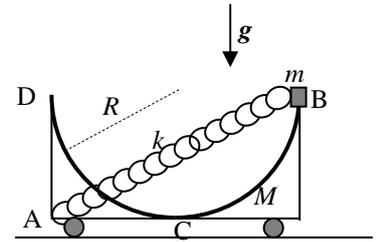


Nome e cognome:

Matricola:

Istruzioni: **riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.** Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. Una guida (un tondino rigido), che ha la forma di una semicirconfenza di raggio $R = 50$ cm che giace su un piano verticale, è montata su un carrello di massa $M = 4.0$ kg (si intende massa totale del carrello e della guida). Sulla guida è infilato un manicotto (puntiforme) di massa $m = M/4 = 1.0$ kg vincolato a una molla di massa trascurabile, costante elastica $k = 4.0$ N/m e lunghezza di riposo **trascurabile** il cui altro estremo è fissato a un'estremità del carrello (punto A di figura). Il manicotto può scorrere sulla guida con attrito **trascurabile** e il carrello può muoversi su una strada orizzontale con attrito **trascurabile**. Inizialmente manicotto e carrello sono entrambi fermi e il manicotto si trova al punto più "alto" della guida (punto B di figura), da cui a un certo istante viene lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità; fate attenzione che il sistema proposto probabilmente non è realizzabile nella forma descritta in figura, ma supponete che esso sia davvero fattibile]



a) Quanto valgono, in **modulo**, le velocità v' e V' rispettivamente del manicotto e del carrello nell'istante in cui il manicotto passa per il punto più "basso" della guida, cioè per il punto C di figura? [Tenete conto che sia il manicotto che il carrello si muovono e utilizzate per bene, con **debita spiegazione in brutta**, i concetti di conservazione delle grandezze meccaniche dei sistemi]

$v' = \dots \sim \dots$ m/s

$V' = \dots \sim \dots$ m/s

b) Quanto vale, in **modulo**, la forza di reazione vincolare F esercitata dalla guida sul manicotto nell'istante in cui esso passa per il punto C?

$F = \dots \sim \dots$ N

c) Quanto vale lo spostamento ΔX che il **carrello** compie mentre il manicotto scende fino al punto A della guida? [Per il segno, usate un riferimento orizzontale orientato verso la **sinistra** di figura]

$\Delta X = \dots = \dots$ m

d) Quanto valgono, in **modulo**, le velocità v'' e V'' rispettivamente del manicotto e del carrello nell'istante in cui il manicotto passa per la posizione D di figura? [La posizione D si trova al punto più "alto" della guida dalla parte opposta rispetto al punto di partenza e non è affatto detto che il manicotto vi si soffermi (quello che succede dopo non vogliamo saperlo...)! Per la risposta state molto attenti a considerare per bene le componenti delle velocità e **spiegate per bene in brutta** come procedete]

$V'' = \dots = \dots$ m/s

$v'' = \dots = \dots$ m/s

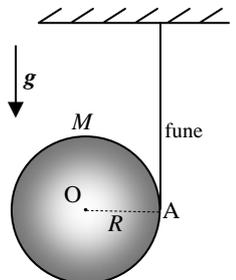
2. Un cilindro **disomogeneo** di massa $M = 0.30$ kg e raggio $R = 10$ cm è costruito in modo da presentare una densità di massa che varia con la distanza dall'asse r secondo la legge $\rho_m(r) = Ar^2$, con A costante **incognita** opportunamente dimensionata.

a) Quanto vale il momento di inerzia I del cilindro per rotazioni attorno al suo asse geometrico? [Se non sapete rispondere a questa domanda passate senza indugio alle successive, lasciando il momento di inerzia indicato con la lettera I]

$I = \dots = \dots$ kg m²

b) Immaginate ora che attorno alla superficie laterale del cilindro sia stata avvolta una fune inestensibile di massa trascurabile, il cui estremo libero è fissato a un solaio fisso e rigido come schematizzato in figura. Il cilindro è così libero di scendere verso il basso mentre la fune si srotola, con un movimento roto-traslatorio che è, tanto per capirsi, quello di uno yo-yo (gioco amato da noi vecchietti quando eravamo bimbi...). Quanto vale il modulo della tensione T che la fune esercita sul cilindro? [Immaginate che la tensione agisca sempre sul punto A di figura e che la fune, ovviamente, non slitti sulla superficie laterale del cilindro su cui è avvolta; inoltre trascurate ogni forma di attrito]

$T = \dots = \dots$ N



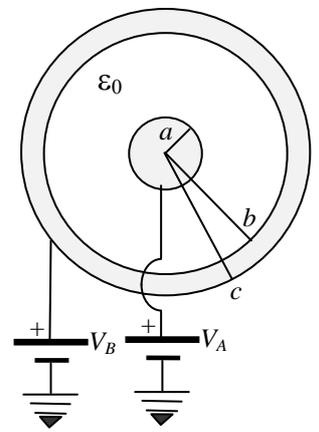
c) Supponendo che il cilindro parta da fermo da una certa quota, quanto vale la velocità v_{CM} del suo centro di massa quando questo è sceso per un tratto $\Delta h = 50$ cm?

$v_{CM} = \dots \sim \dots$ m/s

d) Immaginate ora che, subito dopo che il centro di massa è sceso per il tratto Δh , la fune si stacchi improvvisamente dal solaio. Quanto vale la velocità angolare ω del cilindro dopo che il suo centro di massa è sceso per un ulteriore tratto $\Delta h = 50$ cm?

$\omega = \dots \sim \dots$ rad/s

3. Una sfera piena di raggio $a = 10$ cm, fatta di materiale ottimo **conduttore** omogeneo, è circondata da un guscio sferico spesso, con raggio interno $b = 40$ cm e raggio esterno $c = 50$ cm, concentrico alla sfera e fatto anch'esso di materiale ottimo **conduttore** omogeneo. Lo spazio tra sfera e guscio, cioè il volume compreso tra $r = a$ e $r = b$, è vuoto. Come rappresentato in figura, la sfera è collegata al polo positivo di un generatore di differenza di potenziale $V_A = 3.0 \times 10^2$ V, il cui altro polo è collegato a terra, mentre il guscio è collegato al polo positivo di un generatore di differenza di potenziale $V_B = 9.0 \times 10^2$ V, il cui altro polo è anche collegato a terra; considerate il sistema in condizioni di **equilibrio**. [Usate $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto]



a) Detta Q_a la carica che si trova sulla superficie della sfera piena (cioè al raggio $r = a$), come si esprimono le cariche Q_b e Q_c che si trovano sulle superfici interna ed esterna del guscio (cioè ai raggi rispettivamente $r = b$ e $r = c$)? [Lasciate per il momento incognita la carica Q_a , per calcolarla al punto seguente. Qui usate espressioni letterali, senza valori numerici. Spiegate **per bene**, in brutta, il procedimento adottato]

$$Q_b = \dots\dots\dots$$

$$Q_c = \dots\dots\dots$$

b) Quanto vale Q_a ?

$$Q_a = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ C}$$

c) Immaginate ora che all'istante $t_0 = 0$ il generatore V_B venga improvvisamente sostituito con una resistenza $R = 10$ Mohm (dunque per $t < t_0$ il sistema è quello descritto in precedenza, mentre per $t > t_0$ c'è una resistenza R tra il **guscio sferico e la terra**). Come si esprime in funzione del tempo t l'intensità di corrente $I(t)$ che scorre nella resistenza? [Dovete scrivere una funzione del tempo t ; non usate valori numerici; spiegate **per bene**, in brutta, cosa succede]

$$I(t) = \dots\dots\dots$$

d) Quanto vale il lavoro L_A fatto dal generatore V_A in un lunghissimo (idealmente "infinito") periodo di tempo successivo a $t_0 = 0$?

$$L_A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ J}$$

===== Termodinamica (opzionale/anni precedenti)

Un recipiente dotato di pareti rigide, indeformabili e **impermeabili al calore**, ha volume $V = 1.00$ l. Al suo interno può scorrere con attrito trascurabile un setto di spessore e massa trascurabili che divide il recipiente in due camere, A e B, contenenti rispettivamente n_A e n_B moli di un gas monoatomico che può essere considerato perfetto. Il setto scorre in direzione orizzontale ed è anch'esso realizzato con materiale **impermeabile al calore**. Si sa che $n_B = 2n$ e $n_A = n$ e che, ovviamente, $V = V_A + V_B$. Inoltre si osserva che, inizialmente, il sistema è in equilibrio con $V_A = V_B$ e $T_A = 500$ K. [Usate $R = 8.31$ J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

a) Quanto vale la temperatura T_B del gas che si trova nella camera B?

$$T_B = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ K}$$

b) Supponete ora che un apposito dispositivo fornisca al (solo) gas presente nella camera A una certa quantità di calore Q_A (incognita). A seguito di questa cessione di calore, si osserva che il gas nella camera A si espande e il setto si sposta finché non viene raggiunta una nuova condizione di equilibrio in cui $V_A' = 3V/4$. Il processo avviene in maniera quasi-statica, cioè in condizioni che si possono ritenere **reversibili**. Sapendo che $n_A = 0.100$ moli, quanto vale il calore Q_A ?

$$Q_A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ J}$$