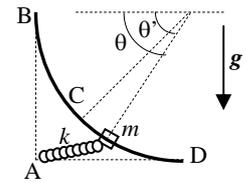


Nome e cognome: ..... Matricola: .....

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

PARTE 1

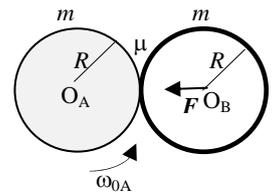
1. Un manicotto (puntiforme!) di massa  $m = 50$  g può scorrere con **attrito trascurabile** lungo una guida fatta da un tondino fisso e rigido che ha la forma di un quarto di circonferenza di raggio  $R = 50$  cm ed è disposto su un piano verticale. Al manicotto è agganciata l'estremità di una molla di massa trascurabile, costante elastica  $k = 1.0$  N/m e lunghezza di riposo **trascurabile** ( $L_0 = 0$ , in pratica!). L'altra estremità della molla è vincolata a un punto fisso, indicato con A in figura, che corrisponde all'intercetta tra la verticale e l'orizzontale dei punti di inizio e fine della guida: dato che questa descrizione risulterà incomprensibile ai più, vi invito a osservare la figura, che si riferisce a una posizione "generica" del tondino, quella in cui l'angolo tra orizzontale e raggio "vettore" vale  $\theta$  (generico). [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità; può farvi comodo ricordare che  $\sin(\pi/4) = \cos(\pi/4) = 1/2^{1/2}$ , con  $2^{1/2} \sim 1.4$ ]



- Esprimete la funzione  $L(\theta)$  che fornisce la lunghezza della molla per un valore generico dell'angolo  $\theta$  (che, come già affermato, è quello tra orizzontale e raggio "vettore", vedi figura). [Dovete scrivere una funzione dell'angolo  $\theta$  (quello indicato in figura) e quindi non utilizzate valori numerici! Notate che si tratta di un semplice problema di geometria...]  
 $L(\theta) = \dots\dots\dots$
- Immaginate che il manicotto si trovi inizialmente **fermo** sulla sommità della guida, cioè nel punto indicato come B in figura, e che da qui venga lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. Quanto vale la velocità  $v'$  con cui passa, se ci passa, per il "punto di mezzo" della guida (punto C in figura, quando il manicotto passa per questo punto l'angolo  $\theta$  vale  $\theta' = \pi/4$ )? [Trascurate ogni forma di attrito]  
 $v' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  m/s
- Quanto vale, in modulo, la reazione vincolare  $N$  che il tondino esercita sul manicotto nell'istante in cui esso passa per la posizione considerata nella domanda precedente, cioè per il punto di mezzo della guida (punto C di figura, angolo  $\theta' = \pi/4$ )? [Attenti: il manicotto "passa" per quella posizione, dunque non è fermo...]  
 $N = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  N
- E quanto vale la velocità  $v''$  con cui il manicotto arriva alla fine della guida (punto D di figura), se ci arriva?  
 $v'' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  m/s

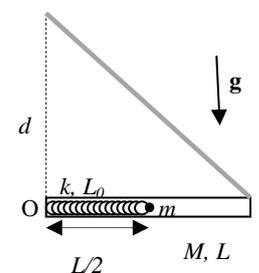
PARTE 2

2. All'interno di un macchinario si trovano due "ruote", denominate A e B, entrambi di raggio  $R = 30$  cm, che possono ruotare con **attrito trascurabile** attorno a dei perni passanti per i propri assi geometrici,  $O_A$  e  $O_B$ . Le due ruote hanno anche identica massa  $m = 1.0$  kg, però la ruota A è piena e omogenea, mentre la ruota B assomiglia a un "cerchione di bicicletta", cioè tutta la sua massa è praticamente distribuita in modo omogeneo sulla circonferenza. Le superfici laterali delle due ruote sono scabre e hanno un coefficiente di attrito  $\mu = 0.50$ : notate che tale coefficiente di attrito vale sia nel caso di attrito dinamico che di attrito statico. Inizialmente le due ruote non sono a contatto tra di loro, la A ruota con velocità angolare  $\omega_{0A} = 50$  rad/s (è stata messa in rotazione in precedenza da una qualche causa esterna!) e la ruota B è ferma. Quindi le due ruote vengono poste a contatto l'una con l'altra nella situazione rappresentata in figura, dalla quale si vede che il contatto avviene sulla superficie laterale. A questo scopo, una forza di modulo  $F = 20$  N è applicata al perno  $O_B$ , il quale è mobile nella direzione della congiungente fra i due perni (il perno  $O_A$  è invece fisso e rigido). Si osserva che, trascorso un certo intervallo di tempo  $\Delta t$ , le due ruote si muovono con velocità angolare dello stesso modulo  $\omega$ . [Le ruote ruotano su un piano orizzontale e la forza peso non c'entra nulla!]



- Discutete per benino, in brutta, che tipo di moto hanno le due ruote quando vengono messe a contatto e determinate l'intervallo di tempo  $\Delta t$  di cui sopra e il modulo della velocità angolare comune  $\omega$  che viene raggiunta dalle due ruote.  
 Discussione : .....  
 $\Delta t = \dots\dots\dots = \dots\dots$  s  
 $\omega = \dots\dots\dots = \dots\dots$  rad/s
- Quanto vale il lavoro  $L_{ATT}$  fatto dalla forza di attrito che si esercita al contatto tra le due ruote durante il processo di cui sopra? [Il "processo" comincia nel momento in cui le due ruote entrano in contatto! Trascurate quello che avviene prima, cioè l'avvicinamento dei due perni]  
 $L_{ATT} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  J

3. Un sottile pezzo di tubo, di massa  $M = 1.0$  kg e lunghezza  $L = 50$  cm, è imperniato a un suo estremo (O in figura) in modo da poter ruotare con **attrito trascurabile** su un piano verticale. All'interno del tubo, che è cavo, si trova un oggetto puntiforme, di massa  $m = M/2 = 0.50$  kg, che può muoversi con attrito trascurabile all'interno del tubo. L'oggetto è agganciato a una molla di massa trascurabile, costante elastica  $k = 2.0 \times 10^4$  N/m e lunghezza di riposo  $L_0 = L/2$ : questa molla è quindi tenuta in posizione **compressa** da un qualche gancetto solidale al tubo. All'estremità del tubo, ovviamente quella opposta rispetto al perno, è attaccata una fune inestensibile di massa trascurabile, il cui altro capo è attaccato a un chiodo posto sulla verticale di O, a una distanza  $d = L = 50$  cm da questo. Inizialmente il sistema è in **equilibrio** nella configurazione rappresentata in figura: il tubo ha il suo asse in direzione orizzontale e l'oggetto puntiforme si trova a metà lunghezza del tubo. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità; può farvi comodo ricordare che  $2^{1/2} \sim 1.4$ ]



- Quanto valgono, **in modulo**, la tensione  $T$  della fune e la forza  $F_O$  che il perno esercita sull'asta in queste condizioni di equilibrio?  
 $T = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  N  
 $F_O = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  N
- A un dato istante la fune viene tagliata e il tubo con l'oggetto e la molla al suo interno risulta libero di ruotare con velocità angolare iniziale nulla. Quanto vale la velocità angolare  $\omega_0$  del tubo quando il suo asse si trova ad avere una direzione verticale? [In questo processo l'oggetto **non si muove** rispetto al tubo; assumete per il tubo il momento di inerzia di una sottile asta omogenea di pari massa e lunghezza]  
 $\omega_0 = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  rad/s
- Supponete ora che nel preciso istante in cui l'asse del tubo passa per la direzione verticale il gancetto che teneva compressa la molla venga rimosso: di conseguenza la molla si allunga (istantaneamente, notate che la molla è "molto rigida") fino alla propria lunghezza di riposo e l'oggetto viene "sparato via" fuori dal tubo. Discutete per benino, in brutta, quali grandezze dinamiche (energia, quantità di moto,

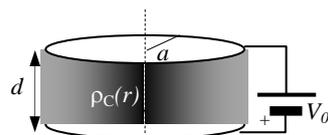
momento angolare) si conservano nel processo di sparo, cioè se variano o no tra subito prima e subito dopo lo sparo stesso, e spiegate perché. Determinate inoltre la velocità angolare  $\omega'$  del tubo **subito dopo** lo sparo.

Discussione : .....

$\omega' = \dots \sim \dots \text{ rad/s}$

**PARTE 3**

4. Un componente elettronico è costituito da due piastre (sottili) fatte di materiale perfettamente conduttore e con forma circolare di raggio  $a = 10 \text{ cm}$ . Tali piastre sono disposte una affiancata all'altra (parallelamente fra loro) a distanza relativa  $d = 1.0 \text{ mm}$ ; le dimensioni suggeriscono che è possibile "trascurare gli effetti ai bordi" (simmetria **piana per il campo elettrico**). Nello spazio tra le due piastre si trova del materiale debolmente conduttore, dotato di una resistività  $\rho_C$  che **non è uniforme**, ma dipende dalla distanza  $r$  dall'asse geometrico del sistema (tratteggiato in figura) attraverso la funzione  $\rho_C(r) = \rho_{C0} a/r$ , con  $\rho_{C0} = 1.0 \times 10^4 \text{ ohm m}$ . In sostanza, quindi, la resistività è massima sull'asse geometrico del sistema e diminuisce muovendosi verso la periferia. Le due piastre sono collegate a un generatore di differenza di potenziale ideale  $V_0 = 10 \text{ V}$ , come rappresentato schematicamente in figura e si suppone che il sistema abbia raggiunto condizioni stazionarie. Inoltre si può supporre che in queste condizioni ci sia della carica elettrica distribuita in modo omogeneo sulla superficie delle piastre e che il campo elettrico fuori dal sistema considerato sia nullo.



Disegno non in scala!!!

a) Discutete per benino, in brutta, come è fatto (da cosa dipende, chi lo genera, etc.) il campo elettrico nello spazio tra le piastre e determinate l'intensità di corrente  $I$  che scorre tra le piastre stesse. [Fate attenzione a considerare in modo opportuno la dipendenza dalla posizione delle varie grandezze coinvolte; può farvi comodo ricordare che l'elemento di superficie per un sistema a simmetria "circolare" (una simmetria cilindrica tagliata da un piano ortogonale all'asse) si ottiene, per l'appunto, tagliando l'elemento di volume della simmetria cilindrica con un piano ortogonale all'asse]

Discussione: .....

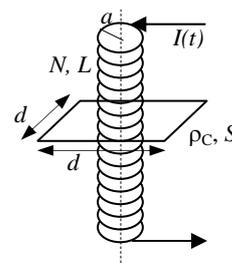
$I = \dots = \dots \text{ A}$

b) Quanto vale l'intensità del campo magnetico  $B_{OUT}$  in un punto collocato a distanza  $r_{OUT} = 2a$  dall'asse geometrico del sistema (quindi fuori dal sistema)? Quanto l'intensità  $B_{IN}$  in un punto collocato a distanza  $r_{IN} = a/2$  dall'asse (quindi "all'interno" del sistema)? [Usate  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m/A}$  per la suscettività magnetica del vuoto e supponete ancora una volta "trascurabili gli effetti ai bordi", che qui significa che vi **dovete comportare come se la "lunghezza"  $d$  del sistema fosse estremamente grande...**]

$B_{OUT} = \dots = \dots \text{ T}$

$B_{IN} = \dots = \dots \text{ T}$

5. Un solenoide di lunghezza  $L = 1.0 \text{ m}$  e raggio  $a = 5.0 \text{ cm}$  è realizzato avvolgendo  $N = 1000$  spire di filo elettrico (il solenoide è evidentemente molto più lungo che largo, e quindi potete considerarlo come "ideale"). Esso è collegato a un generatore di corrente variabile nel tempo. In pratica questo generatore è un dispositivo che fa circolare nel solenoide una corrente di intensità  $I(t)$ : esso è spento per  $t < 0$ , viene acceso in  $t = 0$  e si osserva che la corrente prodotta aumenta **linearmente** fino al valore  $I_{MAX} = 1.0 \times 10^3 \text{ A}$  nell'intervallo di tempo  $0 < t < \tau$ , con  $\tau = 2.0 \text{ s}$ , e quindi rimane costante al valore  $I_{MAX}$  per  $t > \tau$ . Attorno al solenoide è costruita una spira quadrata di lato  $d = 20 \text{ cm}$  fatta con un filo elettrico di sezione di area  $S = 0.50 \text{ mm}^2$  e resistività (omogenea)  $\rho_C = 1.0 \times 10^2 \text{ ohm m}$ . Come si vede in figura, la spira ha il suo centro geometrico in corrispondenza dell'asse del solenoide (tratteggiato in figura) e giace su un piano ortogonale all'asse e che lo interseca più o meno a metà della lunghezza del solenoide. [Considerate la spira e il solenoide rigidi e fissi nello spazio: gli effetti "meccanici" non sono quindi rilevanti in questo esercizio. Usate  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m/A}$  per la suscettività magnetica del vuoto]



Disegno assolutamente non in scala!!!

a) Come si esprime, in funzione del tempo  $t$ , l'intensità di corrente elettrica  $I_S(t)$  che è **indotta nella spira**? [Dovete scrivere una funzione di  $t$ : non usate valori numerici ma fate riferimento ai parametri letterali indicati nel testo; potete supporre che la variazione di corrente nel solenoide avvenga così lentamente che il campo magnetico nel solenoide abbia l'espressione "consueta"]

$I_S(t) = \dots$

b) Quanto vale l'**energia**  $E_J$  "dissipata" per effetto Joule dalla spira nell'intervallo di tempo compreso tra  $t=0$  e  $t = \Delta t = 4.0 \text{ s}$ ? [Attenti: si chiede un'energia, ma voi sapete esprimere la potenza,  $P_J = RI^2 \dots$ ; non vi stupite se vi viene un valore numericamente molto piccolino]

$E_J = \dots = \dots \text{ J}$

**TERMODINAMICA**

6. Una quantità  $n$  (incognita) di gas perfetto **biatomico** compie un ciclo termico **reversibile** composto dalla seguente successione di trasformazioni: isocora  $A \rightarrow B$ , espansione isoterma  $B \rightarrow C$ , compressione isobara  $C \rightarrow A$ . Si sa che:  $P_B = 2P_A$  e  $V_C = 2V_B = 2V_A$ . I soli dati noti del problema sono:  $P_A = 1.00 \times 10^5 \text{ Pa}$  e  $V_A = 1.66 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ . [La costante dei gas perfetti vale  $R = 8.31 \text{ J/(K mole)}$ ; può fare comodo sapere che  $\ln(2) \sim 0.693$ ]

a) Quanto vale l'efficienza, o rendimento,  $\eta$  del ciclo?

$\eta = \dots \sim \dots$

b) Sapendo anche che  $n = 1.00 \times 10^{-2}$  moli, quanto valgono la temperatura minima  $T_{LOW}$  e la temperatura massima  $T_{HIGH}$  raggiunte dal gas durante il ciclo? E quanto varrebbe l'efficienza  $\eta_C$  di una macchina di Carnot che lavorasse fra queste due temperature?

$T_{LOW} = \dots = \dots \text{ K}$

$T_{HIGH} = \dots = \dots \text{ K}$

$\eta_C = \dots = \dots$

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 23/6/2011

Firma: