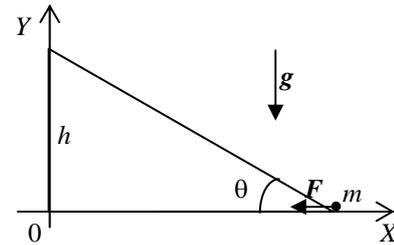


Nome e cognome: ..... Matricola: .....

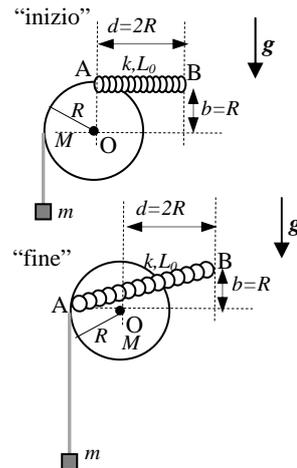
Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. Un oggetto puntiforme di massa  $m = 0.10$  kg si muove sotto l'effetto di una forza **disomogenea**  $F$ , creata chissà come. Questa forza è diretta **orizzontalmente** e la sua componente  $X$  dipende dalla posizione secondo la legge:  $F_x = -F_0 x/h$ , con  $F_0 = 2.0$  N (valore costante e uniforme),  $x$  coordinata orizzontale dell'oggetto puntiforme rispetto al sistema di riferimento che sarà specificato fra breve e  $h = 2.0$  m. Per effetto di questa forza l'oggetto sale lungo un piano inclinato di altezza  $h = 2.0$  m (è lo stesso  $h$  di prima!) che forma un angolo  $\theta = \pi/6$  rispetto all'orizzontale. La figura chiarisce la geometria del problema e mostra il sistema di riferimento che **dovete** usare: in particolare l'asse  $X$  è orizzontale, l'asse  $Y$  è verticale e l'origine si trova sullo "spigolo" in basso a sinistra del piano inclinato (vedi figura!). [Usate il valore  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che  $\cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$ , con  $3^{1/2} \sim 1.7$  e  $\sin(\pi/6) = 1/2$ ]



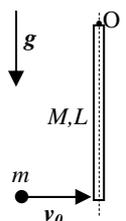
- Esiste una posizione di equilibrio per l'oggetto puntiforme sul piano inclinato? Se sì, quanto vale la quota  $y_{EQ}$  della posizione di equilibrio? [Usate, ovviamente, il sistema di riferimento indicato in figura e usate la geometria in modo appropriato]  
 $y_{EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  m
- Quanto vale il modulo della reazione vincolare  $N$  che la superficie del piano esercita sull'oggetto in condizioni di equilibrio?  
 $N = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  N
- Supponete ora che inizialmente l'oggetto si trovi fermo alla base del piano inclinato (a quota  $y_0 = 0$ , per intenderci) con la forza  $F$  "spenta" e che a un certo istante la forza venga "accesa". Quanto vale il modulo della velocità  $v'$  con cui l'oggetto raggiunge la sommità del piano inclinato (a quota  $y' = h$ , per intenderci), se la raggiunge? [Ovviamente la forza  $F$  è sempre quella delle domande precedenti, cioè è disomogenea e ha quella specifica dipendenza dalla posizione espressa sopra]  
 $v' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  m/s

2. Un cilindro pieno e omogeneo, di massa  $M = 6.0$  kg e raggio  $R = 20$  cm, è vincolato a ruotare attorno a un asse fisso che coincide con il suo asse geometrico. Sulla superficie laterale del cilindro è avvolta una fune di massa trascurabile un cui estremo è vincolato a una massa (puntiforme)  $m = M/2 = 3.0$  kg: il sistema è montato in modo tale che quando il cilindro ruota la fune si srotola e la massa  $m$  si muove verticalmente. Si suppone che la fune non slitti sulla superficie del cilindro e che tutti gli attriti coinvolti nel movimento siano **trascurabili**. Come rappresentato in figura, su una delle facce del cilindro, in corrispondenza di un punto (indicato con A) sulla circonferenza, è fissato l'estremo di una molla di massa trascurabile, costante elastica  $k = 50$  N/m e lunghezza di riposo  $L_0 = 2R = 40$  cm. L'altro estremo della molla è vincolato a un punto che si trova nella posizione indicata con B in figura: la quota di tale punto, misurata rispetto al polo di rotazione (O in figura), vale  $b = R = 20$  cm, mentre la distanza rispetto a O della verticale tracciata da questo punto vale  $d = 2R = 40$  cm. La configurazione iniziale del sistema è quella mostrata nella figura in alto: tutto è fermo, a causa di una qualche forza esterna, la molla ha il suo asse in direzione orizzontale e si trova a lunghezza di riposo. Quindi il sistema viene lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla e, a un dato istante, raggiunge la configurazione della figura in basso, in cui si vede che il cilindro è ruotato di un quarto di giro e la massa si è spostata di conseguenza. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità]



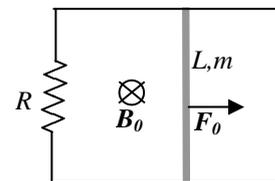
- Quanto vale, in modulo, la velocità  $v$  della massa  $m$  nell'istante considerato?  
 $v = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  m/s
- Quanto vale, in modulo, l'accelerazione della massa calcolata all'istante "iniziale",  $a_{INI}$ , e a quello "finale",  $a_{FIN}$ , del processo? [Ovviamente l'istante iniziale è quello in cui il sistema inizia a muoversi, figura in alto, e l'istante finale è quello in cui è avvenuta la rotazione del cilindro per un quarto di giro, figura in basso]  
 $a_{INI} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  m/s<sup>2</sup>       $a_{FIN} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  m/s<sup>2</sup>

3. Un "pendolo balistico" è realizzato con una sottile asta omogenea di lunghezza  $L = 1.0$  m e massa  $M = 30$  kg che è libera di ruotare con attrito trascurabile attorno a un asse O passante per un suo estremo (il piano di rotazione è verticale, come indicato in figura). Un proiettile puntiforme di massa  $m = 0.10$  kg =  $M/300$  viene sparato con velocità **orizzontale** di modulo  $v_0 = 2.0$  m/s in modo da colpire l'estremità "libera" (non imperniata) dell'asta. In seguito all'urto, il proiettile resta **conficcato** nell'asta e si osserva che il sistema asta+proiettile si mette a ruotare attorno all'asse fino a raggiungere un valore massimo  $\theta_{MAX}$  dell'angolo tra asse dell'asta e verticale. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità]



- Quanto vale  $\theta_{MAX}$ ? In brutta dovete spiegare **in modo chiaro** quale procedimento usate, se ci sono grandezze meccaniche del sistema che si conservano nel processo di urto e nel processo di rotazione dell'asta, e perché eventualmente si conservano. Può essere conveniente usare delle approssimazioni che tengano conto dei valori numerici dei parametri del problema, in particolare del rapporto tra le masse.  
 $\theta_{MAX} \sim \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  rad
- Chiamato  $t_0 = 0$  l'istante dell'urto (che avviene istantaneamente), quanto vale l'istante  $t_{MAX}$  a cui il sistema raggiunge l'angolo  $\theta_{MAX}$  di cui sopra? [Attenzione: la soluzione richiede di capire che tipo di movimento compie il sistema e di fare ragionevoli assunzioni basate sul fatto che il valore di  $\theta_{MAX}$  è "piccolo"...]  
 $t_{MAX} \sim \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  s

4. Un circuito elettrico è costituito dagli elementi rappresentati in figura: una barretta di materiale ottimo conduttore di lunghezza  $L = 10$  cm e massa  $m = 50$  g che può scorrere con **attrito trascurabile** in direzione orizzontale, mantenendo contatto elettrico con due guide fisse e rigide, anch'esse di materiale conduttore. Le due guide sono collegate tra loro attraverso un resistore elettrico con resistenza  $R = 1.0$  kohm. Un campo magnetico esterno, **uniforme, costante** e di modulo  $B_0 = 5.0$  T, attraversa il piano su cui si muove la barretta (la figura mostra che  $B_0$  "entra nel foglio"). La barretta è sottoposta all'azione di una **forza costante e uniforme**  $F_0$  prodotta da un operatore esterno e diretta orizzontalmente come in figura e di modulo  $F_0 = 2.0 \times 10^{-3}$  N; tale forza provoca il movimento della barretta nella stessa direzione e verso.



a) Individuate il verso della corrente elettrica  $I$  che viene indotta nel circuito per effetto del movimento della barretta e spiegate **per benino** in brutta perché si genera tale corrente.

Verso della corrente e spiegazione : .....

b) Come si scrive l'equazione del moto  $a(t)$  della barretta nelle condizioni dell'esercizio? [Dovete determinare l'accelerazione della barretta lungo la direzione orizzontale: **non** usate valori numerici per la risposta, ma servitevi dei parametri letterali del problema]

$a(t) = \dots\dots\dots$

c) Supponete ora che a un dato istante la velocità della barretta venga ad essere  $v' = 2.0$  m/s; quanto vale, in questo preciso istante, la potenza  $P'$  "dissipata" per effetto Joule dal resistore?

$P' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  W

d) Quanto vale, se esiste, la velocità massima  $v_{MAX}$  che la barretta può raggiungere? [Occhio: guardate bene l'equazione del moto che avete determinato al quesito b)...]

$v_{MAX} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  m/s

5. Un campione di  $n = 0.200$  moli di un gas perfetto monoatomico compie la seguente successione di trasformazioni espansione isoterma **irreversibile**  $A \rightarrow B$ , compressione isobara **reversibile**  $B \rightarrow C$ , isocora **reversibile**  $C \rightarrow A$ . Si sa che nel punto A il gas si trova a temperatura  $T_A = 300$  K e volume  $V_A = 1.00$  litri; inoltre si sa che  $V_B = 2V_A$  e che nell'isoterma **irreversibile**  $A \rightarrow B$  il gas assorbe una quantità di calore  $Q_{AB} = 300$  J. [Usate  $R = 8.31$  J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

a) Quanto vale la variazione di entropia  $\Delta S_{AB}$  per la trasformazione  $A \rightarrow B$ ? [State attenti! La trasformazione considerata è irreversibile, dunque per essa potrebbe non valere la consueta legge di stato delle isoterme...; ricordate però che la variazione di entropia è una funzione di stato e spiegate per bene, in brutta, il procedimento adottato. Può farvi comodo sapere che  $\ln(2) \sim 0.693$ ]

$\Delta S_{AB} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  J/K

b) Quanto vale l'efficienza, o rendimento,  $\eta$  del ciclo?

$\eta = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

c) Quanto varrebbe l'efficienza, o rendimento,  $\eta'$  del ciclo se la trasformazione  $A \rightarrow B$  fosse un'isoterma **reversibile**? [Notate che, in questo caso, il calore assorbito nella trasformazione  $A \rightarrow B$  non avrebbe più lo stesso valore  $Q_{AB}$  citato prima nel testo!]

$\eta' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
Pisa, 19/9/2011 Firma: