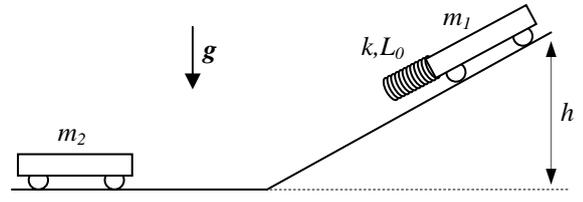


Nome e cognome: .....

Matricola: .....

Istruzioni: **riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.** Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. Un carrello, che nel seguito chiameremo "carrello 1" (e considereremo quando necessario puntiforme), ha massa  $m_1 = m = 10$  kg e può muoversi con **attrito trascurabile** su un percorso costituito da un piano inclinato seguito da un tratto orizzontale molto lungo (la figura non è in scala!). Il carrello è dotato, sulla parte anteriore, di un "respingente" costituito da una molla di costante elastica  $k = 2.0 \times 10^5$  N/m e lunghezza a riposo  $L_0 = 10$  cm. Inizialmente esso si trova sulla sommità del piano inclinato, ad altezza  $h = 5.0$  m rispetto alla quota del tratto orizzontale; a un dato istante esso parte da fermo, scende per il piano inclinato e quindi, giunto sul tratto orizzontale, incontra un carrello simile, denominato "carrello 2", di massa  $m_2 = 4m = 40$  kg.

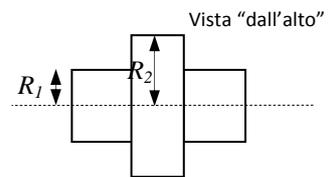


Disegno assolutamente non in scala!!!!

La molla "respingente" comincia allora a comprimersi fino a raggiungere (istantaneamente) un dato valore massimo di compressione. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità. Notate che, ovviamente, prima che il carrello 1 abbia incontrato il carrello 2 la molla si trova alla propria lunghezza di riposo; inoltre nella fase di compressione essa si mantiene sempre con il proprio asse in direzione orizzontale. Ricordate che la compressione è definita come differenza tra lunghezza di riposo e lunghezza "attuale" della molla]

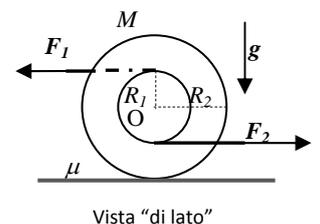
- Supponendo che il **carrello 2 sia inchiodato sulla strada** (esso non si può muovere!), quanto vale la compressione massima  $\Delta$  della molla?  
 $\Delta = \dots \sim \dots$  m
- Supponendo invece che il **carrello 2 sia libero di muoversi** con attrito trascurabile (e sia inizialmente fermo), quanto vale la compressione massima  $\Delta'$  della molla? [Spiegate per bene, in brutta, il procedimento usato]  
 $\Delta' = \dots \sim \dots$  m
- Quanto vale, in modulo, la massima **accelerazione relativa**  $a_{REL,MAX}$  dei due carrelli nella fase di compressione della molla? [Considerate il carrello 2 libero di muoversi come nel punto b). Ricordate che l'accelerazione relativa è, in modulo,  $a_{REL} = |a_2 - a_1|$ : pensate al fatto che i due carrelli, nella fase di compressione della molla, formano un **sistema** di due oggetti che interagiscono tramite la molla, altrimenti non ne venite a capo...]  
 $a_{REL,MAX} = \dots \sim \dots$  m/s<sup>2</sup>
- Dopo aver raggiunto (istantaneamente) la compressione massima, la molla tende a riallungarsi e i due carrelli finalmente si separano. Si osserva che il carrello 1 risale lungo il piano inclinato fino a una certa quota  $h'$  (misurata rispetto alla quota del tratto orizzontale). Quanto vale  $h'$ ? [Considerate anche per questa domanda il carrello 2 libero di muoversi come per i punti b) e c) e osservate che, quando i due carrelli si sono separati, la molla si trova alla propria lunghezza di riposo. Supponete che la separazione avvenga nel tratto orizzontale del percorso]  
 $h' = \dots = \dots$  m

2. Una strana ruota usata in un gioco folcloristico con figuranti in costume è costruita unendo in un solo corpo tre cilindri **pieni e omogenei** di massa complessiva  $M$ . Come rappresentato in figura (vista "dall'alto"), i tre cilindri sono saldati in modo da essere coassiali fra loro; i due cilindri "esterni" sono identici fra loro, portano ognuno una massa pari a un quarto di quella totale della ruota e hanno un raggio  $R_1 = R$ . Il cilindro "centrale" ha invece raggio doppio,  $R_2 = 2R$ .



- Come si scrive il momento di inerzia  $I$  della ruota per rotazioni attorno al suo asse geometrico? [Non ci sono valori numerici: nell'espressione devono comparire le grandezze rappresentate dai simboli  $M$  e  $R$ ]  
 $I = \dots$

b) Nell'impiego per il gioco folcloristico, due funi inestensibili e di massa trascurabile vengono avvolte sui due cilindri "esterni" (nello stesso verso). Queste funi possono srotolarsi senza strisciare sulla superficie esterna dei cilindri, per intenderci come per una puleggia "ordinaria". Quindi la ruota viene appoggiata su una superficie orizzontale scabra, dotata di coefficiente di attrito statico  $\mu$ . Due figuranti prendono in mano gli estremi delle funi e tirano con tutta la loro forza, facendo in modo che le funi rimangano tese e **orizzontali**. La situazione è schematizzata in figura, dove la ruota è stavolta vista "di lato". Supponete che il figurante di destra sia più nerboruto di quello di sinistra ( $F_2 > F_1$ ) e che si osservi sperimentalmente che la ruota si muove di **rotolamento puro** con il suo centro di massa che si sposta verso la **sinistra** di figura.



Discutete **per bene**, in brutta che direzione e verso ha la forza di attrito  $F_A$  che si esercita fra punto di contatto della ruota e piano scabro. [State attenti a considerare **in che modo** le funi sono avvolte sui due cilindri: la situazione è quella rappresentata in figura!]

Discussione su direzione e verso della forza di attrito: .....

- c) Scrivete le espressioni delle equazioni del moto di traslazione del centro di massa e di rotazione attorno all'asse geometrico della ruota O (equazioni cardinali)  $a_{CM}$  e  $\alpha$ , usando un riferimento orizzontale orientato verso la **sinistra** di figura e un riferimento angolare positivo per rotazioni **antiorarie** della ruota attorno al suo asse. [Nelle equazioni del moto devono comparire solo le grandezze rappresentate dai simboli  $M, F_1, F_2, F_A, R$ ]

$$a_{CM} = \dots\dots\dots$$

$$\alpha = \dots\dots\dots$$

- d) Facoltativamente, discutete per bene, in brutta, quali condizioni occorre porre su  $\mu$  per avere le condizioni descritte (rotolamento puro) supponendo noti i moduli delle forze applicate,  $F_1, F_2$  e massa e raggio,  $M, R$ , della ruota. [Indicate con  $g$  il modulo dell'accelerazione di gravità]

Condizione su  $\mu$ : .....

3. Avete un condensatore ad armature piane e parallele le cui armature sono costituite da due dischi sottili di materiale perfettamente conduttore (raggio dei dischi  $a = 10$  cm) posti parallelamente e coassialmente uno di fronte all'altro a una distanza  $d = 1.0 \times 10^{-4}$  m (lo spazio tra le armature è vuoto). Le armature sono connesse a un generatore di differenza di potenziale **variabile** nel tempo, spento per  $t < 0$  e tale che in un intervallo di tempo  $\Delta t = 10$  s la differenza di potenziale passa da zero al valore  $V_0 = 5.0 \times 10^3$  V seguendo una funzione **lineare** del tempo. [Usate i valori  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$  F/m per la costante dielettrica del vuoto; notate che l'intervallo di tempo considerato può essere ritenuto sufficientemente lungo da utilizzare le leggi valide nel caso "stazionario"]

- a) Quanto vale il lavoro  $L$  fatto dal generatore nell'intervallo  $\Delta t$ ?

$$L = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ J}$$

- b) Come si esprime la funzione del tempo  $t$  che descrive la carica  $Q(t)$  accumulata sul condensatore al tempo  $t$  generico nell'intervallo  $0 < t < \Delta t$ ? [Non usate valori numerici per questa risposta, ma rappresentate le grandezze note del problema con i loro simboli letterali]

$$Q(t) = \dots\dots\dots$$

- c) Quanto vale la corrente  $I$  erogata dal generatore nell'intervallo  $0 < t < \Delta t$ ? [Considerate il valore assoluto della corrente, senza preoccuparvi dell'eventuale segno]

$$I = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ A}$$

---

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
Pisa, 12/6/2014

Firma: