

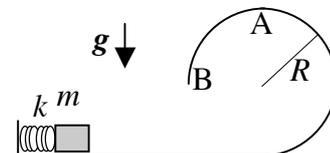
Nome e cognome: .....

Matricola: .....

*Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

**PARTE 1**

1) Un giochino per bambini è costituito da una guida su cui scorre, con **attrito trascurabile**, una slitta di massa  $m = 100$  g (da considerare come corpo puntiforme). La guida ha la forma rappresentata in sezione nella figura: dopo un tratto piano orizzontale, essa prosegue con un arco di circonferenza di raggio  $R = 9.8$  cm ed estensione angolare  $3\pi/2$  (cioè  $3/4$  di circonferenza, come in figura). La slitta è messa in movimento da un "cannoncino a molla" (tipo flipper) che ha una costante elastica  $k = 50$  N/m: la molla viene preventivamente compressa con la slitta a contatto con una sua estremità (l'altra estremità è fissa, come in figura), e quindi viene rilasciata mettendo in movimento la slitta. [Usate il valore  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per l'accelerazione di gravità, diretta verso il basso come in figura]



a. Quanto vale la compressione minima  $\Delta_{\text{MIN}}$  da fornire alla molla affinché la slitta possa percorrere per intero l'arco di circonferenza (senza "staccarsi dalla guida")?

$\Delta_{\text{MIN}} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  m

b. Se la slitta viene fatta partire comprimendo la molla per un tratto  $\Delta' = 2\Delta_{\text{MIN}}$ , quanto vale, in modulo, la reazione vincolare  $N$  esercitata dalla guida sulla slitta quando questa si trova sul punto più alto dell'arco di circonferenza (punto A in figura)?

$N = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  N

c. Nelle condizioni di cui al quesito b, quanto vale, in modulo, la velocità  $v$  con cui la slitta lascia la guida (cioè la velocità che essa ha al punto B in figura)?

$v = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  m/s

2) Una particella che porta una carica elettrica  $q = 1.0 \times 10^{-15}$  C e una massa  $m = 2.0 \times 10^{-22}$  Kg viene prodotta all'istante  $t = 0$  all'interno di un condensatore ad armature piane parallele in prossimità dell'armatura collegata al polo positivo di un generatore di differenza di potenziale  $V = 40$  V. Supponete che la velocità iniziale della carica sia nulla, che la distanza tra le armature sia  $d = 1.0$  mm e che gli **effetti della gravità siano trascurabili**.

a. Quanto vale la velocità  $v$  con cui la carica raggiunge l'armatura "negativa"? [Per questa domanda considerate trascurabile ogni forma di attrito]

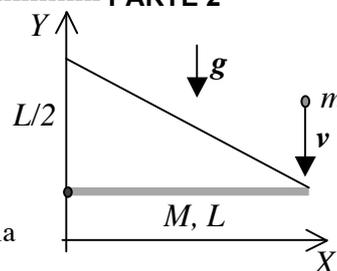
$v = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  m/s

b. Supponendo ora che lo spazio tra le armature sia riempito di un liquido (dielettrico) che produce un **attrito viscoso** rispetto al moto della particella con un coefficiente di attrito  $\beta = 1.0 \times 10^{-14}$  N s/m, quanto vale la velocità  $v'$  con cui la carica raggiunge l'armatura "negativa"? [Supponete che la velocità della particella abbia raggiunto il suo "valore asintotico"]

$v' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  m/s

**PARTE 2**

3) Una trave sottile **omogenea**, di massa  $M = 20$  Kg e lunghezza  $L = 3.0$  m, è imperniata ad un suo estremo ad una parete verticale, come indicato in figura. La trave è mantenuta in posizione orizzontale attraverso una fune inestensibile di massa trascurabile, attaccata alla parete verticale ad una distanza  $L/2$  dal perno (vedi figura). [Supponete trascurabile l'attrito dell'asta nella sua rotazione attorno al perno, ed usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità, diretta verso il basso come in figura]



a. Sapendo che le condizioni di figura sono di equilibrio, quanto vale, in modulo, la tensione  $T$  della fune?

$T = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  N

b. Quanto valgono, rispetto al riferimento indicato in figura, le componenti  $N_x$  ed  $N_y$  delle forze che il perno esercita sull'asta?

$N_x = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  N

$N_y = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  N

c. Ad un dato istante, una massa puntiforme  $m = 2.0$  Kg urta sull'estremo dell'asta **rimanendoci conficcata**. Sapendo che la massa proviene dall'alto, con una velocità (diretta verticalmente) di modulo  $v = 10$  m/s e che l'impatto

provoca l'**immediata** rottura della fune (per superamento del carico di rottura), quanto vale la velocità angolare  $\omega$  con cui l'asta **comincia** a ruotare attorno al perno?

$\omega = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  rad/s

4) Una macchina termica che esegue un ciclo di Carnot (**ideale**) ha un'efficienza  $\eta = 0.50$  e lavora avendo, come sorgente "fredda", un'enorme quantità di ghiaccio fondente, che si comporta da termostato alla temperatura  $T_0 = 0^\circ\text{C}$ .

a. Quanto vale la temperatura  $T_1$  della sorgente "calda" con cui lavora la macchina?

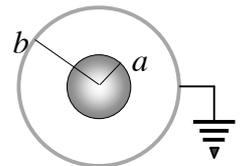
$T_1 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  K

b. Sapendo che, **per ogni ciclo**, una quantità  $m = 8.3$  g di ghiaccio viene convertita in acqua, che il gas (perfetto) che compie il ciclo è costituito da  $n = 0.61$  moli e che il volume iniziale occupato dal gas è  $V_A = 1.0$  litri, quanto vale il volume  $V_B$  che il gas occupa al termine dell'**espansione isoterma** compresa nel ciclo? [Ricordate bene come è costituito il ciclo di Carnot! Usate il valore  $\lambda = 3.3 \times 10^5$  J/Kg per il calore latente specifico di fusione del ghiaccio ed il valore  $R = 8.3$  J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

$V_B = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  m<sup>3</sup>

**PARTE 3**

5) Una sfera di raggio  $a = 1.0$  cm è realizzata con un materiale **disomogeneo** (non conduttore!) caratterizzato da una densità di carica volumica che dipende dal raggio  $r$  secondo la legge  $\rho(r) = \rho_0(r/a + 1)$ , con  $\rho_0 = 1.0 \times 10^{-10}$  C/m<sup>3</sup>. Come rappresentato schematicamente in figura, questa sfera è racchiusa all'interno di un guscio sferico sottile (cioè di spessore trascurabile), concentrico alla sfera stessa e di raggio  $b = 5.0$  cm. Il guscio esterno è **conduttore** e collegato a terra, cioè il suo potenziale elettrostatico è nullo, e fra sfera e guscio c'è il "vuoto".



a. Quanto valgono le cariche  $Q_a$  e  $Q_b$  che si trovano rispettivamente nella sfera e sul guscio? [Può esservi utile ricordare che, per una variabile generica  $\xi$ , si ha  $\int \xi^n d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$ ]

$Q_a = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  C

$Q_b = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  C

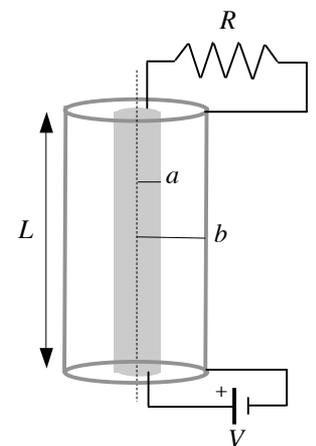
b. Come si scrive il modulo del campo elettrico  $E(r)$  nelle tre regioni  $r < a$ ,  $a < r < b$ ,  $r > b$ ? [Qui non dovete dare una risposta numerica, ma esprimere  $E(r)$  in funzione di  $r$  e dei dati "letterali" del problema; indicate con  $\epsilon_0$  la costante dielettrica del vuoto]

$E(r) = \dots\dots\dots$  per  $r < a$

$E(r) = \dots\dots\dots$  per  $a < r < b$

$E(r) = \dots\dots\dots$  per  $r > b$

6) Un lungo cilindro (**pieno**) di materiale **omogeneo** perfettamente conduttore (cioè con resistività trascurabile) di raggio  $a = 5.0$  mm è circondato da un guscio cilindrico sottile (cioè di spessore trascurabile) dello stesso materiale e raggio  $b = 10$  mm. I due cilindri sono coassiali, ed entrambi sono lunghi  $L = 1.0$  m; lo spazio compreso tra loro è "vuoto". Ad un'estremità essi sono collegati ad un generatore di differenza di potenziale (ideale)  $V = 10$  V, mentre all'altra estremità il "circuito è chiuso" su un resistore elettrico di resistenza  $R = 20$  ohm. La figura rappresenta una visione schematica e non in scala del sistema.



a. Che direzione e verso ha e come si scrive il modulo del campo magnetico  $B(r)$  in funzione della distanza  $r$  dall'asse all'interno del cilindro pieno (cioè per  $r < a$ ) e nella regione compresa tra i due cilindri (cioè per  $a < r < b$ )? [Qui non dovete dare una risposta "numerica" ma dovete comunque usare i **dati** "letterali" del problema; indicate con  $\mu_0$  la permeabilità magnetica del vuoto e ricordate che, per il teorema di Ampere, la "circuitazione del campo magnetico è pari a  $\mu_0$  per la corrente concatenata"]

Direzione e verso di  $\mathbf{B}$ :  $\dots\dots\dots$

$B(r) = \dots\dots\dots$  per  $r < a$

$B(r) = \dots\dots\dots$  per  $a < r < b$

b. Quanto vale la carica  $Q_a$  che si trova, all'**equilibrio**, sul cilindro interno? [Usate il valore  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$  F/m per la costante dielettrica del vuoto; può esservi utile ricordare che, per una variabile generica  $\xi$ , si ha  $\int d\xi/\xi = \ln \xi$ ]

$Q_a = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  C

c. Che direzione e verso ha e quanto vale la forza  $\mathbf{F}$  che agisce sul guscio cilindrico esterno? [Fate attenzione a considerare tutte le forze di natura elettrica e/o magnetica, ed usate il valore  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  T m/A per la permeabilità magnetica del vuoto]

Direzione e verso di  $\mathbf{F}$ :  $\dots\dots\dots$

$F = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  N

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).