per il punto "più in basso" della guida (indicato come punto "A" in figura) avendo una velocità di modulo v_0 = 7.0 m/s (diretta verso la destra, in figura). [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Quanto vale, in modulo, la reazione vincolare N che la guida esercita sull'oggetto nell'istante in cui esso passa per il punto "A"?

N = ………………………………… = ……… N $mv_0^2/R+mg$ = 20 N [l'oggetto si sta muovendo su una circonferenza di raggio R con velocità (tangenziale) v_0 ; dunque esso risente di un'accelerazione centripeta di modulo $a_C = v_0^2/R$ e direzione verticale verso l'alto (rispetto alla figura). Le forze che agiscono sull'oggetto sono il peso mg , diretto verticalmente verso il basso, e la reazione vincolare N , diretta verticalmente verso l'alto. Dunque, facendo attenzione ai segni, deve essere: $ma_C = N – mg$, da cui la soluzione]

b) Dopo essere passato per il punto "A", l'oggetto "risale" lungo la guida fino a fermarsi in un certo punto "B". Quanto vale il coseno dell'angolo θ_{MAX} compreso tra la direzione verticale e il raggio vettore spiccato dal centro della circonferenza e il punto "B"? Quanto vale, nell'istante di arresto, il modulo della forza totale F che agisce sull'oggetto? [Per capire cosa è $\cos\theta_{MAX}$ osservate la figura]

$\cos\theta_{MAX}$ = ………………………………… = ……… $2gR/v_0^2-1$ = ½ [essendo l'attrito trascurabile, si conserva l'energia meccanica dell'oggetto, cioè $0 = \Delta E_K + \Delta U$. Poiché l'oggetto si arresta al punto "B", è $\Delta E_K = -(m/2)v_0^2$. Inoltre l'unica forza (conservativa) che fa lavoro è la forza peso, per cui $\Delta U = mgR(1-\cos\theta_{MAX})$, come si può facilmente dedurre sulla base di semplici ragionamenti di trigonometria. Da qui esce la soluzione]

F = ………………………………… ~ ……… N $mg\sin\theta_{MAX} = mg(1-\cos^2\theta_{MAX})^{1/2}$ ~ 8.5 N [sull'oggetto agiscono sempre la forza peso e la reazione vincolare. Nel punto "B" l'oggetto si ferma, e dunque non c'è accelerazione centripeta. Pertanto la reazione vincolare è uguale e opposta alla componente radiale della forza peso, e l'unica componente "attiva" della forza è la componente tangenziale della forza peso, che si esprime come in risposta]

2. Un trenino è composto da due carrellini uguali, entrambi di massa m = 1.0 kg, collegati da una molla di costante elastica k = 2.0 N/m e massa trascurabile. Il trenino si muove **con attrito trascurabile** lungo una direzione **orizzontale** (asse X). Inizialmente i due carrelli si muovono entrambi con la stessa velocità di modulo v_0 = 5.0 m/s e la molla si trova compressa per un tratto Δ_0 = 10 cm ; la compressione della molla è mantenuta da una fune che, all'istante t_0 = 0, viene improvvisamente tagliata. Si osserva allora che la molla comincia a distendersi fino a raggiungere un'estensione massima il cui valore assoluto è Δ_{MAX}. [Notate che le estremità della molla rimangono sempre agganciate ai due carrellini; supponete inoltre che l'asse della molla rimanga sempre parallelo all'asse X]

a) Quanto vale Δ_{MAX}? [Spiegate per bene in brutta il procedimento adottato!]

Δ_{MAX} = …………………………….. ~ .... m Δ_0 = 0.10 m [sul sistema non agisce attrito, dunque l'energia meccanica si conserva, cioè $0 = \Delta E_K+\Delta U$. Dette v_1 e v_2 le velocità dei due carrellini all'istante di massima estensione della molla, si ha $\Delta E_K = (m/2)(v_1^2+v_2^2) – (m/2)(2v_0^2)$. L'unica forza conservativa che fa lavoro è la forza elastica, per cui $\Delta U = \Delta U_{ELA} = (k/2)(\Delta_{MAX}^2-\Delta_0^2)$. Inoltre il sistema è isolato lungo l'asse X, per cui si conserva la quantità di moto totale in questa direzione, cioè $2mv_0 = m(v_1+v_2)$, ovvero $2v_0 = v_1+v_2$. Le due equazioni di conservazione danno luogo a un sistema di due equazioni e tre incognite. Per la soluzione occorre trovare un'altra equazione. Poiché l'istante, o configurazione, considerata è quella di massima estensione della molla, occorre che $v_1 = v_2$. Se si deve conservare la quantità di moto, è allora necessario che $v_1 = v_2 = v_0$. La conservazione dell'energia meccanica stabilisce allora $\Delta_{MAX}^2 = \Delta_0^2$, da cui la soluzione (esprimendo i valori assoluti della compressione/estensione della molla, il segno è lo stesso, ma ovviamente la configurazione fisica è diversa)]

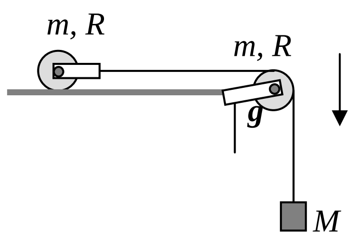
b) Quanto valgono, nell'istante in cui la molla raggiunge la massima estensione Δ_{MAX}, le velocità v_1 e v_2 dei due carrellini?

v_1 = …………………………….. =........... m/s v_0 = 5.0 m/s v_2 = …………………………….. =........... m/s v_0 = 5.0 m/s [vedi sopra]

c) Quanto vale lo spostamento Δx_{CM} del **centro di massa** del sistema tra l'istante t_0 = 0 e l'istante t' in cui la molla raggiunge la massima estensione Δ_{MAX}? [Considerate il primo dei tanti istanti in cui si verifica periodicamente la condizione richiesta]

Δx_{CM} = …………………………….. ~........... m $v_0T/2=v_0\pi(m/(2k))^{1/2}$ = 7.85 m [essendo il sistema isolato lungo la direzione X , il centro di massa si muove di moto rettilineo uniforme con velocità apri a $v_{CM0} = v_0$. Dunque $\Delta x_{CM} = v_0t'$. Il moto **relativo** dei due carrellini avviene sotto l'azione della forza (interna) generata dalla molla. Indicando con x_1 e x_2 le posizioni dei due carrellini in un istante generico, si ha $F_{INT} = -k(x_2-x_1-L_0)$, con L_0 lunghezza di riposo della molla (non nota, ma non serve!). L'equazione del moto relativo recita $a_{REL} = d^2(x_2-x_1)/dt^2 = F_{INT}/\mu$, dove la massa ridotta è $1/m_1+1/m_2 = 2/m$. L'equazione scritta indica che il moto relativo è armonico, con pulsazione $\omega = (2k/m)^{1/2}$ e periodo $T = 2\pi/\omega = 2\pi(m/(2k))^{1/2}$. Essendo la velocità relativa iniziale nulla, è facile rendersi conto che l'istante t' corrisponde a metà del periodo, da cui la risposta]

3. Un rullo, costituito da un cilindro pieno **omogeneo** di massa m = 5.0x10^{-1} kg e raggio R = 10 cm, può muoversi di **rotolamento puro** (senza strisciamento) su un piano orizzontale scabro. Il rullo è dotato di un giogo, di massa trascurabile, che ne consente la rotazione (attorno al proprio asse) con attrito trascurabile; una fune inestensibile e di massa trascurabile è collegata al giogo. Dopo essere passata per la gola di una puleggia, costituita da un cilindro analogo al precedente che può ruotare senza attrito attorno al proprio asse, la fune termina con una massa M = 1.0 kg, libera di muoversi in direzione verticale (vedi figura). La fune non slitta sulla gola della puleggia. Inizialmente tutto il sistema è tenuto fermo in equilibrio da forze esterne, che a un dato istante vengono improvvisamente rimosse. Di conseguenza: il cilindro comincia a muoversi di rotolamento puro, la puleggia comincia a ruotare, la massa M comincia a scendere verso il basso. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Quanto vale, in modulo, la forza di attrito F_A che si esercita tra piano orizzontale e rullo nelle condizioni di rotolamento puro?

F_A = ……………………………………. = ……….. N $(mg/2)(M/(M+2m))$ = 1.2 N [dette T_1 e T_2 le tensioni che la fune esercita rispettivamente sul giogo e sulla massa M, nelle condizioni del problema si hanno le seguenti equazioni del moto: $ma_{CM} = T_1 - F_A$; $I\alpha_{\mathrm{RULLO}} = F_A R$; $I\alpha_{\mathrm{PULEGGIA}} = T_2 R - T_1 R$; $Ma = Mg - T_2$. D'altra parte per l'inestensibilità della fune si ha $a_{CM} = a$, mentre per le condizioni di rotolamento puro e di non slittamento della fune sulla puleggia si ha $\alpha_{\mathrm{RULLO}} = a_{CM}/R$ e $\alpha = a/R = \alpha_{PULEGGIA}$, da cui, mettendo a sistema le equazioni, si ottiene la soluzione]

b) Quanto vale la velocità v_{CM} che possiede il centro di massa del cilindro dopo che la massa M si è spostata verso il basso di un tratto Δh = 5.0 m?

v_{CM} = ……………………………………. = ……….. m/s $(Mg\Delta h/(m+M/2))^{1/2}$ = 7.0 m/s [per il bilancio energetico, che, tenendo conto dell'inestensibilità della fune, del moto di rotolamento puro e del non slittamento fra fune e puleggia, si scrive: $Mg\Delta h = (m/2)v_{CM}^2+(M/2)v_{CM}^2+(I/2)\omega^2 + (I/2)\omega^2 = v^2_{CM}(m/2+M/2+I) = v^2_{CM}(m/2+M/2+I/R^2) = v^2_{CM}(m/2+M/2+m/2)$, dove si è anche sfruttato che, per un cilindro omogeneo in rotazione attorno al suo asse, si ha $I = (m/2)R^2$]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 1/2/2010 Firma: