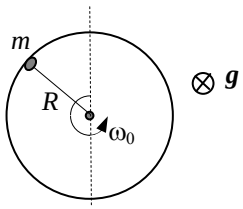
Corso di Laurea STC Chim Curr Appl – ESAME DI FISICA GENERALE - 10/6/2010

Nome e cognome: …… Matricola: ……

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1. Un gioco da luna park è costituito da un guscio cilindrico rigido e indeformabile, di raggio interno R = 4.9 m, che viene messo in rotazione attorno al suo asse grazie ad un motore elettrico. Un bambino (che approssimerete ad un punto materiale!), di massa m = 20 kg, si appoggia alla superficie interna del guscio, scabra, quando il motore è fermo. Quindi il motore viene acceso e, quando il guscio raggiunge una certa velocità angolare, il pavimento viene rimosso ed il bambino rimane "attaccato" alla superficie interna del guscio. La figura rappresenta una vista **dall'alto** della configurazione (l'accelerazione di gravità, il cui modulo vale g = 9.8 m/s^2, entra nel foglio). Sapete che il coefficiente di attrito statico tra bambino e superficie interna del guscio è μ_S = 0.50.

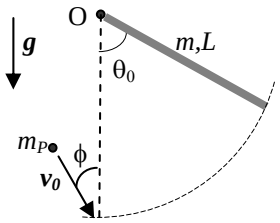


Vista dall'alto

   a) Supponendo che, a regime, il guscio ruoti con velocità angolare uniforme e costante ω_0 = 10 rad/s, quanto vale il modulo della reazione vincolare N esercitata dalla superficie interna del guscio sul bambino?
   N = …… = ……. N $m\omega_0^2 R = 9.8\text{x}10^3$ N [la reazione vincolare produce la forza centripeta che fa ruotare il bambino ; visto il valore numerico, io non farei salire mio figlio su questo gioco !]

   b) All'istante t_0 = 0, il guscio inizia a diminuire la sua velocità angolare essendo sottoposto ad una accelerazione angolare **costante ed uniforme** α = - 0.50 rad/s^2 (il segno negativo significa che la rotazione decelera). Si osserva che ad un certo istante T il bambino comincia a scivolare verso il basso. Quanto vale T?
   T = ……..= ……. s $((g/(R\mu_S))^{1/2} - \omega_0)/\alpha$ = 16 s [affinché il bambino rimanga "attaccato" alla parete interna del guscio occorre che la forza di attrito, che ha modulo $\mu_S N = \mu_S m\omega^2 R$, sia maggiore o uguale della forza peso, mg; esprimendo ω in funzione del tempo secondo $\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$ (moto uniformemente accelerato) e risolvendo l'uguaglianza per t si ottiene il risultato]

2. Un'asta sottile e omogenea di massa m = 0.10 kg e lunghezza L = 30 cm è imperniata a un suo estremo (O in figura) in modo da poter ruotare su un piano verticale con **attrito trascurabile**. Inizialmente l'asta viene mantenuta ferma nella posizione di figura (l'angolo rispetto alla verticale vale $\theta_0=\pi/3$) da una forza esterna che a un dato istante viene improvvisamente rimossa: l'asta si mette dunque in movimento con velocità angolare iniziale nulla. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $cos(\pi/3)=1/2$ e $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$]

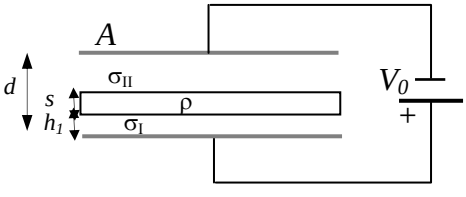


   a) Quanto vale la velocità angolare ω dell'asta quando essa passa per la posizione di equilibrio?
   ω = …… ~ …… rad/s $(3g/L)^{1/2} \sim 9.9$ rad/s [non essendoci attriti si conserva l'energia meccanica, cioè è $0=\Delta E_K+\Delta U_G$, con $\Delta E_K = (I/2)\omega^2$ (inizialmente l'asta è ferma) e $\Delta U_G = -mg(L/2)(1-cos\theta_0)=-mgL$. Essendo per un'asta omogenea che ruota attorno a un perno passante per un suo estremo $I = (m/3)L^2$, si ottiene la soluzione] la somma dei lavori compiuti o subiti nelle varie trasformazioni, che si ottiene facilmente calcolandosi il lavoro dell'isoterma, L_1, e il lavoro dell'isobara, L_2 (l'isocora ha ovviamente lavoro nullo). La risposta si ottiene usando le espressioni delle variabili di stato determinate prima]

   b) Supponete ora che, esattamente quando l'asta passa per la posizione di equilibrio, il suo estremo "in basso" (quello non imperniato) venga colpito da un proiettile puntiforme, di massa $m_P = m/2$ che, subito prima dell'urto, ha velocità $\boldsymbol{v_0}$ di modulo incognito e direzione come in figura (l'angolo rispetto alla verticale vale $\phi = \pi/6$). In seguito all'urto il proiettile rimane **conficcato** nell'asta. Discutete per bene, in brutta, quali grandezze si conservano nel processo (considerando il sistema subito prima e subito dopo l'urto).
   Discussione: …… l'urto è anelastico e dunque non si conserva l'energia cinetica del sistema. Inoltre esso non è isolato, a causa della presenza del perno in O che può trasferire forze impulsive sull'asta. Tuttavia, scegliendo come polo proprio il punto O, si vede che le forze esterne (impulsive, la forza peso fa comunque effetto trascurabile nella breve durata dell'urto) non producono momento, per cui si conserva il momento angolare (assiale) rispetto a tale polo.

   c) Sapendo che, **subito** dopo l'urto, l'asta (ovvero il sistema composto da asta+proiettile conficcato) si ferma istantaneamente, quanto vale v_0?
   v_0 = …… ~ …… m/s $4\omega L/3 \sim 4.0$ m/s [come già discusso al punto precedente, l'unica quantità che si conserva è il momento angolare (assiale) rispetto al polo O. Dopo l'urto esso è nullo, dato che il sistema è fermo. Prima dell'urto esso è dovuto al movimento di rotazione dell'asta e al movimento traslatorio del proiettile, cioè: $L_0 = I\omega + L_{PROIETT.}$. Il momento angolare del proiettile prima dell'urto può essere calcolato dalla definizione vettoriale $\boldsymbol{L} = m\boldsymbol{v_0}\boldsymbol{x}\boldsymbol{R}'$, essendo $\boldsymbol{v_0}$ il vettore velocità e $\boldsymbol{R}$ il vettore che congiunge il polo O con il punto di impatto. Si vede chiaramente che $|L| = m_P\, v_0 L sin\phi = m v_0 L/4$ (si è usato $m_P=m/2$ e $sin(\pi/6)=cos(\pi/3)=1/2$). Per quanto riguarda il segno, esso è opposto rispetto a quello del momento angolare dell'asta, come si può facilmente dedurre esaminando i versi dei vari spostamenti. Quindi imponendo la conservazione del momento angolare si ottiene la soluzione]

3. Due sottili lamine di materiale ottimo conduttore, spessore **trascurabile** ed area A = 1.0 m^2 sono poste parallelamente l'un l'altra ad una distanza d = 10 cm. Nello spazio (vuoto) tra le lamine si trova una lastra conduttrice globalmente **scarica**, di area A identica a quella delle lamine e spessore s = 2.0 cm. La configurazione è descritta schematicamente nella figura, da cui si vede che la lastra si trova ad una distanza h_1 = 1.0 cm dalla lamina "inferiore". Ad un dato istante, le due lamine, che inizialmente erano **scariche**, vengono collegate ad un generatore ideale di differenza di potenziale V_0 = 100 V. [Usate il valore $\varepsilon_0 = 8.8\text{x}10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto e supponete che le dimensioni del sistema siano tali da **poter trascurare gli effetti ai bordi**]



Disegno non in scala!!!

   a) Quanto valgono, in condizioni stazionarie, la densità di carica di volume ρ all'interno della lastra conduttrice e le densità di carica superficiale σ_I e σ_{II} sulle sue due facce indicate in figura (rispettivamente quella inferiore e superiore, nel disegno)?

ρ = ……..... = …… C/m^3 0 [essendo il sistema in condizioni stazionarie, cioè di equilibrio, il campo elettrico interno alla lastra deve essere nullo, e nulla deve essere la densità di carica di volume, come si può facilmente dimostrare]

σ_I= …… = …… C/m^2 $-\varepsilon_0 V/(d-s) = -1.1\text{x}10^{-10}$ C/m^2

σ_{II}= …… = …… C/m^2 $-\sigma_I = 1.1\text{x}10^{-10}$ C/m^2 [detti E_1 ed E_2 i campi nella regioni compresa tra lamina inferiore e lastra e tra lastra e lamina superiore, per Gauss deve essere $\sigma_I = -E_1\varepsilon_0$ (il segno negativo viene dal fatto che il versore rilevante è antiparallelo al campo!); per la neutralità della lastra deve essere $\sigma_{II} = -\sigma_I$; d'altra parte per Gauss deve anche essere $E_2 = \sigma_B/\varepsilon_0 = E_1$. Sfruttando la definizione di differenza di potenziale, detta $h_2 = d - s - h_1$ la distanza tra faccia superiore della lastra e lamina superiore, deve allora essere $V_0 = E_1h_1+E_2h_2 = E_1(d-s)$, da cui la soluzione]

b) Quanto vale il lavoro L fatto dal generatore per portare il sistema in condizioni stazionarie?

L = …… = …… J $CV_0^2/2 = (\varepsilon_0 A/(d-s))\, V_0^2/2 = 3.5\text{x}10^{-7}$ J [il lavoro è pari alla energia elettrostatica immagazzinata nel condensatore, che vale, all'equilibrio, $CV_0^2/2$; la capacità C del condensatore ad armature piane e parallele con all'interno la lastra conduttrice scarica si determina come segue: $C=Q/V_0$, essendo Q la carica che si trova all'equilibrio sulla lamina collegata la polo positivo. D'altra parte, tenendo conto delle considerazioni sui campi svolte nella risposta al quesito precedente, deve essere $V_0 = E_1(d-s)$. Applicando Gauss a una scatola cilindrica con asse verticale e superfici di base una fuori del condensatore e l'altra nella regione tra lamina e lastra, si ha $\sigma = \varepsilon_0 E_1$. D'altra parte la densità di carica σ che si trova sulla lamina è tale che $Q = \sigma A$ (si suppone distribuzione omogenea dato che si possono trascurare gli effetti ai bordi), da cui, combinando, si ottiene: $C = \varepsilon_0 A/(d-s)$, da cui la soluziome. Si noti che allo stesso risultato si può giungere anche considerando il sistema come una serie di due condensatori piani paralleli con distanza tra le armature rispettivamente h_1 e h_2]

4. Sul piano XY di un sistema cartesiano XYZ si trovano due sottili fili di materiale ottimo conduttore elettrico. I due fili, che sono entrambi lunghi L = 10 m (la lunghezza è molto maggiore del diametro, così che essi possono essere considerati "infiniti" dal punto di vista "elettromagnetico"), sono entrambi paralleli all'asse X. In particolare il filo 1 si trova alla coordinata $y = d$ = 1.0 cm , mentre il filo 2 si trova in $y = -d$ = -1.0 cm (le estremità dei fili si trovano, per entrambi, alle posizioni $x_{LEFT}=-L/2$ e $x_{RIGHT} = L/2$). Le estremità "di sinistra" sono collegate a un generatore ideale di differenza di potenziale V_0 = 20 V, disposto in modo che il polo positivo sia attaccato al filo 1 e quello negativo al filo 2; quelle "di destra" sono collegate tra loro attraverso un resistore di resistenza elettrica R = 0.50 ohm. Il sistema va considerato in condizioni stazionarie. [Usate $\mu_0 = 4\pi\text{x}10^{-7}$ T m/A per la permeabilità magnetica del vuoto]

a) Quanto vale il campo magnetico $\boldsymbol{B}$ che si misura in un punto dell'asse X (si intende, con $-L/2<x<L/2$)? [Esprimete il risultato in modo vettoriale, cioè chiarendo anche direzione e verso]

$\boldsymbol{B}$ = …… = …….. T $-\mu_0(V_0/R)\mathbf{z}/(\pi d) = (-1.6\text{x}10^{-3}\text{ T})\mathbf{z}$, con $\mathbf{z}$ versore dell'asse Z [in condizioni stazionarie attraverso i due fili circola la stessa corrente di intensità $I = V_0/R$. Questa corrente dà luogo a un campo di induzione magnetica la cui direzione è tangenziale e il verso può essere determinato con la regola della mano destra, versione "ciao ciao". In particolare, la corrente scorre nel verso positivo dell'asse X all'interno del filo 1 e in quello negativo nel filo 2. Nello spazio tra i due fili, e quindi anche sull'asse X (che è sulla "mezzeria" del sistema), il filo 1 genera un campo magnetico diretto lungo $-Z$ e il filo 2 anche.L'intensità del campo magnetico si determina con il teorema di Ampere; detta r la distanza dal filo (infinito), si ha $B(r) = \mu_0 I/(2\pi r)$. Sull'asse X per entrambi i fili si ha $r = d$ e quindi l'intensità del campo magnetico è doppia rispetto a quella generata da un solo filo. Da qui la soluzione]

b) Quanto vale la forza $\boldsymbol{F}$ di origine magnetica che il filo 2 esercita sul filo 1? [Anche qui esprimete il risultato vettorialmente]

$\boldsymbol{F}$ = …… = …… N $\mu_0(V_0/R)^2 L\mathbf{y}/(4\pi d) = (1.6\text{x}10^{-1}\text{ N})\mathbf{y}$ [su un elemento di filo 1 di lunghezza $d\boldsymbol{l}$ si esercita una forza $d\boldsymbol{F} = I\, d\boldsymbol{l}\text{x}\boldsymbol{B}$, dove $\boldsymbol{B}$ è il campo magnetico generato dal filo 2 sulla posizione del filo 1. Nel caso del filo 1, $d\boldsymbol{l}$ è diretto lungo X , mentre $\boldsymbol{B}$ è diretto nel verso negativo dell'asse Z (vedi sopra). La regola della mano destra dice che la forza è diretta lungo il verso positivo dell'asse Y (i fili tendono ad allontanarsi tra loro per effetto della forza di interazione magnetica). Inoltre per tutta la lunghezza del filo la forza rimane costante, per cui l'integrazione della forza infinitesima è banale e dà: $F = IBL$. Tenendo conto che il campo magnetico ha intensità di modulo $B = \mu_0 I/(2\pi(2d)) = \mu_0(V_0/R)/(4\pi d)$ si ottiene la soluzione]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 10/6/2010 Firma: