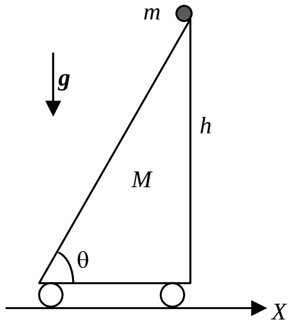
Corso di Laurea CIA – ESAME DI FISICA GENERALE I – 7/4/2010

Nome e cognome: ………………………………………………………   Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*



1. Un piano inclinato di massa M = 2.0 kg, angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale e altezza h = 4.0 m, è dotato di ruotine in modo da poter **scorrere con attrito trascurabile** in direzione orizzontale. Inizialmente il piano è **fermo** e sulla sua sommità si trova, anch'esso **inizialmente fermo**, un corpo puntiforme di massa $m = M/4$ = 0.50 kg, che può scivolare sul piano inclinato con **attrito trascurabile**. A un dato istante il corpo puntiforme viene lasciato libero di scivolare lungo il piano inclinato, avendo velocità iniziale nulla. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; tenete presente che, in questo esercizio, è necessario considerare in modo opportuno il **movimento orizzontale del piano inclinato!** Ricordate infine che $cos(\pi/3)= ½$ e $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$]

a) Quanto valgono, in **modulo**, le velocità V del piano inclinato e v del corpo puntiforme nell'istante in cui esso raggiunge la base del piano?

V = …………………………….. ~ .... m/s $(gh/34)^{1/2}$ ~ 1.1 m/s   [sul sistema cositituito da copro puntiforme e piano inclinato non agiscono forze esterne in direzione orizzontale; infatti le sole forze esterne sono il peso e la reazione vincolare che la superficie (orizzontale) di appoggio esercita sulla base del piano inclinato. Entrambi tale forze sono verticali. Si può dunque affermare che il sistema è isolato in direzione orizzontale, e dunque in questa direzione si conserva la quantità di moto, cioè, essendo nulla la quantità di moto iniziale totale (tutto è fermo all'inizio), si ha: $0 = MV + mv_X$, avendo indicato come v_X la velocità del corpo puntiforme in direzione X (orizzontale). Inoltre, non essendoci forze dissipative, si conserva l'energia meccanica del sistema, cioè: $0 = \Delta E_K+\Delta U_G = (M/2)V^2+(m/2)v^2-mgh$, essendo h la variazione di quota del corpo puntiforme nel processo. A questo punto occorre notare che, per la geometria del problema, si ha $v_X = v\cos\theta = v/2$ (l'ultima tenendo conto del valore del coseno). Si hanno dunque due equazioni che, riscritte tenendo conto della relazione tra le masse, recitano: $v/2+4V = 0$ e $v^2+4V^2-2gh = 0$. La soluzione del sistema porta alla risposta]

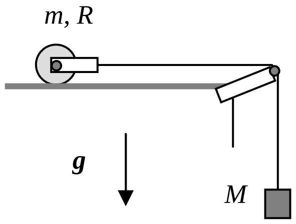
v = …………………………….. ~ .... m/s $|-8V|$ ~ 8.8 m/s   [vedi sopra]

b) Come si scrive l'equazione del moto del centro di massa del **sistema** (piano + corpo puntiforme) **rispetto alla direzione orizzontale**? [Dovete in pratica scrivere l'espressione della componente orizzontale dell'accelerazione a_{CM} del centro di massa]

a_{CM} = ……………………………… 0   [come già discusso nella soluzione al punto precedente, il sistema può essere considerato isolato in direzione orizzontale. In altre parole, su di esso non agiscono forze esterne in direzione orizzontale, e dunque l'accelerazione è nulla]

c) Quanto vale, in **modulo**, lo spostamento orizzontale ΔX che il piano inclinato compie in corrispondenza della discesa del corpo puntiforme?

ΔX = …………………………….. ~ .... m $|-htg\theta/5|$ ~ 0.46 m   [dato che il centro di massa del sistema è inizialmente fermo e che nulla è la sua accelerazione in direzione orizzontale, in questa direzione esso non si sposta, cioè $0 = \Delta x_{CM}$. D'altra parte, per la definizione di posizione del centro di massa, si ha $\Delta x_{CM} = m\,\Delta x + M\Delta X$, con Δx spostamento in direzione orizzontale del corpo puntiforme. Poiché nel processo considerato il corpo scende lungo il piano inclinato, si può affermare che esso compie uno spostamento orizzontale pari a $htg\theta$ **misurato rispetto al piano inclinato**. Poiché anche il piano inclinato si sposta (della quantità incognita ΔX, si ha $\Delta x = \Delta X+htg\theta$, per cui si ha: $0 = \Delta X(M+m)+mhtg\theta$, ovvero, usando la relazione tra le masse: $0 = 5\Delta x+htg\theta$, da cui la soluzione]



2. Un rullo, costituito da un cilindro pieno **omogeneo** di massa m = 5.0x10^{-1} kg e raggio R = 10 cm, può muoversi di **rotolamento puro** (senza strisciamento) su un piano orizzontale scabro. Il rullo è dotato di un giogo, di massa trascurabile, che ne consente la rotazione (attorno al proprio asse) con **attrito trascurabile**; una fune inestensibile e di massa trascurabile è collegata al giogo. Dopo essere passata su un perno, dove può scorrere con **attrito trascurabile**, la fune termina con una massa $M = 2m$ = 1.0 kg, libera di muoversi in direzione verticale (vedi figura). La fune mantiene una direzione orizzontale nel tratto dal rullo al perno e verticale nel tratto tra perno e massa. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

a) Inizialmente il rullo è tenuto fermo da una causa esterna che poi viene rimossa ed il rullo si mette quindi in movimento. Quanto vale la velocità v_{CM} che possiede il suo centro di massa dopo essersi spostato (verso la sinistra di figura) per un tratto Δs = 5.0 m? [Si intende che si deve dare una risposta tenendo conto della condizione di rotolamento puro del rullo e del fatto che la fune non slitta sulla puleggia]

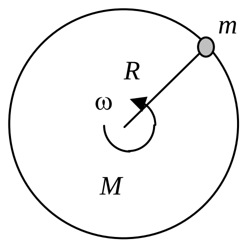
v_{CM} = …………………………………… ~ ………… m/s $(8g\Delta s/7)^{1/2}$ ~ 7.5 m/s   [per il bilancio energetico, che, tenendo conto del fatto che a compiere lavoro è la forza peso che agisce sulla massa M , dell'inestensibilità della fune, del moto di rotolamento puro, si scrive: $L = Mg\Delta s = (m/2)v_{CM}^2+(M/2)v_{CM}^2+(I/2)\omega^2 = v^2_{CM}(m/2+M/2+I/(2R^2)) = v^2_{CM}(m/2+M/2+m/4) = v^2_{CM}(7m/4)$, dove si è anche sfruttato che, per un cilindro omogeneo in rotazione attorno al suo asse, si ha $I = (m/2)R^2$ e si è usata la relazione tra le masse data nel testo]

b) Quanto vale, in modulo, la forza di attrito F_A che si esercita tra piano orizzontale e rullo nelle condizioni di rotolamento puro considerate nel testo?

F_A = …………………………………… = ………… N $gMm/(3m+2M) =(2/7)mg$ = 1.4 N   [detta T le tensione che la fune esercita sul giogo e sulla massa M, nelle condizioni del problema si hanno le seguenti equazioni del moto: $ma_{CM} = T – F_A$; $I\alpha = F_AR$; $Ma = Mg – T$. D'altra parte per l'inestensibilità della fune si ha $a_{CM} = a$, mentre per le condizioni di rotolamento puro e di non slittamento della fune sulla puleggia si ha $\alpha = a_{CM}/R$, da cui, mettendo a sistema le equazioni, si ottiene la soluzione]

c) Quanto vale, in modulo, la tensione della fune T?

T = …………………………………… = ………… N $M(g-a) = (18/7)mg = 9F_A$ = 13 N   [vedi sopra]



Vista dall'alto

3. In un luna park c'è una piattaforma orizzontale che ha la forma di un disco **omogeneo** di massa M = 2.0x10^2 kg e raggio R = 10 m, che può ruotare **con attrito trascurabile** attorno al suo asse. Sulla piattaforma si trova un bambino, che approssimerete con un punto materiale di massa m = 20 kg. Inizialmente il bambino si trova alla periferia (sul bordo) del disco, come in figura, ed il sistema è stato messo in rotazione attorno all'asse del disco con velocità angolare ω = 2.0 rad/s da un motore, che poi è stato scollegato dall'asse (il disco ruota "in folle" e con attrito trascurabile).

a) Quanto vale, nella configurazione considerata (quella mostrata in figura) il momento di inerzia I **complessivo** del sistema costituito da piattaforma + bambino? [Calcolatelo per rotazioni attorno all'asse del disco]

I = ……………………………………= ……… kg m^2 $(m+M/2)R^2$= 1.2x10^4 kg m^2 [il momento di inerzia complessivo è dato dalla somma del momento di inerzia del disco, $I_D = (M/2)R^2$ (essendo il disco omogeneo) e di quello del bambino, $I_B = mR^2$ (tutta la massa del bambino, puntiforme, si trova a ruotare a una distanza R dall'asse]

b) Immaginate ora che il bambino si metta in cammino verso il centro del disco. Quanto vale la velocità angolare ω' del disco quando il bambino ne raggiunge il centro? [Osservate con attenzione cosa si conserva, e spiegate bene in brutta perché si conserva…]

ω' = …………………………………… = ... rad/s $\omega\, I/(I-mR^2) = \omega(1-2m/M)$ = 1.6 rad/s   [le forze che fanno muovere il bambino sono interne al sistema, dato che sono esercitate dal bambino e agiscono, tramite l'attrito, sulla superficie del disco. Pertanto nel sistema si conserva il momento angolare assiale: $I\omega = I'\omega'$, con I' momento di inerzia del **solo** disco, che vale $I – mR^2$ dato che, quando il bambino è al centro del disco, non contribuisce al momento di inerzia]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 7/4/2010   Firma: