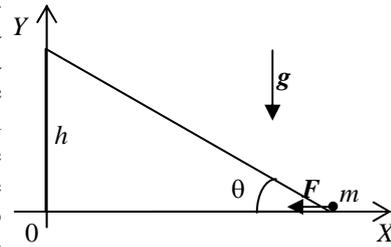


Nome e cognome: Matricola:

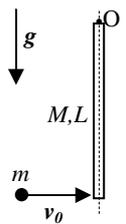
Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. Un oggetto puntiforme di massa $m = 0.10$ kg si muove sotto l'effetto di una forza **disomogenea** F , creata chissà come. Questa forza è diretta orizzontalmente e la sua componente X dipende dalla posizione secondo la legge: $F_x = -F_0 x/h$, con $F_0 = 2.0$ N (valore costante e uniforme), x coordinata orizzontale dell'oggetto puntiforme rispetto al sistema di riferimento che sarà specificato fra breve e $h = 2.0$ m. Per effetto di questa forza l'oggetto sale lungo un piano inclinato di altezza $h = 2.0$ m (è lo stesso h di prima!) che forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale. La figura chiarisce la geometria del problema e mostra il sistema di riferimento che **doвете** usare: in particolare l'asse X è orizzontale, l'asse Y è verticale e l'origine si trova sullo "spigolo" in basso del piano inclinato (vedi figura!). [Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $\cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $\sin(\pi/6) = 1/2$]



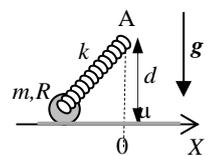
- Esiste una posizione di equilibrio per l'oggetto puntiforme sul piano inclinato? Se sì, quanto vale la quota y_{EQ} della posizione di equilibrio? [Usate, ovviamente, il sistema di riferimento indicato in figura]
 $y_{EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m
- Quanto vale il modulo della reazione vincolare N che la superficie del piano esercita sull'oggetto in condizioni di equilibrio?
 $N = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ N
- Supponete ora che inizialmente l'oggetto si trovi fermo alla base del piano inclinato (a quota $y_0 = 0$, per intenderci) con la forza F "spenta" e che a un certo istante la forza venga "accesa". Quanto vale il modulo della velocità v' con cui l'oggetto raggiunge la sommità del piano inclinato (a quota $y' = h$, per intenderci), se la raggiunge? [Ovviamente la forza F è sempre quella delle domande precedenti, cioè è disomogenea e ha quella specifica dipendenza dalla posizione espressa sopra]
 $v' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ m/s

2. Un "pendolo balistico" è realizzato con una sottile asta omogenea di lunghezza $L = 1.0$ m e massa $M = 30$ kg che è libera di ruotare con attrito trascurabile attorno a un asse O passante per un suo estremo (il piano di rotazione è verticale, come indicato in figura). Un proiettile puntiforme di massa $m = 0.10$ kg = $M/300$ viene sparato con velocità **orizzontale** di modulo $v_0 = 2.0$ m/s in modo da colpire l'estremità "libera" (non imperniata) dell'asta. In seguito all'urto, il proiettile resta **conficcato** nell'asta e si osserva che il sistema asta+proiettile si mette a ruotare attorno all'asse fino a fermarsi (istantaneamente) quando l'angolo tra verticale e asse dell'asta raggiunge un certo valore massimo θ_{MAX} . [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]



- Quanto vale θ_{MAX} ? In brutta doвете spiegare **in modo chiaro** quale procedimento usate e se ci sono grandezze meccaniche del sistema che si conservano nel processo di urto e nel processo di rotazione dell'asta. Può essere conveniente usare delle approssimazioni che tengono conto dei valori numerici dei parametri del problema.
 $\theta_{MAX} \sim \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ rad
- Chiamato $t_0 = 0$ l'istante dell'urto, quanto vale l'istante t_{MAX} a cui il sistema raggiunge l'angolo θ_{MAX} di cui sopra? [Attenzione: la soluzione richiede di capire che tipo di movimento compie il sistema e di fare ragionevoli assunzioni basate sul fatto che il valore di θ_{MAX} è "piccolo"...]
 $t_{MAX} \sim \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ s

3. Un cilindro pieno e omogeneo, di massa $m = 6.0$ kg e raggio $R = 20$ cm, si trova su un piano **orizzontale scabro**, che presenta un coefficiente di attrito $\mu = 0.80$. Il cilindro può ruotare con attrito trascurabile attorno al proprio asse dove, grazie a un opportuno giogo di massa trascurabile, si trova agganciata l'estremità di una molla di massa trascurabile, costante elastica $k = 40$ N/m e lunghezza di riposo **trascurabile** (in pratica, $L_0 = 0$). L'altra estremità della molla è vincolata a un punto (punto A di figura) che si trova sulla verticale dell'origine del sistema di riferimento (asse X) che **doвете** usare, a una distanza $d = 1.2$ m dal piano orizzontale (vedi figura). Inizialmente il cilindro si trova **fermo**, a causa di una qualche forza esterna, nella configurazione rappresentata in figura: in queste condizioni, la lunghezza della molla è $L = d$ e il centro di massa del cilindro si trova in $x < 0$. Quindi, all'istante $t_0 = 0$, la forza esterna viene rimossa e il cilindro si trova libero di muoversi con velocità iniziale nulla. [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]



- Discutete per benino, in brutta, che tipo di moto compie il cilindro, valutando tutti gli aspetti coinvolti, in particolare se: (i) il cilindro resta sempre a contatto con il piano orizzontale; (ii) il moto iniziale è di rotolamento puro; (iii) il moto rimane di rotolamento puro durante l'intera sua evoluzione, e valutate la velocità v_{CM}' del centro di massa del cilindro nell'istante in cui esso passa per la posizione $x = 0$.
 Discussione :
 $v_{CM}' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ m/s
- A quale istante t' il centro di massa del cilindro passa (per la prima volta) per la posizione $x = 0$? [Considerate per bene che tipo di moto compie il centro di massa del cilindro]
 $t' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ s

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
 Pisa, 14/9/2011

Firma: