

Nome e cognome: .....

Matricola: .....

Istruzioni: **riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.** Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. **Premessa:** quello che segue è un esercizio di meccanica del punto. L'unica conoscenza di elettrostatica necessaria per la soluzione è la seguente (la conoscete benissimo, ma vi viene ricordata a scampo di equivoci): tra due cariche elettriche puntiformi  $q$  e  $Q$  poste a distanza relativa  $r$  si instaura una forza diretta lungo la congiungente tra le due cariche e il cui modulo si scrive  $F_{ELE} = \kappa qQ/r^2$ .

Un semplicissimo (ed irrealistico) modello "planetario" di atomo di idrogeno prevede che un protone di carica  $Q = 1.6 \times 10^{-19}$  C sia **fisso** nello spazio e che attorno ad esso possa ruotare, su un'orbita **circolare**, un elettrone di carica  $q = -Q$  e massa  $m = 9.0 \times 10^{-31}$  kg. [Usate il valore  $\kappa = 9.0 \times 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup> per la costante della forza elettrica; trascurate ogni effetto di massa (forza peso) e attrito]

a) Sapendo che il raggio dell'orbita vale  $R = 5.0 \times 10^{-11}$  m, e supponendo che il moto sia circolare **uniforme**, quanto vale la velocità angolare  $\omega$  con cui ruota l'elettrone?

$\omega = \dots \dots \dots \sim \dots \dots \dots$  rad/s

b) Se il raggio dell'orbita raddoppia per effetto di una qualche perturbazione "esterna", cioè diventa  $R' = 2R = 1.0 \times 10^{-10}$  m, quanto vale la variazione di energia potenziale elettrostatica,  $\Delta U_E$ ? [Potrebbe farvi comodo rammentare la seguente regola di integrazione indefinita per una variabile generica  $\xi$ :  $\int (1/\xi^2) d\xi = -1/\xi$ ]

$\Delta U_E = \dots \dots \dots \sim \dots \dots \dots$  J

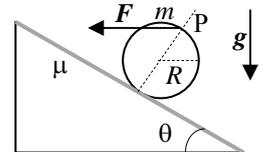
c) E quanto vale la variazione di energia cinetica  $\Delta E_k$ ?

$\Delta E_k = \dots \dots \dots \sim \dots \dots \dots$  J

d) Come si modificherebbe la risposta al punto a) nel caso, un po' più realistico, di protone libero e non fisso nello spazio? Discutete brevemente e in modo chiaro. [Ricordate che la massa del protone vale  $M = 1.7 \times 10^{-27}$  kg, circa 1800 volte la massa dell'elettrone,  $m$ ]

Discussione: .....

2. Un cilindro **pieno e omogeneo** di massa  $m = 4.0$  kg e raggio  $R = 50$  cm si trova su un piano inclinato **scabro** (coefficiente di attrito  $\mu = 1/2 = 0.50$ ) che forma un angolo  $\theta = \pi/6$  rispetto all'orizzontale. Sulla superficie del cilindro, al punto P indicato in figura, è applicata una forza  $F$  (un ditino che preme), di direzione orizzontale, verso come in figura e modulo **incognito**. Sotto l'azione di questa forza il cilindro è in **equilibrio**. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità. Ricordate che  $\cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$ , con  $3^{1/2} \sim 1.7$  e  $\sin(\pi/6) = 1/2$ ]



a) Quanto vale il modulo  $F_0$  della forza  $F$ ? [Il pedice "0" si usa per indicare che questo è il modulo della forza in queste condizioni di equilibrio!]

$F_0 = \dots \dots \dots \sim \dots \dots \dots$  N

b) Che direzione e verso ha, e qual è il modulo della forza di attrito  $F_A$ ? [Spiegate per bene in brutta il ragionamento seguito e ... **ponetevi delle domande a cui rispondere!**]

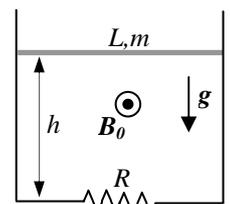
Direzione e verso: .....

$F_A = \dots \dots \dots = \dots \dots \dots$  N

c) Immaginate ora che la forza  $F$  aumenti il proprio modulo rispetto al valore di equilibrio  $F_0$ . In queste condizioni l'equilibrio non c'è più e il cilindro trasla, ruotando, verso l'alto del piano inclinato. Quanto vale il modulo massimo  $F_{MAX}$  della forza che garantisce che il cilindro **cominci** a muoversi di rotolamento puro? [Supponete che il cilindro parta da fermo]

$F_{MAX} = \dots \dots \dots \sim \dots \dots \dots$  N

3. Una barretta di lunghezza  $L = 10$  cm e massa  $m = 0.10$  kg, fatta di materiale ottimo conduttore, può scorrere con **attrito trascurabile** in direzione verticale mantenendosi in contatto elettrico con due guide ottime conduttrici, fisse, rigide e disposte verticalmente, collegate tra loro da un resistore  $R = 0.10$  ohm come indicato in figura. In questo modo la barretta costituisce il "lato mobile" di una "spira conduttrice" la cui resistenza elettrica è  $R$ . Un campo magnetico esterno, uniforme e costante, insiste sulla regione di interesse. Tale campo magnetico ha modulo  $B_0 = 1.0$  T, direzione ortogonale al foglio e verso uscente da esso (vedi figura). Inizialmente la sbarretta si trova ferma a una certa quota  $h$  e da qui viene lasciata scendere con velocità iniziale nulla. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Per effetto del moto di discesa della barretta, nella spira con lato mobile viene indotta una corrente. Discutete **per bene**, in brutta, che verso ha tale corrente e spiegate perché.

Discussione: .....

- b) Detta  $v$  la velocità della barretta (misurata rispetto a un asse verticale orientato verso il basso), come si esprime la potenza  $P(v)$  “dissipata” per effetto Joule dalla resistenza  $R$ ? [Per rispondere a questa domanda dovete considerare “nota” la velocità  $v$  e limitarvi a scrivere la **funzione** di  $v$  che lega matematicamente tale velocità alla potenza “dissipata”; non usate valori numerici!]

$P(v) =$  .....

- c) Come si scrive l’accelerazione  $a$ , ovvero l’equazione del moto, della barretta? [Usate un riferimento verticale orientato verso il basso e scrivete una **funzione** dei parametri letterali del problema, senza usare valori numerici]

$a =$  .....

- d) Discutete per bene, in brutta, per quale motivo la barretta raggiunge nel suo moto una velocità massima  $v_{MAX}$  e determinatene il valore.

Discussione: .....

$v_{MAX} =$  ..... = ..... m/s

---

**Nota:** acconsento che l’esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
Pisa, 24/7/2014

Firma: