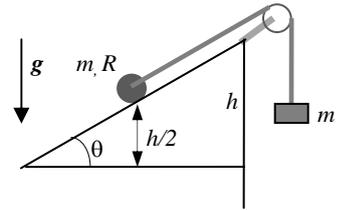


Nome e cognome: ..... Matricola: .....

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

PARTE 1,2

1. Un cilindro pieno e omogeneo di massa  $m = 1.0$  kg e raggio  $R = 10$  cm rotola senza strisciare su un piano inclinato di altezza  $h = 5.0$  m che forma un angolo  $\theta = \pi/6$  rispetto all'orizzontale. Un giogo di massa trascurabile è collegato all'asse del cilindro in modo tale che questo possa ruotare con attrito trascurabile attorno al suo asse geometrico; al giogo è attaccata una fune inestensibile e di massa trascurabile che, dopo essere passata per la gola di una puleggia di massa trascurabile che può ruotare con attrito trascurabile, termina con una massa  $m = 1.0$  kg. Nel suo tratto dal cilindro alla puleggia, la fune è parallela al piano inclinato; la figura rappresenta una visione schematica del sistema. Come già affermato, il cilindro si muove di rotolamento puro (il piano presenta un coefficiente di attrito sufficiente perché questo si verifichi), mentre la massa si muove in direzione verticale. La puleggia, avendo massa trascurabile, non partecipa alla dinamica del sistema. [Usate il valore  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che  $\sin(\pi/6) = 1/2$  e  $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$ , con  $\sqrt{3} \sim 1.7$ ; trascurate ogni forma di attrito eccetto quello necessario al rotolamento puro]

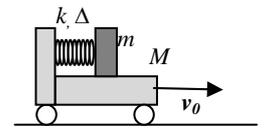


a) Inizialmente il cilindro è mantenuto "a metà strada" lungo il piano inclinato da una forza esterna ("a metà strada" significa che il punto più basso del cilindro si trova ad altezza  $h' = h/2$  rispetto all'orizzontale). Ad un certo istante questa forza viene rimossa istantaneamente, senza fornire alcuna velocità al cilindro. Discutete per bene in brutta se il sistema cilindro+massa rimane fermo o si muove, e specificate in che verso si ha (l'eventuale) movimento. Inoltre, nel caso ci sia movimento, quanto vale, in modulo, la forza di attrito statico  $F_A$  tra cilindro e piano? [Ricordate che il moto del cilindro è di rotolamento puro, cioè esso rotola e trasla, e con esso si muove anche la massa  $m$ !]

Discussione: .....  
 $F_A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  N

b) Quanto vale la velocità  $v_{CM}$  del centro di massa del cilindro nell'istante in cui questo raggiunge la sommità, o la base (a seconda che esso si muova verso l'alto o verso il basso), del piano inclinato?  
 $v_{CM} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  m/s

2. Una molla di massa trascurabile e costante elastica  $k = 1.0 \times 10^3$  N/m è montata su un carrellino di massa  $M = 1.1$  kg che può scorrere con attrito trascurabile lungo un binario orizzontale. Inizialmente la molla si trova compressa per un tratto incognito  $\Delta$  a causa di un filo che ne collega gli estremi e un proiettile di massa  $m = M/10 = 0.11$  kg si trova appoggiato ad un estremo della molla (l'altro estremo è solidale ad una sponda, rigida, del carrellino), come rappresentato in figura. In queste condizioni iniziali, l'intero sistema (carrellino+proiettile) si muove con velocità  $v_0$  di modulo 1.0 m/s e direzione orizzontale. Ad un dato istante, il filo viene tagliato e il proiettile viene "sparato" via. In seguito a questo evento, si osserva che il carrellino rallenta fino a fermarsi completamente. [Trascurate completamente gli attriti sul moto e trascurate gli effetti della forza peso sul moto del proiettile, che quindi avviene in direzione orizzontale]



a) Quanto vale la velocità  $v$  del proiettile nell'istante in cui il carrello si ferma? [Considerate bene le grandezze che si conservano nel processo!]  
 $v = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  m/s

b) Quanto vale la compressione iniziale  $\Delta$  della molla? [Notate che, quando il carrello si ferma, la molla si trova alla sua lunghezza di riposo]  
 $\Delta = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  m

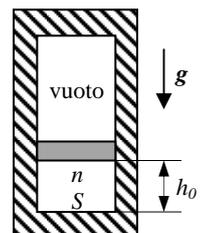
PARTE 3

3. Un disco omogeneo di massa  $M = 1.0$  kg e raggio  $R = 10$  cm si trova a ruotare velocità angolare  $\omega_0 = 27$  rad/s attorno ad un perno che passa per il proprio asse geometrico. La rotazione avviene con attrito trascurabile (potete supporre che tra perno e disco ci sia un cuscinetto a sfera di dimensioni trascurabili e di attrito altrettanto trascurabile); il perno, che è vincolato ad un pavimento rigido e indeformabile, ha direzione verticale. Quindi il disco si trova a ruotare su un piano orizzontale. Ad un dato istante, un chiodo (praticamente puntiforme) di massa  $m = M/4 = 0.25$  kg viene sparato sulla superficie del disco dove rimane conficcato in un punto che dista  $R' = R/2 = 5.0$  cm dall'asse del disco. Subito prima dell'impatto, il chiodo ha una velocità diretta verticalmente (verso il basso) di modulo  $v_0 = 20$  m/s. Si osserva che, durante e dopo l'impatto, il disco (ovvero il sistema disco+chiodo) ruota sempre su un piano orizzontale.

a) Quanto vale la velocità angolare  $\omega$  che il sistema disco+chiodo assume subito dopo l'urto? [Spiegate bene, in brutta, quali grandezze meccaniche del sistema si conservano]

$\omega = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  rad/s

4. Un recipiente cilindrico indeformabile di sezione  $S = 8.31$  cm<sup>2</sup> è rivestito di materiale isolante termico. Al suo interno si trova un tappo di massa  $m = 10$  kg che può scorrere con attrito trascurabile in direzione verticale; il tappo, che è a tenuta stagna, divide il volume interno al recipiente in due parti, come schematizzato in figura. Nella parte superiore è fatto il vuoto pneumatico. Nella parte inferiore, invece, si trova un campione di  $n = 1.00 \times 10^{-2}$  moli di gas perfetto monoatomico oltre a una piccola carica esplosiva, di massa e volume trascurabile. Inizialmente il sistema è in equilibrio con il tappo che si trova ad una quota  $h_0 = 8.31$  cm misurata dal fondo del recipiente (vedi figura). [Ricordate che, per un gas perfetto monoatomico, si ha  $c_v = 3R/2$ ; usate il valore  $R = 8.31$  J/(K mole) per la costante dei gas perfetti e  $g = 9.80$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Quanto vale la temperatura  $T_0$  del gas in queste condizioni di equilibrio?  
 $T_0 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  K

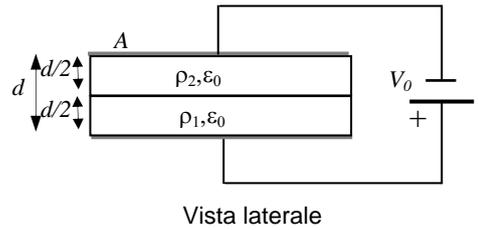
b) Ad un certo istante, la piccola carica esplosiva fa boom, rilasciando un'energia  $Q = 98.0$  J al gas (considerate trascurabile l'eventuale variazione di volume e di massa dovuta all'esplosione). Dopo aver atteso un po' di tempo, il gas ristabilisce una nuova condizione di equilibrio. Quanto vale la quota del tappo  $h$  in questa nuova condizione di equilibrio? [State attenti a considerare il fatto che l'esplosione produce effetti « violenti » sul gas, che quindi evolverà senza passare per stati di equilibrio...]

$h = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  cm

- c) Quanto vale la variazione di entropia  $\Delta S$  del gas dovuta alla trasformazione conseguente all'esplosione? [Potrebbe farvi comodo ricordare che  $c_p = c_v + R$  e sapere che  $\ln(48.3/8.3) \sim 1.76$ ]  
 $\Delta S = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  J/K

PARTE 4

5. Un condensatore ad armature piane e parallele è formato da due dischi circolari sottili di materiale ottimo conduttore aventi area  $A = 1.0 \times 10^2 \text{ cm}^2$  affacciati l'un l'altro a distanza  $d = 4.4 \text{ cm}$  (i due dischi sono ovviamente concentrici). Lo spazio fra le due armature è riempito da due cilindri con base di area coincidente con quelle dei dischi e altezza  $d' = d/2 = 2.2 \text{ cm}$ . I due cilindri sono fatti di due diversi materiali **debolmente conduttori**, con resistività rispettivamente  $\rho_1 = 1.0 \times 10^5 \text{ ohm m}$  e  $\rho_2 = 4\rho_1 = 4.0 \times 10^5 \text{ ohm m}$  (la costante dielettrica vale  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12} \text{ F/m}$  per tutti e due i materiali). Le armature del condensatore sono collegate a un generatore ideale di differenza di potenziale  $V_0 = 10 \text{ V}$  collegato come in figura (il polo positivo è sull'armatura "inferiore", che è a contatto con il materiale di resistività  $\rho_1$ ). [Supponete che le dimensioni del sistema siano tali da poter trascurare gli effetti ai bordi, cioè che il campo elettrico sia nullo fuori dal condensatore e diretto assialmente al suo interno]



- a) Quanto vale, all'equilibrio, la carica elettrica  $Q$  che si trova (se ci si trova!) all'interfaccia tra i due materiali?  
 $Q = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  C
- b) Quanto valgono e che direzioni e verso hanno i campo magnetici  $B_1(r)$  e  $B_2(r)$  che si misurano all'interno dei due materiali ad una distanza  $r$  generica dall'asse del condensatore (la congiungente i centri dei due dischi)? [Supponete condizioni stazionarie; non usate valori numerici per questa risposta, indicando i parametri noti del problema con la loro espressione letterale. Usate  $\mu_0$  per la permeabilità magnetica dei materiali, equivalente a quella del vuoto]  
 Direzione e verso:  $\dots\dots\dots$   
 $B_1(r) = \dots\dots\dots$   
 $B_2(r) = \dots\dots\dots$
- c) Quanto vale il flusso del vettore  $S$ ,  $\Phi(S)$ , attraverso la superficie laterale dell'intero sistema? Notate che il vettore  $S$  (noto come vettore di Poynting) è definito come:  $S = E \times B / \mu_0$ . [Per la soluzione è necessario esprimere il valore del campo elettrico proprio "sul bordo" laterale del condensatore: supponete che esso sia uguale a quello che si misura subito dentro il condensatore; notate l'unità di misura della grandezza considerata]  
 $\Phi(S) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  W
- d) Supponete ora che ad un certo istante il generatore venga scollegato; in queste condizioni si osserva che il condensatore "si scarica". Quanto vale la costante di tempo di scarica  $\tau$ ?  
 $\tau = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$   $\mu\text{s}$

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
 Pisa, 16/6/2009

Firma: